This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Это цифровая коиия книги, хранящейся для иотомков на библиотечных иолках, ирежде чем ее отсканировали сотрудники комиании Google в рамках ироекта, цель которого - сделать книги со всего мира достуиными через Интернет.

Прошло достаточно много времени для того, чтобы срок действия авторских ирав на эту книгу истек, и она иерешла в свободный достуи. Книга иереходит в свободный достуи, если на нее не были иоданы авторские ирава или срок действия авторских ирав истек. Переход книги в свободный достуи в разных странах осуществляется ио-разному. Книги, иерешедшие в свободный достуи, это наш ключ к ирошлому, к богатствам истории и культуры, а также к знаниям, которые часто трудно найти.

В этом файле сохранятся все иометки, иримечания и другие заииси, существующие в оригинальном издании, как наиоминание о том долгом иути, который книга ирошла от издателя до библиотеки и в конечном итоге до Вас.

Правила использовапия

Комиания Google гордится тем, что сотрудничает с библиотеками, чтобы иеревести книги, иерешедшие в свободный достуи, в цифровой формат и сделать их широкодостуиными. Книги, иерешедшие в свободный достуи, иринадлежат обществу, а мы лишь хранители этого достояния. Тем не менее, эти книги достаточно дорого стоят, иоэтому, чтобы и в дальнейшем иредоставлять этот ресурс, мы иредириняли некоторые действия, иредотвращающие коммерческое исиользование книг, в том числе установив технические ограничения на автоматические заиросы.

Мы также иросим Вас о следующем.

- Не исиользуйте файлы в коммерческих целях.
  Мы разработали ирограмму Поиск книг Google для всех иользователей, иоэтому исиользуйте эти файлы только в личных, некоммерческих целях.

- Не отиравляйте автоматические заиросы.
  Не отиравляйте в систему Google автоматические заиросы любого вида. Если Вы занимаетесь изучением систем машинного иеревода, оитического расиознавания символов или других областей, где достуи к большому количеству текста может оказаться иолезным, свяжитесь с нами. Для этих целей мы рекомендуем исиользовать материалы, иерешедшие в свободный достуи.

- Не удаляйте атрибуты Google.
  В каждом файле есть "водяной знак" Google. Он иозволяет иользователям узнать об этом ироекте и иомогает им найти доиолнительные материалы ири иомощи ирограммы Поиск книг Google. Не удаляйте его.

- Делайте это законно.
  Независимо от того, что Вы исиользуйте, не забудьте ироверить законность своих действий, за которые Вы несете иолную ответственность. Не думайте, что если книга иерешла в свободный достуи в США, то ее на этом основании могут исиользовать читатели из других стран. Условия для иерехода книги в свободный достуи в разных странах различны, иоэтому нет единых иравил, иозволяющих оиределить, можно ли в оиределенном случае исиользовать оиределенную книгу. Не думайте, что если книга иоявилась в Поиске книг Google, то ее можно исиользовать как угодно и где угодно. Наказание за нарушение авторских ирав может быть очень серьезным.

О программе Поиск кпиг Google

Миссия Google состоит в том, чтобы организовать мировую информацию и сделать ее всесторонне достуиной и иолезной. Программа Поиск книг Google иомогает иользователям найти книги со всего мира, а авторам и издателям - новых читателей. Полнотекстовый иоиск ио этой книге можно выиолнить на странице `http://books.google.com/`

PSlav 392.10

HARVARD
COLLEGE
LIBRARY

УНИВЕРСИТЕТСКІЯ ИЗВѢСТІЯ.

Годъ XXX. № 8.—АВГУСТЪ. 1890 г.

СОДЕРЖАНІЕ:

Часть I—оффиціальная.

СТРАН.

Обозрѣніе преподаванія въ Университетѣ Св. Владиміра на $18^{90}/_{91}$ учебный годъ . . 1—62

Часть II—неоффиціальная.

I. О силовой функціи, допускающей данные частные интегралы.—Проф. **Г. Суслова.** I-VII+1—114

II. Лекціи по діагностикѣ въ поликлиникѣ женскихъ болѣзней.—Прив.-доцента **В. Доброправова.** . . . . . 159—192

III. Санитарное значеніе олеомаргарина и способы опредѣленія подмѣсей постороннихъ жировъ къ коровьему маслу.—Врача **С. Киричинскаго.** . . 119—137

IV. Курсъ государственнаго благоустройства (полиц. права)—Профессора **А. Антоновича.** . 257—288

Прибавленія.

I. Росписанія лекцій на осеннее полугодіе 1890 г. . . . . I—IV

II. Таблицы метеорологическихъ наблюденій за январь и февраль 1890 года.

КІЕВЪ.
1890.

121

206
1949

УНИВЕРСИТЕТСКІЯ ИЗВѢСТІЯ.

ГОДЪ ТРИДЦАТЫЙ.

№ 8.–АВГУСТЪ.

Типографія ИМПЕРАТОРСКАГО Университета Св. Владиміра.
Кіевское отдѣленіе ВЫСОЧАЙШЕ утвержд. Т-ва печ. дѣла и торг. И. Н. Кушнеревъ и К° въ Москвѣ.
1890.

PSlav 392.10

Печатано по опредѣленію Совѣта Университета Св. Владиміра.
Ректоръ *Ѳ. Фортинскій.*

THE LIBRARY OF CONGRESS
DUPLICATE

СОДЕРЖАНІЕ.

СТРАН.

Часть I — оффиціальная.

Обозрѣніе преподаванія въ Университетѣ Св. Владиміра на $18^{90}/_{91}$ учебный годъ . . . . . 1—62

Часть II — неоффиціальная.

I. О силовой функціи, допускающей данные частные интегралы.—Профессора **Г. Суслова** . . . . . I—VII+1—114

II. Лекціи по діагностикѣ въ поликлиникѣ женскихъ болѣзней.—Приватъ-доцента **В. Добронравова** . . . . . 159—192

III. Санитарное значеніе олеомаргарина и способы опредѣленія подмѣсей посторонних жировъ къ коровьему маслу.—Врача **С. Киричинскаго.** . . . . . 119—137

IV. Курсъ государственнаго благоустройства (полицейскаго права).—Профессора **А. Антоновича** . . . . . 257—288

Прибавленія.

I. Росписанія лекцій на осеннее полугодіе 1890 г. . . . I—IV

II. Таблицы метеорологическихъ наблюденій за январь и февраль 1890 года.

PSlav 392.10

HARVARD
COLLEGE
LIBRARY

Пособія: а и д) *Ѳ. Кнауэръ* и *Вс. Миллеръ,* Руководство къ изученію санскритскаго языка. Спб. 1890; в) *Brugmann* Grundriss der vergleichenden Grammatik der indogermanischen Sprachen, Bd. I—II. Strassburg. 1886—89 г.; г) *K. Meister* Griechische Dialecten Götlingen. 1882; *Cawer* Selectus inscriptionum Graecarum Lps. 1883, 2-е изданіе. *Gustav Meyer* Griechische Grammatik 2—te. Aufl. Lpz. 1886.

8. Ординарный профессоръ П. В. Владиміровъ (6 ч.): а) Исторія русской словесности (общій курсъ), оба полугодія по 3 ч., б) Обозрѣніе памятниковъ старославянскаго языка въ связи съ славянскою діалектологіею и палеографіей, въ осеннемъ полугодіи 3 ч. и в) Русская діалектологія, въ весеннемъ полугодіи 3 ч.

Пособія: а) *Галаховъ,* Исторія русской словесности; *Порфирьевъ,* Исторія русской словесности; *Галаховъ,* Историческая христоматія новаго періода русской словесности; б) *Срезневскій,* Древніе славянскіе памятники юсоваго письма; Его-же, Древніе глаголическіе памятники; Его-же, славянорусская палеографія; *Лескинъ,* Handbuch der altbulgarischen Sprache. 1886, 2-е изданіе (русскій переводъ, съ дополненіями. М. 1890 г.); *Миклошичъ,* Vergleichende Grammatik dez Slavischen Sprachen; *Ягичъ,* Образцы языка церковнославянскаго по древнѣйшимъ памятникамъ; *Воскресенскій,* Славянская христоматія; в) *Богородицкій,* Курсъ грамматики русскаго языка. Варшава. 1887; *Колосовъ,* Обзоръ звуковыхъ и формальныхъ особенностей народнаго русскаго языка. Варшава. 1878. *Карскій,* Обзоръ звуковъ и формъ бѣлорусской рѣчи. М. 1886. *Ogonowski,* Studien auf dem Gebiete der ruthenischen Sprache. Lemberg. 1880.

9. Приватъ-доцентъ В. Н. Малининъ (4 ч.): а) Литературная дѣятельность Тургенева и Гончарова, въ осеннемъ полугодіи 2 ч.; б) Литературная дѣятельность Ѳ. М. Достоевскаго, въ весеннемъ полугодіи 3 ч. и в) Синтаксисъ русскаго языка, въ осеннемъ полугодіи 2 ч. и въ весеннемъ 1 ч.

Пособія: а) и б) *О. Миллеръ,* Писатели послѣ Гоголя. Спб. 1887; *Незеленовъ,* И. С. Тургеневъ въ его произведеніяхъ. Спб. 1885; *Венгеровъ,* И. С. Тургеневъ. Спб. 1875; *Острогорскій,* И. А. Гончаровъ. М. 1888; *Зелинскій,* Критико-библіографическій комментарій къ сочиненіямъ Ѳ. М. Достоевскаго. Спб. 1885—87.—в) *Буслаевъ,* Историческая грамматика русскаго языка, издан. 4-е. М. 1875.

Миклошичъ, Vergleichende Grammatik der slavischen Sprachen. Bd. IV. 1883; *Потебня,* Записки по русской грамматикѣ. Харьковъ, 1874.

10. Ординарный профессоръ Т. Д. Флоринскій (7 ч.): а) Исторія славянскихъ литературъ, оба полугодія по 4 ч.; б) Исторія славянъ, оба полугодія по 3 ч.

Пособія: а) *Пыпинъ* и *Спасовичъ,* Исторія славянскихъ литературъ; б) *Первольфъ,* Славяне, ихъ взаимныя отношенія и связи. 3 тома; *Гильфердингъ,* Собраніе сочиненій; Т. I—IV. *Голубинскій,* Очеркъ исторіи православныхъ церквей, болгарской, сербской и румынской. М. 1871; *К. Иречекъ,* Исторія болгаръ. Од. 1876; *Флоринскій,* Южные славяне и Византія во второй четверти XIV в.; *Смирновъ,* Очеркъ исторіи хорватскаго государства до подчиненія его угорской коронѣ; *Ранке,* Исторія Сербіи; *М. Бобржинскій,* Исторія польскаго народа, русскій переводъ подъ редакціей Карѣева. 1889. *Томекъ,* Исторія чешскаго королевства, переводъ Яковлева.

11. Ординарный профессоръ Ѳ. Я. Фортинскій (6 ч.): Исторія среднихъ вѣковъ, оба полугодія по 4 ч.

Пособія: G. Waitz, Deutsche Verfassugs Geschichte; *P. Viollet,* Histoire des institutions politiques et administratives de la France 1890; *Fustel de Coulanges,* Histoire des institutions politiques de l'ancienne France. 1889. *Трачевскій,* Средняя исторія. Спб. 1886; *Веберъ,* Всеобщая исторія, переводъ Андреева. М. 1887.

Практическія занятія по исторіи среднихъ вѣковъ, оба полугодія по 2 ч.

Пособія: Collection des textes pour servir à l'étude et à l'enseignement de l'histoire.

12. Ординарный профессоръ И. В. Лучицкій (6 ч.): а) Обзоръ и разборъ источниковъ по исторіи Франціи XVI в. оба полугодія по 2 ч.; б) Исторія Европы съ половины XVIII в. въ осеннемъ полугодіи 4 ч. и в) Исторія Испаніи, въ весеннемъ полугодіи 4 ч.

Пособія: а) Collection des mémoires, ed. Michaud et Pougoulat, изд. Didier; Collection des documents inédits, изд. Французскаго историческаго Общества.—б) *Шлоссеръ,* Исторія XVIII в. Т. III—VIII. 1869. Его-же, Всемірная исторія изд. 1882. Т. VII—VIII. *Файфъ,* Исторія Европы XIX ст. Т. I—III. М. 1889—90.—в) *Lafuente,* Исторія Испаніи. Мадридъ, 1861—66; Исторія Испаніи въ сборникѣ Heeren'a и Uckert'a.

13. Ординарный профессоръ В. С. Иконниковъ (6 ч.): а) Русская исторія (Московскій и новый періоды), оба полугодія по 3 ч.; б) Русская исторіографія (обработка Русской исторіи въ XVIII и XIX ст.) въ осеннемъ полугодіи 2 ч. и в) Исторія царствованія Александра I и Николая I, въ весеннемъ полугодіи 3 ч.

Пособія: а) *Бестужевъ-Рюминъ,* Русская исторія. Т. I—II. 1872—82; *Иловайскій,* Исторія Россіи. Т. II. М. 1884; *Соловьевъ,* Исторія Россіи. Т. III. VIII—XXVII; *Соловьевъ,* Чтенія о Петрѣ Великомъ. (Сочиненія, Спб. 1882); *Брикнеръ,* Исторія царствованія Петра Великаго. Спб. 1882; *Брикнеръ,* Исторія царствованія Екатерины II. Спб. 1885; *Соловьевъ,* Императоръ Александръ I. Спб. 1877.—б) *Бестужевъ-Рюминъ,* Введеніе въ русскую исторію; *Соловьевъ,* Писатели русской исторіи XVIII в. (Архивъ истор.-юрид. свѣд. о Россіи Калачева кн. II, ч. I-я); Г. Ф. Миллеръ-*Соловьева,* (Современникъ 1854 г.); Его-же, Шлецеръ (Русскій Вѣстникъ 1856—57); Его-же, Карамзинъ (Отечественныя замѣтки 1853—56); *Старчевскій,* Русская историческая литература въ 1-й пол. XIX в. (Библіотека для чтенія 1852); Его-же, Карамзинъ. Спб. 1849; *М. П. Погодинъ,* Карамзинъ, М. 1866; *Кочубинскій,* Канцлеръ Румянцевъ. Одесса, 1888; *Н. Полежаевъ,* Труды митрополита Евгенія Болховитинова. Каз. 1889; *В. Иконниковъ,* Скептическая школа и ея противники. К. 1871; *Бестужевъ-Рюминъ,* Біографіи и характеристики. Спб. 1882; *Барсуковъ,* П. М. Строевъ. Спб. 1878.—в) *Богдановичъ,* Исторія царствованія Александра I. Спб. 1869, 6 томовъ; *Баронъ Корфъ,* Жизнь графа Сперанскаго. Спб. 1861; *Заблоцкій-Десятовскій,* Графъ Киселевъ и его время. Спб. 1882, 4 тома; *Смитъ,* Исторія войны 1830—31 г. 3 т. 1863; *Пузыревскій,* Исторія войны 1830—31 г. Спб. 1890; *И. Ореусъ,* Описаніе венгерской войны. Спб. 1880; *Богдановичъ,* Исторія восточной войны 1853—56 г. Спб. 1876, 4 т.; *Сухомлиновъ,* Матеріалы для исторіи просвѣщенія въ царствованіе Александра I. Спб. 1866; *Татищевъ,* Внѣшняя политика въ царствованіе Николая I. Спб. 1887.

Практическія занятія: чтеніе и разборъ памятниковъ, только въ осеннемъ полугодіи 1 ч.

14. Ординарный профессоръ В. Б. Антоновичъ (6 ч.): а) Древняя, русская исторія (до прекращенія удѣловъ), оба полугодія по 2 часа; б) Русскія древности, въ осеннемъ полугодіи — 3 ч.; и в) Источники западно-русской исторіи, въ весеннемъ полугодіи—2 ч.

Пособія: а) *Соловьевъ,* Исторія Россіи. Т. I—IV; *Бестужевъ-Рюминъ,* Русская исторія; *Иловайскій,* Исторія Россіи; *Забѣлинъ,* Исторія русской жизни съ древнѣйшихъ временъ; *Погодинъ,* Древняя русская исторія.—б) Гр. *Уваровъ,* Археологія въ Россіи; *Толстой* и *Кондаковъ,* Русскія древности; *Полевой,* очерки русской исторіи въ памятникахъ быта. Труды русскихъ археологическихъ съѣздовъ; в) Источники западно-русской исторіи—курсъ самостоятельный: указаніе содержанія и критическая оцѣнка лѣтописей, археологическихъ изданій и записокъ современниковъ съ XIV по XVIII ст.

Практическія занятія — въ осеннемъ полугодіи по 1 часу, а въ весеннемъ по 2 часа въ недѣлю.

15. Приватъ-доцентъ П. В. Голубовскій (2 ч.): а) О русскихъ лѣтописяхъ, въ осеннемъ полугодіи 2 ч.; б) Историко-этнографическій очеркъ урало-алтайскихъ народовъ восточной Европы, въ весеннемъ полугодіи 2 ч.

Пособія: а) Полное собраніе русскихъ лѣтописей. Т. III. I—X, XV и XVI; *Бестужевъ-Рюминъ,* О составѣ русскихъ лѣтописей до конца XIV в.; *Сухомлиновъ,* О древней русской лѣтописи какъ памятникѣ литературномъ; *Срезневскій,* чтенія о древнихъ русскихъ лѣтописяхъ; *Костомаровъ,* Лекціи по русской исторіи.—б) *Neumann,* Die Völker des südlichen Russland's. Lpz. 1847; *Winkler,* Uralaltaische Völker und Sprachen. Berlin. 1884. *Castren* Ethnologische Vorlesungen über die altaischen Völker. St.-P.B. 1857; *Европеусъ,* Объ угорскомъ народѣ. Спб. 1874; *Григорьевъ,* Сборникъ „Россія и Азія".

16. Приватъ-доцентъ С. Т. Голубевъ (4 ч.): а) Исторія христіанской церкви оба полугодія, въ осеннемъ—4 ч. и въ весеннемъ—2 ч.; б) Исторія русской церкви, въ весеннемъ полугодіи 2 ч.

Пособія: а) *Евг. Смирновъ,* Исторія христіанской церкви, изд. 1886. *И. Чельцовъ,* Исторія христіанской церкви. Спб. 1861; *Гассе,* Церковная исторія (переводъ Н. Соколова); б) *Знаменскій,* Руководство къ русской церковной исторіи; Преосв. *Филаретъ,* Исторія русской церкви; Митроп. *Макарій,* Исторія русской церкви.

17. Ординарный профессоръ А. В. Праховъ (6 ч.): Исторія классическаго искусства, оба полугодія по 3 часа.

Пособія: C. O. Müller, Handbuch der Archäologie der Kunst съ атласомъ; *Joh. Overbeck,* Geschichte der griechischen Plastik; *Joh. Overbeck,* Antike Schriftquellen zur Geschichte der griechischen Kunst; *Joh. Overbeck,* Kunst mythologie.

Практическія занятія по исторіи искусства, оба полугодія по 3 часа.

Пособія: Kunsthistorische Bilderbogen, изд. Seemann въ Лейпцигѣ.

18. Приватъ-доцентъ Г. Г. Павлуцкій (2 ч.): а) Исторія древне-греческой архитектуры, въ осеннемъ полугодіи 2 ч.; б) Исторія древне-греческой скульптуры, въ весеннемъ полугодіи 2 часа.

Пособія: а) *Jos. Durm,* Handbuch der Architectur I. Bd. Darmstadt, 1881; *Fr. Reber,* Gechichte der Baukunst im Alterthum. Leipzig, 1866. *V. Laloux,* Architecture grecque. P. 1888.—б) *Пьеръ Пари,* Древняя скульптура. Спб. 1889; *Overbeck,* Geschichte der Griechischen Plastik. 3—te Aufl.

19. Лекторъ А. Э. Пекюсъ (4 ч.): французскій языкъ, оба полугодія по 4 ч.

Пособія: Элементарный курсъ французскаго языка, *Марго* (28-е изд. 1886 г.); Историческая грамматика французскаго языка, *Браше* (10-е изд. Парижъ, 1869); Комедіи Мольера: „Les Précieuses Ridicules", Le Bourgeois gentilhomme и Les femmes savantes" изд. Національной Библіотеки. Парижъ, 1872.

20. Лекторъ Ф. К. Андерсонъ (4 ч.): нѣмецкій языкъ, оба полугодія по 4 часа.

Пособія: Крафтъ, Практическій курсъ нѣмецкаго языка. К. 1889; Его-же, Грамматика нѣмецкаго языка. К. 1886; *Лессингъ,* Nathan der Weise; *Гауффъ,* Das Bild des Kaisers—въ изд., Reklam's Universal-Bibliothek № 3 и 131; *Schiller's* Ausgewählte Gedichte. Leipzig. Meyer's Volksbücher № 169 и 170; *Fieck's,* Novellen. Lpz. Meyer's Volksbücher, № 332 и 333.

21. Лекторъ Я. Я. Госкинсъ (4 ч.): англійскій языкъ, оба полугодія по 4 ч.

Пособія: Грамматика англійскаго языка *Нурока;* Гольдсмита, The Vicar of Wakefield и *Шекспира* Macbeth изд. Таухница.

Примѣчаніе. Совѣщательные часы у преподавателей будутъ послѣ лекцій въ дни, назначенные по росписанію.

Деканъ *Ѳ. Фортинскій.*

B. Лекціи Физико-Математическаго факультета.

1. Заслуженный ордин. проф. П. Э. Ромеръ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (4 ч.). Элементарная математика по 2 часа; практическія упражненія по дифференціальному вычисленію по 2 часа.

Пособія: Собраніе упражненій и задачъ: *Brahy,* Bruxelles, 1867; *Зонке,* пер. съ 3-го нѣм. изд. Спб. 1887.

Совѣщательный часъ: пятница 2—3.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 г. (2 ч.). Элементарная математика по 2 ч. въ недѣлю.

Совѣщательные часы: послѣ лекцій.

2. Заслуженный ордин. проф. М. Ю. Ващенко-Захарченко.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (10 ч.). Аналитическая геометрія по 3 часа; Алгебраическій анализъ по 3 часа; практическія упражненія по аналитической геометріи по 2 часа и по алгебраическому анализу по 2 ч. въ недѣлю.

Пособія: Аналитическая геометрія *М. Ващенко-Захарченко,* 1887; *Carnoy,* Cours de Géometrie analytique, 1881; *Hesse,* Vorlesungen über die Analytische Geometrie der Kegelschnitte, 1874; Алгебраическій анализъ *М. Ващенко-Захарченко; Serret,* Cours d'algébre superieure, 1886.

Совѣщательные часы: вторникъ 11—12.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (10 ч.). Аналитическая геометрія 3-хъ измѣреній по 3 часа; алгебраическій анализъ по 2 часа, высшая алгебра по 3 ч., практическія упражненія по аналитической геометріи по 2 часа въ недѣлю.

Пособія тѣ-же.

Совѣщательные часы: послѣ лекцій.

3. Ординарный профессоръ В. П. Ермаковъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (9 ч.). Интегрированіе дифференціальныхъ уравненій по 4 часа; разностное исчисленіе и теорія вѣроятностей по 3 часа; дифференціальныя уравненія съ частными производными по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Boole, A) Treatise on differential equations, Cambridge, 1865; *Ермаковъ,* Дифференціальныя уравненія перваго порядка съ двумя перемѣнными, Кіевъ, 1887; *Марковъ,* Исчисленіе конечныхъ разностей, Спб. 1890; *Тихомандрицкій,* Курсъ теоріи конечныхъ разностей, Харьковъ, 1890; *Ермаковъ,* Теорія вѣроятностей, Кіевъ, 1879.

Совѣщательный часъ: вторникъ 11—12.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (10 ч.). Дифференціальное вычисленіе по 4 часа; Варіаціонное исчисленіе по 2 часа; семинарій по дополнительнымъ предметамъ по 2 часа; практическія упражненія по интегрированію дифференціальныхъ уравненій по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Houel, Cours de Calcul infinitésimal, 1878—79; *Хандриковъ,* Курсъ анализа, 1887; *Dinger,* Grundriss der Variationsrechnung, Braunschweig, 1867.

Совѣщательный часъ: послѣ лекцій.

4. Ординарный профессоръ Б. Я. Букрѣевъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (10 ч.). Приложенія дифференціальнаго вычисленія къ геометріи по 4 часа; интегральное исчисленіе по 4 часа; теорія функцій составнаго перемѣннаго по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Hermite, Cours d'Analyse, Paris, 1873; *C. Jordan,* Calcul integral, Paris, 1883; *Serret,* Cours de calcul differential et integral, Paris, 1868; *Н. Алексѣевъ,* Интегральное исчисленіе, Москва, 1874; *H. Laurent,* Traité d'Analyse, T. I—II. Paris, 1885—1887; *O. Schlömilch,* Vorlesungen über einzelne Theile der höheren Analysis, Bd. II. Braunschweig, 1879; *H. Durège,* Elemente der Theorie der Functionen einer complexen veränderlichen Grösse, Lpz. 1882.

Совѣщательный часъ: пятница 2—3.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (11 ч.). Интегральное исчисленіе по 3 часа; эллиптическія функціи по 3 часа; практиче-

скія упражненія по приложенію дифференціальнаго исчисленія къ геометріи по 2 часа, и по интегральному исчисленію по 2 часа.

Пособія: кромѣ названныхъ выше сочиненій по интегральному исчисленію, еще: *J. Bertrand,* Traité de calcul differentiel et integral. Calcul integral. Paris, 1870; *O. Schlömilch,* Uebungsbuch zum Studium der höheren Analysis, 1868—70; *Frenet,* Recueil d'exercices sur le calcul infinitesimal, 1873.

Совѣщательные часы послѣ лекцій.

5. Заслуженный ордин. проф. И. И. Рахманиновъ, въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года и въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года: о теплѣ, какъ движущей силѣ, по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Technische Thermodinamik von Dr. *G. Leuner.*

6. И. д. экстраорд. проф. Г. К. Сусловъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (7 ч.). Теорія притяженія по 2 часа; кинематика неизмѣняемой системы по 3 часа; практическія упражненія по механикѣ точки по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Бобылевъ, Аналитическая механика, Спб. 1880; *Routh,* Elementary rigid Dynamics, London, 1882; *Schell,* Theorie der Bewegung und der Kräfte, Lpz. 1879; *Jullien,* Problémes de mecanique rationelle, Paris, 1885; *Walton,* Problems in theoretical Mechanics, Cambridge, 1876.

Совѣщательные часы: четвергъ 2—3.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (7 ч.). Механика точки по 4 часа; гидродинамика по 1 часу; практическія упражненія по кинематикѣ неизмѣняемой системы по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Кромѣ названныхъ выше сочиненій *Бобылева* и Walton'a еще: *Tait and Steele,* Dynamics of a particle, London, 1882; *Lamb,* Treatise on the motion of fluids, Cambridge, 1879; *St Germain,* Recuel d'exercices sur la mécanique rationelle, Paris, 1885.

Совѣщательные часы: послѣ лекцій.

7. Заслуженный ордин. профессоръ Хандриковъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (7 ч.). Описательная астрономія по 3 часа; теорія астрономическихъ инструментовъ по 2 часа; теоретическая астрономія по 2 часа въ недѣлю. Практическія упражненія, по группамъ изъ 5 человѣкъ, будутъ состоять въ изслѣдова ніи инструментовъ, теорія которыхъ излагается на лекціяхъ.

Пособіями могутъ служить изданныя проф. *Хандриковымъ* книги: Описательная астрономія; Система астрономіи, томъ 2; и Теорія движенія планетъ и кометъ около солнца.

Совѣщательные часы: суббота 11—12.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (8 ч.). Сферическая астрономія по 4 часа; теоретическая астрономія съ небесной механикой по 2 часа; геодезія по 2 часа въ недѣлю.

Пособіями могутъ служить изданныя проф. *Хандриковымъ* книги: Курсъ сферической астрономіи и Теорія движенія планетъ и кометъ около солнца, а по геодезіи—сочиненіе *Іордана* „Руководство высшей геодезіи". Практическія упражненія, по группамъ изъ двухъ человѣкъ, будутъ состоять въ наблюденіяхъ съ инструментами, теорія которыхъ излагалась въ предыдущемъ полугодіи.

Совѣщательные часы: суббота 12—1.

8. Заслуженный ордин. проф. М. П. Авенаріусъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (4 ч.). Опытная физика (механическій отдѣлъ и часть отдѣла звука) по 4 часа.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1890 года (4 ч.). Часть отдѣла звука и отдѣлъ свѣта, по 4 часа въ недѣлю.

Пособія: Wüllner, Experimentalphysik; *Шишковъ,* Курсъ опытной физики.

Совѣщательные часы: послѣ каждой лекціи.

9. Ордин. проф. Н. Н. Шиллеръ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (13 ч.). Математическая теорія свѣта по 3 часа въ недѣлю, элементарная механика по 2 часа, краткій курсъ физики (для медиковъ) по 5 часовъ; физическія измѣренія по 3 часа въ недѣлю. Физическій кабинетъ для занятій студентовъ открытъ ежедневно 9—4 ч.

Пособія: По теоріи свѣта—Theorie mathematique de la lumière, par *Poincaré.* По элементарной механикѣ—*Шиллеръ,* Основанія физики, 1889.

Совѣщательные часы: среда 12—1 и пятница 1—2.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (15 ч.). Механическая теорія тепла по 3 часа; общій курсъ физики (вторая часть) для медиковъ по 5 часовъ; семинарій по теоретической физикѣ по 2 часа; физическія измѣренія по 3 часа; практическія упражненія по механической части физики по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: C. Neumann, Vorlesungen uber die mechanische Theorie der Wärme, 1885; *Brot,* Theorie mechanique de la chaleur, Paris, 1869; *Rühlmann,* Handbuch der mechanischen Wärmetheorie, 1885; *Lippmann,* Cours de thermodynamique, Paris, 1889.

Совѣщательные часы: четвергъ 12—1 и пятница 1—2.

10. Ординарный проф. Ѳ. М. Гарничъ-Гарницкій (деканъ).

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (7 ч.). Неорганическая химія (введеніе и металлоиды) по 4 часа; руководство въ практическихъ занятіяхъ по аналитической и неорганической химіи по 3 часа. Химическая лабораторія для занятій студентовъ открыта ежедневно 9—3 и 6—8 часовъ.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 (9 ч.). Неорганическая химія (металлы и соли) по 4 часа; практическія упражненія по химіи для начинающихъ (приготовительный курсъ) по 2 часа; руководство въ практическихъ занятіяхъ по химіи аналитической и неорганической по 3 часа въ недѣлю.

Пособія: Менделѣевъ, Основы химіи; *Рихтеръ,* Курсъ неорганической химіи; *Меншуткинъ,* Аналитическая химія; *Бейльштейнъ,* и *Явейна,* Руководство къ химическому анализу; *Штаммеръ,* Химическая лабораторія.

Совѣщательный часъ: среда 2—3.

11. Заслуженный ордин. проф. П. П. Алексѣевъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (13 ч.). Органическая химія (часть первая) по 3 часа; полный курсъ органической химіи для студентовъ медицинскаго факультета по 4 часа; руководство въ практическихъ занятіяхъ по органической химіи по 3 часа въ недѣлю для каждой изъ двухъ группъ студентовъ.

Пособія: Лекціи органической химіи *Меншуткина,* Спб. 1884; Органическая химія *П. Алексѣева,* Кіевъ, 1884 (3-е изд.); Курсъ органической химіи *А. Зайцева.* Вып. 1. Казань 1890; Методы превращенія органическихъ соединеній *П. Алексѣева,* Кіевъ, 1889; Handbuch der organischen Chemie, *T. Beilstein,* 2 Aufl. 1888—1890.

Совѣщательный часъ: пятница 1—2.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (10 ч.). Органическая химія (часть вторая) по 3 часа; анализъ газовъ по 1 часу; руко-

водство въ практическихъ упражненіяхъ по органической химіи по 3 часа въ недѣлю для каждой изъ двухъ группъ студентовъ.

Пособія: сверхъ указанныхъ выше — Анализъ газовъ *П. Алексѣева,* Кіевъ, 1889; Analyse des gaz par *Ogier,* Paris, 1885; Gasanalytische Methoden von *W. Hempel,* Braunschweig, 1890, 2—te Aufl.

Совѣщательный часъ: суббота 12—1.

12. Экстраордин. проф. А. П. Эльтековъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 г. (11 ч.). Неорганическая химія (краткій курсъ въ предѣлахъ программы для испытанія въ коммиссіи студентовъ математическаго отдѣленія). Введеніе и металлоиды по 3 часа; аналитическая химія (качественный анализъ) по 2 часа; руководство въ качественномъ химическомъ анализѣ по 3 часа; руководство въ количественномъ химическомъ анализѣ: вѣсовомъ, объемномъ и электрическомъ, по 3 часа.

Пособія: Рихтеръ, Учебникъ химіи, 1887; *Gautier,* Cours de chimie, T. 1. 1887; *Grimaux,* Introduction à l'etude de chimie, 1884; *Менделѣевъ,* Основы химіи, 1888; *Марковниковъ,* Нормальный курсъ аналитической химіи (качественный анализъ) 1887; *Меншуткинъ,* Аналитическая химія, 1888; *Fresenius,* Минеральный количественный анализъ, 1875; *Винклеръ,* Практическій курсъ объемнаго анализа, пер. подъ ред. Марковникова, 1889; *Classen,* Quantitative chemische Analyse durch Electrolyse, 1885.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ и суббота 12 — 1, четвергъ 1—2.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (11 ч.). Краткій курсъ неорганической химіи въ предѣлахъ программы для испытаній въ коммиссіи по отдѣленію математическихъ наукъ (металлы и соли) по 3 часа; аналитическая химія: количественный анализъ (вѣсовой) по 2 часа; руководство въ практическихъ занятіяхъ по аналитической химіи по 3 часа для каждой изъ двухъ группъ студентовъ.

Пособія и *совѣщательные часы* тѣ-же.

13. Заслуженный ордин. проф. К. М. Ѳеофилактовъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (2 ч.). Изъ курса физической геологіи — отдѣлы: 1) механическая дѣятельность атмосферы, 2) океанографія и 3) дѣятельность проточной воды на поверхности земли по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: И. В. Мушкетовъ, Физическая геологія, ч. II; *А. А. Иностранцевъ,* Геологія, т. I; *Boguslawsky,* Handbuch der Ozeanographie, Bd. 1 и II, 1884—1887; *A. Supan,* Grundzüge der physichen Erdkunde, 1884.

Совѣщательный часъ: пятница 2—3.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (2 ч.). Изъ курса физической геологіи—отдѣлы: 1) дѣятельность подземной воды, 2) ледники и 3) вліяніе дѣятельности атмосферы и воды на пластику земной поверхности, по 2 часа въ недѣлю.

Пособія и *совѣщательные часы* тѣ-же, что и для осенняго полугодія.

14. Ординар. проф. П. Н. Венюковъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (6 ч.). Курсъ динамической геологіи (вулканизмъ, геологическая дѣятельность организмовъ) и стратиграфія — по 3 часа въ недѣлю; палеонтологія (позвоночныя животныя) по 3 часа въ недѣлю.

Пособія: Иностранцевъ, Геологія, т. I. Спб. 1889; *Lapparent,* Traité de géologie, 2 ed. Paris, 1885; *Neumayr,* Erdgeschichte, Lpz. 1886; *Steinmann,* Elemente der Paläontologie, Lpz. 1888—1890; *Zittel,* Handbuch der Paläontologie, München, 1876—1890; *Gaudry,* Les enchainements du monde animal, Paris, 1878; *Hörnes,* Elèmente der Paläontologie, Lpz. 1885.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 12—1.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (6 ч.). Курсъ исторической геологіи по 3 часа и общій курсъ палеонтологіи (безпозвоночныя животныя) по 3 часа въ недѣлю.

Пособія, кромѣ названныхъ выше, еще: *А. Иностранцевъ,* Геологія, томъ II, Спб. 1887; *Credner,* Elemente der Geologie, 6-te Aufl. Lpz. 1887; *Neumayr,* Die Stämme des Thierreichs vom Standpuncte der Paläontologie, Wien, 1888.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 12—1.

15. Экстраордин. проф. П. Я. Армашевскій.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (9 ч.). Общая минералогія по 4 часа; петрографія по 2 часа; практическія упражненія по минералогіи по 1 часу и по петрографіи по 2 часа въ недѣлю. Мине-

ралогическій кабинетъ для занятій студентовъ открытъ ежедневно 10—3 часовъ.

Пособія: По Минералогіи: *Groth,* Physikalische Krystallographie, 1885; *Кокшаровъ,* Лекціи Минералогіи, 1863; *Kopp,* Einleitung in die Krystallographie, 1872; *Baumhauer,* Das Reich der Krystalle, 1889; *Bauer,* Lehrbuch der Mineralogie 1886; *Tschermak,* Lehrbuch der Mineralogie, 1889 (первая часть перваго изданія переведена на русскій языкъ подъ ред. Лебедева въ 1889); *Вейсбахъ,* Таблицы для опредѣленія минераловъ, 1888. По петрографіи: *Rosenbusch,* Mikroscopische Physiographie der Mineralien und Gesteine, 1885—87; *Kalkowsky,* Elemente der Lithologie, 1886; *Иностранцевъ,* Геологія, т. I, 1889; *Laseau,* Einführung in die Gesteinlehre, 1885; *Michel-Levy et Lacroix,* Les Mineraux des roches, 1888; *Velain,* Conferences de Pétrographie, 1889; *Hussak,* Anleitung zur Bestimmen der gesteinbildenden Mineralien, 1885.

Совѣщательный часъ: вторникъ 1—2.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (9 ч.). Частная минералогія (физіографія минераловъ) по 4 часа, краткій курсъ минералогіи для студентовъ медицинскаго факультета по 2 часа; практическія упражненія по минералогіи по 2 часа и по петрографіи по 1 часу въ недѣлю.

Пособія, кромѣ названныхъ выше: *Naumann-Zirkel,* Elemente der Mineralogie, 12-te Aufl. 1885; *Rosenbusch,* Mikroscopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien, 2-te Aufl. Stuttgart, 1885.

Совѣщательный часъ: четвергъ 2—3.

16. Ординарный проф. О. В. Баранецкій.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 г. (8 ч.). Общій курсъ физіологіи растеній по 3 часа; физіологія растительной клѣточки по 2 часа; практическія упражненія по гистологіи растеній по 3 часа въ недѣлю.

Пособія: А. Фаминцынъ, Учебникъ физіологіи растеній, Спб. 1887; *Jul. Sachs,* Vorlesungen uber Pflanzenphysiologie, 2-te Aufl. Lpz. 1887; *W. Pfeffer,* Pflanzenphysiologie, Lpz. 1881; *Ad. Mayer,* Lehrbuch der Agriculturchemie, 1-er Bd. 3-te Aufl. Heidelberg 1888 (на русскій языкъ переведено лишь первое изданіе: *А. Майеръ,* Учебникъ земледѣльческой химіи).

Совѣщательные часы: послѣ каждой лекціи 1 часъ.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (7 ч.). Общій курсъ анатоміи растеній по 2 часа; аномаліи въ строеніи вегетативныхъ органовъ и анатомія органовъ размноженія у явнобрачныхъ растеній, по 2 часа въ недѣлю; практическія упражненія по анатоміи и физіологіи растеній по 3 часа въ недѣлю.

Пособія: И. Бородинъ, Курсъ анатоміи растеній, Спб. 1887; *А. де-Бари,* Сравнительная анатомія вегетативныхъ органовъ явнобрачныхъ и папоротникообразныхъ растеній, пер. *А. Бекетова,* Спб. 1880; *Эд. Страсбургеръ,* Краткое руководство для практическихъ занятій по микроскопической ботаникѣ, переводъ *Л. Рейнгардта* и *Л. Ришави,* Одесса, 1885; то-же руководство переведено подъ редакціею проф. *К. Тимирязева,* Москва, 1885; *Van Tieghem,* Traité de botanique, Paris 2-me ed; *L. Dippel,* Das Mikroscop, 2-ter Bd. Braunschweig, 1869.

Совѣщательные часы, какъ и въ осеннемъ полугодіи.

17) Ординарный профессоръ И. Ѳ. Шмальгаузенъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (9 ч.). Общая морфологія растеній по 3 часа; морфологія и систематика споровыхъ растеній (слоевцовыя: водоросли и грибы) по 2 часа; практическія упражненія по опредѣленію цвѣтковыхъ растеній по 2 часа и по слоевцовымъ споровымъ растеніямъ по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Шмальгаузенъ, Краткій учебникъ ботаники, Кіевъ, 1887; *Бородинъ,* Краткій учебникъ ботаники, Спб. 1888; *Goebel,* Grundzüge der Systematik, Lpz. 1882; *Шмальгаузенъ,* Флора юго-западной Россіи, Кіевъ, 1886 (для практическихъ занятій).

Совѣщательные часы: вторникъ и четвергъ 11—12.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (9 ч.). Общая морфологія растеній (обозрѣніе группъ царства растеній) по 3 часа; морфологія и систематика споровыхъ растеній (мохообразныя и папоротникообразныя растенія) по 2 часа въ недѣлю; практическія упражненія по опредѣленію цвѣтковыхъ растеній по 4 ч. въ недѣлю.

Пособія и *совѣщательные часы* тѣ-же что и въ осеннемъ полугодіи.

18. Ординарный профессоръ Н. В. Бобрецкій.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (10 ч.). Анатомія человѣка (ученіе о клѣточкѣ и о тканяхъ, скелетъ, мускулатура, пищеварительная система) по 3 часа въ недѣлю; эмбріологія по 2 часа; краткій курсъ зоологіи для студентовъ медицинскаго факультета по 3 часа; практическія упражненія по зоологіи по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Lehrbuch der Anatomie des Menschen von *C. Gegenbaur,* 4-te Aufl. 1890; *Паншъ,* Основы анатоміи человѣка, пер. подъ ред. Таранецкаго, Спб. 1887—1888; *Келликеръ,* Основы исторіи развитія человѣка и высшихъ животныхъ, пер. подъ ред. Заварыкина, Спб. 1882; *Hertwig,* Lehrbuch der Entwickelungsgeschichte des Menschen und der Wirbelthiere, Jena, 1888 (русскій переводъ, Одесса, 1889).

Совѣщательные часы: суббота 12—1.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (9 ч.). Анатомія человѣка (сосудистая система, мочеполовые органы, нервная система и органы чувствъ) по 3 часа; гистологія по 2 часа; краткій курсъ сравнительной анатоміи для студентовъ медицинскаго факультета по 2 часа; практическія упражненія по гистологіи по 2 часа.

Пособія по анатоміи человѣка тѣ-же что и въ прошломъ полугодіи, а по гистологіи: *Шенкъ,* Основы нормальной гистологіи человѣка, перев. съ нѣм. подъ ред. Кучина, Харьковъ, 1886; Основы къ изученію микроскопической анатоміи подъ ред. *Лавдовскаго* и *Овсянникова,* Спб. 1887—1888; Lehrbuch der Histologie von *Carl Toldt,* 3-te Aufl. 1888; Histologie für Studierende von *E. A. Schäfer,* übers. von *Krause,* Lpz. 1889.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ 1—2, суббота 12—1.

19. Приватъ-доцентъ В. К. Совинскій.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (6 ч.). Позвоночныя животныя (рыбы, земноводныя и пресмыкающіяся) по 4 часа; практическія упражненія по анатоміи позвоночныхъ по 2 часа въ недѣлю.

Пособія: Claus, Lehrbuch der Zoologie, 4-te Aufl, а также въ русскомъ переводѣ: учебникъ зоологіи для высшихъ учебныхъ заведеній, Одесса, 1888; *Wiedersheim,* Lehrbuch der vergleichenden Anatomie der Wirbelthiere, 2-te Aufl. 1886; *Браунъ,* практическое руководство по анатоміи животныхъ, пер. Э. Брандта, Спб. 1887.

Совѣщательный часъ: суббота 11—12.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (6 ч.). Позвоночныя животныя (птицы и млекопитающія) по 4 часа; практическія упражненія по анатоміи позвоночныхъ по 2 часа въ недѣлю.

Пособія и *совѣщательные часы* тѣ-же, что и для осенняго полугодія.

20. Ординарный профессоръ Н. А. Бунге.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (9 ч.). Техническая химія (химическія производства, стекла, керамика, металургія) по 3 часа въ недѣлю; руководство въ практическихъ занятіяхъ по химическому и техническому анализамъ по 3 часа въ недѣлю для каждой изъ двухъ группъ студентовъ.

Пособія: Ильенковъ, Курсъ химической технологіи, 2-е изд. Спб. 1867; *Wagner,* Handbuch der chemischen Technologie, 13-te Aufl. Lpz. 1889; *Payen,* Precis de chimie industrielle, 8-me ed. Paris, 1878; *Ost,* Lehrbuch der technischen Chemie, Berlin, 1890; *Меншуткинъ,* Аналитическая химія, Спб. 1888; *Вахтель,* Руководство къ техническому анализу, Спб. 1888; *Бунге,* программа по технической химіи, (Кіевъ 1888), въ которой указана важнѣйшая литература предмета.

Совѣщательный часъ: суббота 12—1.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (9 ч.). Техническая химія (углеводы и производства, основанныя на броженіи) по 3 часа; руководство въ практическихъ занятіяхъ по химическому и техническому анализамъ по 3 часа для каждой изъ двухъ группъ студентовъ.

Пособія и *совѣщательные часы* тѣ-же, что и въ осеннемъ полугодіи.

21. Экстра-орд. проф. С. М. Богдановъ.

А) Въ *осеннемъ* полугодіи 1890 года (6 ч.). Ученіе о культурныхъ растеніяхъ и почвовѣдѣніе по 3 часа; практическія упражненія по изслѣдованію почвъ и удобреній по 3 часа въ недѣлю.

Пособія: Лангенталъ, Руководство къ познанію и воздѣлыванію сельскохозяйственныхъ растеній (2 первыхъ выпуска на русскомъ языкѣ, третій — на нѣмецкомъ, послѣднее изданіе); *А. Майеръ,* Учебникъ земледѣльческой химіи (нѣмецкое изданіе 1886); *Ф. Габерландтъ,* Общее сельскохозяйственное растеніеводство, 1880; *Schmied,*

Bodenlehre, 1886; *Goltz,* Handbuch der gesammten Landwirtschaft, 1889; *Густавсонъ,* Двадцать лекцій агрономической химіи, 1888; *Wahnschaffe,* Anleitung zur wissenschaftlichen Bodenuntersuchung, 1887.

Совѣщательный часъ: суббота 10—11.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (6 ч.). Техника земледѣлія по 3 часа въ недѣлю; практическія упражненія по изслѣдованію растительныхъ и животныхъ продуктовъ, получаемыхъ въ сельскомъ хозяйствѣ.

Пособія: Krafft, Lehrbuch der Landwirthschaft, послѣднее изданіе; *Grandeau,* Traité d'analyse des matières agricoles; *Wüst,* Landwirschaftliche Maschinenkunde, второе изд. а также названныя выше сочиненія *Goltz'*а и *Густавсона.*

Совѣщательный часъ: послѣ лекцій.

Деканъ *Θ. Гарничъ-Гарницкій.*

Г. Лекціи Юридическаго факультета.

1. Экстраординарный профессоръ Л. Н. **Казанцевъ** читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 г. (10 ч.)—а) исторію римскаго права, понедѣльникъ и пятница 12—1 ч., четвергъ 12—2 ч.; б) римское семейственное и наслѣдственное право, вторникъ 12—2 ч. и среда 10—12 ч., и в) ведетъ практическія занятія по римскому наслѣдственному праву, понедѣльникъ 1—2 и пятница 11—12 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 г. (10 ч.)—а) общую часть римскаго гражданскаго права, понедѣльникъ и пятница 12—1 ч., четвергъ 12—2 ч.; б) римское обязательственное право, вторникъ 12—2 и среда 10—12 и в) руководитъ практическими занятіями по римскому обязательственному праву, понедѣльникъ 1—2 и пятница 11—12 ч.

Практическія занятія состоятъ въ чтеніи и толкованіи отдѣльныхъ фрагментовъ и цѣлыхъ титуловъ изъ Corpus juris civilis и прочихъ источниковъ, служащихъ основаніемъ теоретическихъ лекцій, а также въ письменномъ и устномъ разборѣ практическихъ примѣровъ по сборникамъ Гиртаннера и Іеринга.

Пособія: По исторіи римскаго права—*Пухта,* Исторія римскаго права, перев. Лицкаго, 1865; *Паделлети,* Исторія римскаго права, перев. проф. Азаревича, Одесса, 1885; Литографированный курсъ самого преподавателя; *Schulin,* Lehrbuch d. Geschichte d. römischen Rechts, Stuttgart, 1889; *Esmarch,* Römische Rechtsgeschichte, Cassel, 1877—80;

По системѣ римскаго права—*Баронъ,* Система римскаго гражданскаго права, перев. Петражицкаго, Кіевъ, 1888; *Азаревичъ,* Система римскаго права, Спб. 1887 и Варшава 1889; *Dernburg,* Pan-

dekten, 2-te Aufl. 1889; *Ortolan,* Explication historique des Institutes de Justinian, éd. 12, Paris, 1883.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 2—3 ч.

2. Заслуженный ординарный профессоръ В. Г. Демченко (деканъ) читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 г. (6 ч.) — а) гражданское право (семейственное и наслѣдственное), вторникъ, среда и суббота 12—1 ч. и пятница 11—12 ч. и б) ведетъ практическія занятія по гражданскому праву, вторникъ 1—2 и пятница 12—1 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (6 ч.) — а) гражданское право (вещное и обязательства) понедѣльникъ, вторникъ, пятница и суббота 12—1 ч. и б) ведетъ практическія занятія по гражданскому праву, вторникъ и пятница 1—2 ч.

Практическія занятія состоятъ въ изложеніи приготовленныхъ слушателями работъ по указаннымъ имъ источникамъ и пособіямъ.

Пособія: Сводъ законовъ т. X, ч. I-я изд. 1887; *Боровиковскій,* Законы гражданскіе (св. зак. т. X, ч. I-я) съ объясненіями по рѣшеніямъ гражд. кассац. департ. Сената, изд. 6-е 1888; Сводъ мѣстныхъ узаконеній губерній Остзейскихъ, ч. 3 (законы гражданскіе) Спб. 1864; Собраніе гражданскихъ законовъ Ц. Польскаго, Спб. 1870; *Неволинъ,* Исторія россійскихъ гражданскихъ законовъ (3, 4 и 5 т. полн. собр. его сочиненій. 1857); *Побѣдоносцевъ,* Курсъ гражданскаго права, т. I, изд. 3, 1883 г., т. II, изд. 2, 1875 г. и т. III, изд. 1880 г.; *Мейеръ,* Русское гражданское право, изд. 4-е, 1864; *Stobbe,* Handbuch des deutschen Privatrechts, 1—5 B-de, изд. 1883—86; *Laurent,* Cours élémentaire de droit civil, v 1—4, 1879. Для пользованія кассаціонными рѣшеніями — Систематическій сводъ рѣшен. кассац. департ. т. I, изд. 1877 г. *Думашевскаго,* а также систематическіе сборники ихъ за отдѣльные годы (Книрима, Ковалевскаго и Боровиковскаго).

Совѣщательный часъ: среда 1—2 ч.

3. Ординарный профессоръ П. П. Цитовичъ читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (8 ч.) — а) гражданское судопроизводство, понедѣльникъ 11—1 ч. и суббота 10—12 ч.; б) торговое право (общій курсъ) вторникъ и четвергъ 10—12 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (8 ч.) — а) гражданское право (общая часть), понедѣльникъ 11—1 ч. и суббота 10—11 ч.;

б) торговое право (вексельное и морское), вторникъ, четвергъ 10—12 ч. и суббота 11—12 ч.

Пособія: По гражданскому процессу—*Малышевъ,* Курсъ гражданскаго судопроизводства, 1—3 т. 1875—1879; *Цитовичъ,* Конспектъ лекцій по гражданскому процессу 1888 г.; по гражданскому праву—*Unger,* System d. österreichischen allgem. Privatrechts, 1—2 B-de, 1860; *Laurent,* Cours élémentaire de droit civil, 4 vol. 1879; *Мейеръ,* Курсъ гражданскаго права; 4 изд. 1874; *Цитовичъ,* Конспектъ лекцій по гражданскому праву, Кіевъ, 1889 г.; по торговому праву—*Endemann,* Handbuch des Handels-Wechsel-und See-Rechts, 4 B-de, 1883—1884; *Цитовичъ,* Очеркъ основныхъ понятій торговаго права, 1886; *Его-же,* Курсъ вексельнаго права 1887 г. и Конспектъ лекцій по морскому торговому праву 1889 года.

Совѣщательный часъ: четвергъ 12—1 ч.

4. Ординарный профессоръ Д. Г. Тальбергъ (секретарь факультета) читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (5 ч.)—уголовное право (общая часть), понедѣльникъ, пятница 12—1 ч., вторникъ 11—12 ч., четвергъ и суббота 1—2 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (5 ч.)—а) уголовное судопроизводство, понедѣльникъ 11—12 ч., среда 12—1 ч., пятница и суббота 11—12 ч.; б) практическія занятія по уголовному праву (рефераты по заданнымъ темамъ и разборъ случаевъ судебной практики), четвергъ 1—2.

Пособія: По уголовному праву—*Сергѣевскій,* Русское уголовное право, изд. 2, Спб. 1890; *Таганцевъ,* Лекціи по русскому уголовному праву, вып. I, Спб. 1887, вып. II, Спб. 1888; *Кистяковскій,* Элементарный учебникъ уголовнаго права, Кіевъ, 1882; *Фойницкій,* Ученіе о наказаніи, Спб. 1889; *Garraud,* Précis de droit criminel, Paris, 1885; *Hugo-Meyer,* Lehrbuch des deutschen Strafrechts, 1886; *Liszt,* Lehrbuch des deutschen Strafrechts, 1884 г.; по уголовному судопроизводству—*Д. Тальберга,* Русское уголовное судопроизводство, т. I, Кіевъ, 1889; *Фойницкій,* Курсъ русскаго уголовнаго судопроизводства, т. I, Спб. 1884; *Чебышевъ-Дмитріевъ,* Русское уголовное судопроизводство, Спб. 1875; *Faustin-Hélie,* Traité de l'instruction criminelle, t. I—VIII, Paris 1867; *Garraud*—вышеуказан. сочиненіе; *Geyer,* Lehrbuch d. gemeinen deutschen Strafprocessrechts, 1880; *Ullmann,* Lehrbuch des österreich. Strafprocessrechts, 1882.

Совѣщательный часъ: суббота 12—1 ч.

5. Приватъ-доцентъ Н. В. Самофаловъ читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (3 ч.) — особенную часть уголовнаго права (преступленія противъ личности и имущественныя посягательства) съ практическими занятіями, понедѣльникъ 10—11 и среда 10—12 ч.

Б) Въ *весеннемъ* полугодіи 1891 года (3 ч.) — особенную часть уголовнаго права (преступленія государственныя, религіозныя, противъ общественнаго довѣрія, правъ семейственныхъ и законовъ о состояніяхъ) съ практическими занятіями—понедѣльникъ 10—11 ч. и среда 10—12 ч.

Пособія: Лохвицкій, Курсъ уголовнаго права, Спб. 1871; *Неклюдовъ,* Руководство къ особенной части уголовнаго права, т. I—IV, 1876; *Будзинскій,* О преступленіяхъ въ особенности, Варшава, 1887; Уложеніе о наказаніяхъ и уставъ о наказаніяхъ, налагаемыхъ мировыми судьями, изд. 1885; Сборникъ рѣшеній уголовнаго кассаціоннаго департамента Сената (ежегодно 1 томъ); *Сергѣевскій,* Казуистика, Ярославль, 1882; *Osenbrüggen,* Kasuistik d. Criminalrechts, Sshaffhausen, 1858.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 11—12 ч.

6. Ординарный профессоръ М. Ф. Владимірскій-Будановъ читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (7 ч.) — а) исторію русскаго государственнаго права 1-го и 2-го періодовъ, вторникъ, четвергъ и пятница 11—12 ч.; б) исторію русскаго уголовнаго и гражданскаго права, понедѣльникъ 11—12 и суббота 10—11 ч.; в) ведетъ практическія занятія, состоящія въ истолкованіи договоровъ съ греками, Русской правды, Псковской и Новгородской судныхъ грамотъ, понедѣльникъ 12—1 и суббота 11—12 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (7 ч.) — а) исторію русскаго права 3-го періода, вторникъ, четвергъ и пятница 11—12 ч.; б) исторію процесса, понедѣльникъ 11—12 и суббота 10—11 ч.; в) ведетъ практическія занятія, состоящія въ толкованіи памятниковъ послѣдующаго времени, понедѣльникъ 12—1 и суббота 11—12 ч.

Пособія: Сергѣевичъ, Лекціи и изслѣдованія, Спб. 1883; *Бѣляевъ,* Лекціи по исторіи русскаго законодательства, М. 1879; *Неволинъ,* Исторія россійскихъ гражданскихъ законовъ, Спб. 1857;

Кромѣ того—Обзоръ исторіи русскаго права и Христоматія по исторіи русскаго права—самого преподавателя.

Совѣщательный часъ: пятница 10—11 ч.

7. Заслуженный ординарный профессоръ А. В. Романовичъ-Славатинскій читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (9 ч.)—а) русское государственное право (основные законы и государственныя учрежденія), среда, пятница и суббота 12—2 ч.; б) международное право (введеніе, исторія, субъекты международнаго права, основныя права государствъ, государствен. территор. и договоры) понедѣльникъ 11—12 и четвергъ 11—1 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (9 ч.)—а) русское государственное право (губернскія учрежденія, законы о состояніяхъ и уставы о службѣ гражданской), среда, пятница и суббота 12—2 ч.; б) международное право (особенная часть), вторникъ 11—12 и четвергъ 11—1 ч.

Пособія: По государственному праву — *А. Романовичъ-Славатинскій,* Система русскаго государственнаго права, Кіевъ 1887 г. и Пособіе для изученія русскаго государственнаго права, Кіевъ, 1871; Сводъ законовъ, т. I, II, III, IX и полное собраніе законовъ (нужные для историческихъ справокъ томы); по международному праву—*Гефдтеръ,* Европейское международное право, перев. Таубе, 1880; *v. Bulmerincq,* Das Völkerrecht, 1889; *Ch. Calvo,* Manuel de droit international, 2 éd. 1884; *Блунчли,* Современное международное право, перев. подъ редакц. гр. Комаровскаго, 1877; *Мартенсъ,* Современное международное право цивилизованныхъ народовъ, т. I, 1882 г.; *Стояновъ,* Очеркъ теоріи и догматики международнаго права 1875 г.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 12—1.

8. Ординарный профессоръ О. О. Эйхельманъ читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (7 ч.)—а) международное право, ч. I, (понятіе, источники, субъекты и объекты международнаго права, трактаты и посольское право), понедѣльникъ 11—12 и четвергъ 11—1 ч.; б) русское государственное право, ч. I, (источники, верховная власть, права подданныхъ и сословій, законодательство и учрежденія верховнаго управленія), среда и пятница 12—2 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (7 ч.)—а) международ-

ное право, ч. II, (консульское право, права иностранцевъ, международное частное право, отдѣльныя международныя отношенія, право во время войны), вторникъ 11—12 и четвергъ 11—1 ч.; б) Русское государственное право, ч. II, (центральныя и мѣстныя учрежденія и государственная служба), среда и пятница 12—2 ч.

Пособія: Holtzendorff, Handbuch d. Völkerrechts, I—IV B-de, Berl. 1885—87; *Mohl,* Encyclopaedie der Staatswissenschaften, 1872; *Engelmann,* Staatsrecht d. Kaiserthums Russland, 1889; самого преподавателя: 1) Введеніе въ систему международнаго права, Кіевъ, 1889—90; 2) Замѣтки изъ лекцій по международному праву, Кіевъ, 1889; 3) Хрестоматія русскаго международнаго права т. I, II, Кіевъ, 1887—89; 4) Очерки изъ лекцій по русскому государственному праву, Кіевъ, 1890; 5) Обзоръ центральныхъ и мѣстныхъ учрежденій управленія въ Россіи, Кіевъ, 1890; Сводъ законовъ, т. I—III, IX, XI и XIV.

Совѣщательный часъ: суббота 2—3 ч.

9. Приватъ-доцентъ П. А. Лашкаревъ читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (4 ч.)—Церковное право (источники церковн. права и общее устройство православной церкви), вторникъ и четвергъ 10—12 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 г. (4 ч.)—Церковное право (система дѣйствующаго церковнаго права), вторникъ и четвергъ 10—12 ч.

Пособія: Архим. *Іоина,* Опытъ курса церковнаго законовѣдѣнія, Спб. 1851; *П. Лашкарева,* Право церковное въ его основахъ, видахъ и источникахъ, Кіевъ, 1889; *Скворцова,* Записки по церковному законовѣдѣнію, Кіевъ, 1863; *Т. Барсова,* Сборникъ дѣйствующихъ и руководственныхъ церковныхъ и церковно-гражданскихъ законовъ по вѣдомству православнаго исповѣданія, Спб. 1885; *Бердникова,* Краткій курсъ церковнаго права православной греко-россійской церкви, Казань, 1888; и его-же, Дополненіе къ краткому курсу церковнаго права, Казань, 1889 г.

Совѣщательный часъ: вторникъ 12—1 ч.

10. Ординарный профессоръ А. Я. Антоновичъ читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (6 ч.)—Полицейское право (исторія полицейскаго права и благочиніе), понедѣльникъ, вторникъ, четвергъ и пятница 10—11 ч., суббота 10—12 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (6 ч.)—Полицейское право (благоустройство), понедѣльникъ, вторникъ и четвергъ 10—11 ч., пятница 12—2 ч.

Пособія: А. Антоновичъ, Курсъ государственнаго благоустройства, Кіевъ, 1890; *Н. Буше,* Полицейское право, *И. Андреевскій,* Полицейское право, Спб. 1874—1876; Сводъ законовъ, т. XI—XIV, и полное собраніе законовъ.

Совѣщательный часъ: пятница 11—12 ч.

11. И. д. экстраорд. профессора Н. П. Ясинопольскій читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 г. (3 ч.) — Финансовое право, 1-я ч. (общія свѣдѣнія, о расходахъ государства, государств. имущества, регаліи, пошлины и налоги вообще и прямые налоги въ частности), среда 12—2 ч. и суббота 12—1 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (3 ч.) — Финансовое право, ч. II-я, (косвенные налоги, натуральн. повинности, финансовыя учрежденія, бюджетъ, казначейство, контроль, мѣстное хозяйство и государственный кредитъ), среда 1—2 ч. и суббота 12—2 ч.

Пособія: Д. Львовъ, Курсъ финансоваго права, 1887; *Лебедевъ,* Финансовое право, вып. 1-й, изд. 2, 1889, вып. 2-й 1882, вып. 3-й 1883 и вып. 4-й 1885; *Янжулъ,* Основныя начала финансовой науки, Москва, 1890; *W. Roscher,* System der Finanzwissenschaft, 3-e Aufl. 1889; *A. Wagner,* Finanzwissenschaft, I—III Th. 1883—1889; *L. Stein,* Lehrbuch der Finanzwissenchaft, 5-te Aufl. 1885 — 86; *Schönberg* Handbuch d. Politischen Oekonomie B. III (Finanzwissenschaft und Verwaltungslehre), 2-te, Aufl. 1885; *Leroy-Beaulieu,* Traité de la science des finances, I—II v. 4-me édit. 1888.

Совѣщательный часъ: суббота 1—2 ч.

12. Ординарный профессоръ Д. И. Пихно читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (7 ч.) — а) политическую экономію (производство и обмѣнъ) вторникъ и среда 12—1 ч., суббота 11 — 12 ч.; б) Статистику (теорію статистики), четвергъ 12—2 ч. и в) ведетъ практическія занятія по политической экономіи, чтеніе классическихъ авторовъ, рефераты и объяснительныя бесѣды по читаемому курсу) среда 1—2 ч. и суббота 12—1 ч.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 года (7 ч.) — а) политическую экономію (теорія доходовъ, потребленіе и исторія экономическихъ ученій), вторникъ и среда 12—1 ч., суббота 11—12 ч.; б) статистику (народонаселенія), четвергъ 12—2 ч. и в) ведетъ практическія занятія по политической экономіи (чтеніе классическихъ авторовъ, рефераты и объяснительныя бесѣды по читаемому курсу), среда 1—2 ч. и суббота 12—1 ч.

Пособія: По политической экономіи—*Пихно,* Основанія политической экономіи, Кіевъ, 1890; *Бунге,* Основанія политической экономіи, Кіевъ, 1870; *Вреденъ,* Курсъ политической экономіи, Спб. 2-е изд. 1880; *Ходскій,* Краткій курсъ политической экономіи, Спб. 1884; *Георгіевскій,* Пособіе къ лекціямъ по политической экономіи; *W. Roscher,* System der Volkswirthschaft, I—III B-de, 1882; *Schönberg,* Handbuch der Politischen Oekonomie, 1885; По статистикѣ—*Янсонъ,* Теорія статистики, 2-е изд. 1887; Его-же, Монографіи по теоріи и исторіи статистики, Спб. 1879; Его-же, Сравнительная статистика, т. I, Спб.; *Бунге,* Курсъ статистики, Кіевъ, 1876 г.

Совѣщательный часъ: вторникъ 1—2 ч.

13. Заслуженный ордин. профессоръ Н. К. Ренненкампфъ (ректоръ) читаетъ:

А) Въ *осеннее* полугодіе 1890 года (5 ч.) — а) Энциклопедію права (общая часть), понедѣльникъ и среда 11—12 ч., вторникъ и четвергъ 10—11 ч.; б) Исторію философіи права (древнюю) пятница 10—11.

Б) Въ *весеннее* полугодіе 1891 г. (5 ч.)—а) Энциклопедію права (особенная часть) понедѣльникъ и среда 11—12 ч., вторникъ и четвергъ 10—11 ч. и б) исторію философіи права (новой) пятница 10—11 ч.

Пособія: Варнкёнигъ, Juristische Encyklopaedie 1853; *Вальтеръ,* Juristische Encyklopädie 1856; *Аренсъ,* Jurist. Encykl. 1857; *Гильдебрандтъ,* Geschichte und System d. Rechts-und Staatsphilosophie 1878; *Чичеринъ,* Исторія политическихъ ученій въ 4 т. 1869—1877; *Бартелеми де С. Илеръ,* Комментаріи на ученіе Аристотеля о политикѣ, 2 т. 1837 г.

Совѣщательный часъ: четвергъ 11—12 ч.

Примѣчаніе 1-е. Сверхъ вышеозначенныхъ предметовъ студенты юридическаго факультета обязаны слушать одинъ годъ Богословіе и выдержать изъ онаго испытаніе не позже 4 семестра (прав. о полукурсов. испыт.); имъ рекомендуется факультетомъ выслушать также курсъ судебной медицины, который они найдутъ въ росписаніи лекцій медицинскаго факультета.

Примѣчаніе 2-е. По правиламъ о полукурсовыхъ испытаніяхъ студенты юридическаго факультета, прослушающіе къ маю 1891 г. два семестра, подвергаются полукурсовому испытанію по первой его части, а прослушающіе четыре семестра подвергаются полукурсовому испытанію по второй части онаго; студенты же, прослушающіе къ тому времени шесть семестровъ, обязаны для зачета 5 и 6 полугодій представить указанную въ правилахъ письменную работу. Студенты, прослушавшіе до настоящаго времени 4—6 семестровъ и не выдержавшіе полукурсоваго испытанія въ маѣ и августѣ сего года, подвергаются вторично этому испытанію въ маѣ 1891 г.; не выдержавшіе вторичнаго испытанія увольняются изъ Университета.

Деканъ *В. Демченко.*

Д. Лекціи Медицинскаго Факультета.

Въ осеннее полугодіе 1890—91 академическаго года.

1. Экстраординарный профессоръ М. А. Тихомировъ (8 ч): Описательная анатомія. Систематическій курсъ анатоміи органовъ движенія: остеологія, синдемологія и міологія; систематическій курсъ анатоміи сосудовъ и первовъ (периферическій отдѣлъ ангіологіи и неврологіи) и анатомія органовъ чувствъ. Вторникъ и среда 8—10, четвергъ 8—9, пятница 8—9 и 11—12, и суббота 8—9.

Практическія занятія по анатоміи (12 ч.): ежедневно 5—7.

Кабинетъ, лабораторія и музей открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно отъ 6 ч. утра до 7 веч.

Пособія: Д. Зерновъ, Описательная анатомія человѣка. Ч. I и II. Москва, 1890. *Д. Зерновъ,* Руководство анатоміи нервн. системы человѣка. 2-е изд. Москва, 1885. *Паниъ,* Основы анатоміи человѣка. Перев. Таренецкаго. Спб., 1887. *Hyrtl,* Lehrbuch der Anatomie. 20-ste Aufl. Wien, 1889. *Hyrtl,* Handbuch der topogr. Anatomie. 7-te Aufl. Wien, 1882. *Gegenbaur,* Lehrbuch der Anatomie des Menschen. Leipzig, 1888.—Какъ справочныя книги: *Henle,* Handb. der systemat. Anatomie. Braunschweig, 1876. *Luschka,* Die Anatomie des Menschen. Tübingen, 1862. *Hyrtl,* Handb. der praktisch. Zergliederungskunst. Wien, 1860. Атласы: *Heitzmann,* Die descriptive und topogr. Anatomie in 600 Abbild. Wien, 1869. (Или: Русскій перев. Вишневскаго, Москва, 1886). *Henle,* Anatom. Handatlas. Braunschweig, 1874 (Или: *Генле,* Очеркъ анатоміи человѣка. Перев. Вагнера и Попова. Харьковъ, 1882).

Совѣщательные часы: вторникъ и среда 10—11, четвергъ 9—10, пятница 9—10 и 12—1, и суббота 9—10.

2. Приватъ-доцентъ Н. Н. Жукъ (4 ч.): Спеціальный курсъ анатоміи и топографіи грудной полости и органовъ въ ней расположенныхъ,—пятница 8—10. Горловыя болѣзни,—понедѣльникъ 5—7.

Пособія: По анатоміи: *Ришэ,* Практическое руководство хирургической анатоміи. Перев. подъ ред. Лесгафта. Спб., 1885. *Тилло,* Руководство топографической анатоміи. Перев. подъ ред. и съ примѣч. Таубера. Спб., 1884. *Генле,* Очеркъ анатоміи человѣка. Перев. подъ ред. Вагнера и Попова. Харьковъ, 1881. *Гиртль,* Топографическая анатомія. Спб., 1860—61.—По горловымъ болѣзнямъ: *Цимссенъ,* 4-й т. Руководство къ частной патологіи и терапіи. Харьковъ, 1875.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ 10—11 и среда 4—5.

3. Ординарный профессоръ С. И. Чирьевъ (8 ч.): Физіологія человѣка: введеніе въ физіологію, физіологія тканей: сократительной, нервной, железистой и соединительной, физіологія крови и кровообращенія, физіологія дыханія. Вторникъ, среда, четвергъ и суббота 11—1, въ томъ числѣ 2 часа безплатныхъ, предназначенныхъ спеціально для демонстраціи физіологическихъ аппаратовъ и опытовъ надъ животными.

Физіологическая лабораторія открыта для спеціальныхъ научныхъ занятій ежедневно 9—3.

Пособія: С. И. Чирьевъ, Физіологія человѣка. Кіевъ, 1889. *H. Beaunis,* Nouveaux éléments de physiologie humaine. 3-me édit. Paris, 1888. *Л. Ландуа,* Учебникъ физіологіи. Перев. Данилевскаго. Харьковъ, 1885. *Steiner,* Grundriss d. Physiologie. Leipzig, 1886. *L. Hermann,* Lehrbuch d. Physiologie. Berlin, 1886. *А. Шеффферъ,* Физіологическая химія. Кіевъ, 1882. *Г. Бунге,* Учебникъ физіологической и патологической химіи. Перев. Дерптъ, 1888.

Совѣщательные часы: вторникъ, четвергъ и суббота 1—2 въ физіологической лабораторіи.

4. Ординарный профессоръ П. И. Перемежко (4 ч.): Гистологія съ эмбріологіею: строеніе и развитіе системы органовъ кровообращенія и лимфатической, системы дыхательныхъ, пищеварительныхъ и моче-половыхъ органовъ, кожи, органовъ центральной нервной системы и органовъ чувствъ. Вторникъ и четвергъ 9—11.

Практическія занятія по гистологіи (4 ч.): пятница и суббота 9—11.

Гистологическая лабораторія открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—3 ч., кромѣ воскресныхъ и праздничныхъ дней.

Пособія: По гистологіи: Основанія къ изученію микроскопической анатоміи, подъ ред. *Лавдовскаго* и *Овсянникова*. Спб. 1887—88. Основы практической гистологіи, *Н. Кульчицкаго*. Ч. 2-я. Харьковъ, 1890. Основы нормальной гистологіи, *Шенка*. Перев. подъ ред. Кучина. Харьковъ, 1886. Lehrbuch der Gewebelehre, *Toldt*. 3-te Aufl. Stuttgart, 1888. Handb. der Histologie und Histochemie des Menschen, *Frey*. Leipzig, 1876.—По методикѣ гистологіи: Основы практической гистологіи, *Н. Кульчицкаго*. Ч. 1-я. Харьковъ, 1889. Микроскопъ и его употребленіе, *Тангоффера*. Перев. подъ ред. Хржонщевскаго. Кіевъ, 1881. Das Mikroskop und die mikroscopische Technik, *Frey*. Leipzig, 1881.— По эмбріологіи: Основы исторіи развитія человѣка и высшихъ животныхъ, *Келликера*. Перев. подъ ред. Заварыкина. Спб., 1882. Lehrbuch der Entwickelungsgeschichte des Menschen und der Wirbelthiere, *Hertwig*. Iena, 1888.

Совѣщательные часы: вторникъ и четвергъ 12—1.

5. Приватъ-доцентъ Я. Н. Якимовичъ (2 ч.): Микроскопическая техника: теорія простаго и сложнаго микроскопа; о механическихъ частяхъ микроскопа; о прибавочныхъ приборахъ; о способахъ изслѣдованія тканей; о мацераціи и диссоціаціи; о фиксаціи; о способахъ дѣланія разрѣзовъ; о просвѣтленіи непрозрачныхъ предметовъ; о красящихъ веществахъ; объ инъекціяхъ; о способахъ изслѣдованія микроорганизмовъ. Понедѣльникъ 10—12.

Пособія: Тангоффера, Микроскопъ и его употребленіе. Перев. подъ ред. Хржонщевскаго. Кіевъ, 1881. *А. Ранвье,* Техническій учебникъ гистологіи. Перев. подъ ред. Тарханова. Спб., 1876—1886. *Н. Кульчицкій,* Основы практической гистологіи. Ч. I: Ученіе о микроскопѣ и о способахъ микроскопическаго изслѣдованія. Харьковъ, 1889. *H. Frey,* Das Mikroskop und die mikroskopische Technik. Leipzig, 1881. *A. Bolles Lee* et *F. Henneguy,* Traité des methodes techniques de l'anatomie microscopique. Paris, 1887. *P. Latteux,* Manuel de technique microscopique. Paris, 1887. *Behrens, Kossel* und *Schiefferdecker,* Das Mikroskop und die Methoden der mikroskopischen Untersuchung. Braunschweig, 1889.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 12—1.

6. Экстраординарный профессоръ А. А. Садовень (4 ч.): Медицинская химія: о бѣлкахъ и углеводахъ, о составѣ пищевыхъ веществъ и пищеваренiи, о крови, лимфѣ и дыханiи. Понедѣльникъ 12—2, и пятница 12—1. Физіолого-патолого-химическій анализъ (для желающихъ). Суббота 4—5.

Практическія занятія по медицинской химіи (5 ч., въ томъ числѣ 3 ч. безпл.): вторникъ и среда 1—3, и суббота 2—3. Кромѣ того, для желающихъ (безплатно): ежедневно 10—5.

Лабораторія медицинской химіи открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно (кромѣ праздничныхъ дней) 9—5.

Пособія: По медицинской химіи: *Бунге,* Учебникъ физіологической и патологической химіи. Перев. Дерптъ, 1888. *Hoppe-Seyler,* Physiologische Chemie. Berlin, 1887—81. *Гоппе-Зейлеръ,* Руковод. къ физіолого-и патолого-химическому анализу. Перев. Спб., 1876. *Шеффферъ,* Физіологическая химія. Кіевъ, 1882. *Кошлаковъ,* Анализъ мочи. 2-е изд. Спб., 1887.

Совѣщательные часы: ежедневно въ часы свободные отъ лекцій 10—5.

7. Экстраординарный профессоръ Т. И. Лоначевскій-Петруняка (4 ч.): Фармакогнозія и фармація (3 ч). Химическая часть фармаціи: минеральныя и органическія соединенія; рецептура. Четвергъ, пятница и суббота 1—2. Судебная химія (1 ч.—для фармацевтовъ): среда 12—1.

Практическія занятія по фармаціи и судебной химіи (9 ч. для фармацевтовъ): среда 1—2, четвергъ 11—1 и 4—6, пятница и суббота 4—6.

Фармацевтическая лабораторія открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 10—6, исключая праздничныхъ дней.

Пособія: Для медиковъ и фармацевтовъ: *В. Тихомировъ,* Курсъ фармаціи. Москва, 1886. *Н. Ментинъ,* Курсъ фармакогнозіи. Варшава, 1888. *А. Чириковъ,* Курсъ фармакогнозіи. Харьковъ, 1890. *Ю. Траппъ,* Рецептура. Спб., 1880.—Для фармацевтовъ: *Ю. Траппъ,* Фармацевтическая химія. Спб., 1885. *F. A. Flückiger,* Pharmaceutische Chemie. Berlin, 1888. *Ю. Траппъ,* Руководство къ фармакогнозіи. Спб., 1868—69. *В. Тихомировъ,* Курсъ фармакогнозіи. Спб., 1885. *В. Тихомировъ,* Руководство къ изученію фармакогнозіи. Москва, 1890. *H. Beckurts* und *Bruno Hirsch,* Handb. der practisch.

Pharmacie. Stuttgart, 1887—89. *H. Hager,* Commentar zur Pharmacopoea Germanica. Edit. alt. Berlin, 1883. *H. Hager,* Руководство къ фармацевтической и медико-химической практикѣ. Перев. (выходитъ выпусками). Спб., 1888. *Ю. Трапп,* Наставленіе для судебно-химическаго изслѣдованія ядовъ. Спб., 1875. *Г. Драгендорффъ,* Судебно-химическое открытіе ядовъ. Спб., 1875. *G. Draguendorff,* Die gerichtlich-chemische Ermittelung von Giften. Göttingen, 1888. *F. L. Sonnenschein,* Handb. der gerichtlichen Chemie. Berlin, 1881.

Совѣщательные часы: среда 11—12 и пятница 12—1.

8. Ординарный профессоръ Э. Г. Гейбель (деканъ): Фармакологія (6 ч.): Органическія лекарственныя вещества, съ токсикологіею, рецептурою и ученіемъ о минеральныхъ водахъ. Понедѣльникъ, среда и суббота 12—1, вторникъ 10—11, и пятница 12—2. Исторія медицины (2 ч.): понедѣльникъ и суббота 2—3.

Практическія занятія по демонстраціи и производству главнѣйшихъ фармакологическихъ и токсикологическихъ опытовъ (4 ч. безпл.)—по группамъ, въ фармакологической лабораторіи: вторникъ и пятница 2—4.

Фармакол. кабинетъ и лабораторія открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 10—4, кромѣ праздничныхъ дней.

Пособія: По фармакологіи: *Schmiedeberg,* Grundriss der Arzneimittellehre. 2-te Aufl. Leipzig, 1888. *Бинцъ,* Лекціи по фармакологіи (Изд. журн. Практической Медицины, 1886). *Buchheim-Harnack,* Handb. der Arzneimittellehre. Hambg. und Leipzig, 1883. *Nothnagel* und *Rossbach,* Handb. der Arzneimittellehre. 6-te Aufl. Berlin, 1887. По исторіи медицины: *Haeser*, Lehrbuch der Geschichte der Medicin. 3-te Aufl. *Wunderlich,* Geschichte der Medicin. Stuttgart, 1859.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ, среда и суббота 1—2.

9. Экстраординарный профессоръ В. В. Подвысоцкій (6 ч.): Общая патологія (4 ч.): патологическая физіологія крови и кровообращенія; воспаленіе; термопатологія и лихорадка; органопатологія (2-я часть: кожа и дыханіе). Среда и суббота 10—12.

Частный курсъ: Общая патологія инфекціонныхъ болѣзней (2 ч.): общая морфологія микробовъ патогенныхъ; общая біологія микробовъ патогенныхъ; методы изслѣдованія бактерій. Суббота 5—7.

Лабораторія общей патологіи открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно, кромѣ праздниковъ, 8—2 и 4—7.

Пособія: Основы общей патологіи, *В. В. Подвысоцкаго,* Спб. 1890. *В. Пашутинъ,* Курсъ общей паталогіи. Спб., 1885—1890. *E. Ziegler,* Allgemeine pathologische Anatomie. 6-te Aufl. Iena, 1890. *Конгеймъ,* Лекціи общей патологіи. Перев. Спб., 1881. *Hallopeau,* Pathologie générale. Paris, 1890.

Совѣщательные часы: ежедневно, кромѣ праздниковъ, 12—1.

10. Ординарный профессоръ Г. Н. Минхъ (6 ч.): Патологическая анатомія. Систематическій курсъ: болѣзни центральной и периферической нервной системы; болѣзни дыхательнаго и моче-половаго аппарата. Вторникъ 12—2, и суббота 1—3.

Практическія занятія по патологической гистологіи (6 ч.)—по группамъ: вторникъ, четвергъ и суббота 5—7. *Патолого-анатомическія вскрытія* въ военномъ госпиталѣ и Александровской больницѣ (6 ч.): понедѣльникъ 1—3, среда и пятница 12—2. *Техническій курсъ вскрытій* труповъ въ клиникахъ: въ неопредѣленное время, смотря по матеріалу.

Кабинетъ и лабораторія открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—2.

Пособія: Ziegler, Lehrbuch der pathol. Anatomie. 5-te Aufl. Iena, 1889. *Birch-Hirschfeld,* Lehrbuch der pathol. Anatomie. 2-te Aufl. Leipzig, 1884. *Osc. Jsrael,* Practicum der pathol. Histologie. Berlin, 1889. *Orth,* Compendium der pathol.-anatomischen Diagnostik. 2-te Aufl. Berlin, 1878.

Совѣщательные часы: вторникъ $11^1/_2$—12, четвергъ и суббота $12^1/_2$—1.

11. Приватъ-доцентъ И. И. Судакевичъ (2 ч.): Патологическая анатомія: Болѣзни моче-половаго аппарата. Четвергъ 1—3.

Пособія: Ziegler, Lehrb. der patholog. Anatomie. 5-te Aufl. Iena, 1888. *Birch-Hirschfeld,* Lehrbuch der patholog. Anatomie. 2-te Aufl. Leipzig, 1884.

Совѣщательный часъ: четвергъ 12—1.

12. Экстраординарный профессоръ Ф. А. Лешъ (4 ч.): Врачебная діагностика: изслѣдованіе брюшной полости; болѣзни пищеварительныхъ органовъ; изслѣдованіе мочи; болѣзни почекъ; термометрія и лихорадочное состояніе; инфекціонныя болѣзни. Понедѣльникъ 10—11, четвергъ 9—11, и пятница 10—11.

Практическія занятія по врачебной діагностикѣ (5 ч.) въ пропедевтической клиникѣ: понедѣльникъ 8—10, четвергъ 8—9, и пятница 8—10.

Частный курсъ: Клиника внутреннихъ болѣзней (2 ч.), по вторникамъ 2—4.

Пропедевтическая клиника (при городской Александровской больницѣ) и лабораторія открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 8—6.

Пособія: Діагностика внутреннихъ болѣзней, *О. Фирордта*. Перев. Рубинштейна и Фридланда, подъ ред. Опенковскаго. Дерптъ, 1889. Руководство къ физическимъ методамъ изслѣдованія внутреннихъ болѣзней, *Эйхгорста*. Перев. Вилькина и Гиршфельда. Спб., 1883. Руководство къ клиническимъ методамъ, *П. Гутмана*. Перев. Вишневскаго.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ и четвергъ 11—12.

13. Экстраординарный профессоръ Е. И. Афанасьевъ (4 ч.): Частная патологія и терапія: инфекціонныя болѣзни, болѣзни органовъ дыханія и болѣзни органовъ кровообращенія. Среда и суббота 8—10.

Практическія занятія по группамъ (4 ч.), въ Рейтарской больницѣ: вторникъ и пятница 6—8 ч. веч.

Рейтарская больница открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно съ 8 ч. утра до 8 ч. веч.

Пособія: Штрюмпель, Руководство къ част. патологіи и терапіи. Изд. Кравцова. Москва, 1889. *Эйхгорстъ,* Руков. къ част. патологіи и терапіи. Перев. Шапиро. Спб., 1887—88. *Ф. Нимейеръ,* Руков. къ част. патологіи и терапіи, обработанное Зейцемъ. Перев. Святловскаго. Спб., 1881—82. *Т. Юргенсенъ,* Руков. къ част. патологіи и терапіи. Перев. Гольдендаха. Москва, 1887—88. *М. Хомяковъ,* Курсъ част. патологіи и терапіи. Вып. I. Болѣзни моче-половыхъ органовъ. Казань, 1884. *Фюрбрингеръ,* Болѣзни мочевыхъ и полов. органовъ. Перев. Серебренникова. Спб., 1886. *Цимссенъ,* Руков. къ част. патологіи и терапіи. Русскій перев., отъ I до XVI томовъ. *Боткинъ,* Клиническія лекціи. Вып. I и II. Спб., 1886—87. *Либермейстеръ,* Лекціи объ инфекціонныхъ болѣзняхъ. Перев. Гинзбурга. Спб., 1885.

Совѣщательный часъ: вторникъ 5—6.

14. Приватъ-доцентъ З. Х. Зенкевичъ (4 ч.): Частная патологія и терапія: инфекціонныя болѣзни, болѣзни органовъ дыханія и болѣзни органовъ кровообращенія. Среда и суббота 8—10.

Практическія занятія (4 ч.): вторникъ и пятница 6—8.

Лабораторія и пріемный покой при терапевтической факульт. клиникѣ открыты для практическихъ занятій студентовъ по вторникамъ и пятницамъ 6—8 ч. веч.

Пособія: Ziemssen, Руков. къ част. патологіи и терапіи. Т. II—IX и XIII. *Eichhorst,* Руков. къ част. патологіи и терапіи. Перев. подъ ред. Шапиро. Спб., 1887—88. *Штрюмпель*, Руков. къ част. патологіи и терапіи. Перев. подъ ред. Шервинскаго. Москва, 1889—90. *Юргенсенъ*, Руков. къ част. патологіи и терапіи. Перев. Гольдендаха. Москва, 1887—88. *Ziemssen,* Клиническія лекціи. Перев. подъ ред. Дубелира. Москва, 1887—1890. *Избранныя лекціи иностранныхъ клиницистовъ*. Перев. подъ ред. Дубелира. Серія I (вып. I—X), и серія II (вып. I—VII). *Якшъ*, Клинич. діагностика внутр. болѣзней. Перев. подъ ред. Чудновскаго. Спб., 1890. *Leube*, Частная діагностика внутр. болѣзней. Спб., 1890. *Rosenthal*, Желудочные неврозы, катарръ желудка, и ихъ лѣченіе. Перев. подъ ред. Мисхора. Москва, 1887. *Ewald,* О способахъ изслѣдованія желудка и его содержимаго. Спб., 1889. *Jaworski*, Патологія и терапія болѣзней желудка. Перев. подъ ред. Тритшеля. Кіевъ, 1890.

15. Ординарный профессоръ И. А. Сикорскій (4 ч.): Систематическое и клиническое ученіе о нервныхъ и душевныхъ болѣзняхъ. Нервныя болѣзни: болѣзни периферической нервной системы и спиннаго мозга: понедѣльникъ 12—1. Клиника нервныхъ болѣзней: понедѣльникъ 1—2. Психіатрія—курсъ систематическій: среда 9—10. Психіатрическая клиника: пятница 10—11.

Практическія занятія по методикѣ изслѣдованія и діагностикѣ нервныхъ болѣзней (2 ч.): пятница 5—7 веч.

Кабинетъ и клиника нервныхъ болѣзней при городской Александровской больницѣ открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно отъ 8 утра до 7 веч.

Пособія: По нервнымъ болѣзнямъ: *Цимссенъ*, Руков. частной патологіи и терапіи. Т. XI и XII. Харьковъ, 1883. *Charcot*, Leçons sur les maladies du système nerveux. Paris, 1887. Tt. I—IV. *Эйленбургъ*, Руков. къ изученію функціональныхъ нерв. болѣзней. Перев. Манассеина. Спб., 1873. *Штрюмпель,* Болѣзни нервной системы. (Т. II. Ч. 1-я). Перев. подъ ред. Скалозубова. Москва, 1885. *Эрбъ*, Электротерапія. Перев. Дроздова. Спб., 1883. *Gowers*, Лекціи по діагностикѣ головнаго мозга. Перев. Говсѣева, подъ ред. Ковалев-

скаго. Харьковъ, 1887. *Gowers*, Діагностика болѣзней спиннаго мозга. Перев. Загека. Спб., 1881. *Розенбахъ*, Основы діагностики нервныхъ болѣзней. Спб., 1887. *Pierson*, Компендіумъ нервныхъ болѣзней. Перев. Ковалевскаго. Харьковъ, 1889.—По психіатріи: *Гризингеръ*, Душевныя болѣзни. Перев. Овсянникова. Спб., 1867. *Винсловъ*, Болѣзни мозга и души. Перев. Спб., 1870. *Мейнертъ*, Психіатрія. Перев. Ліона, подъ ред. Ковалевскаго. Харьковъ, 1885. *Крафтъ-Эбингъ*, Учебникъ психіатріи. Перев. Черемшанскаго. Спб., 1881. *Цимссенъ*, Руков. частной патологіи и терапіи. Т. XVI. Харьковъ, 1880. *Ковалевскій*, Психіатрія. Харьковъ, 1885. *Айрлендъ*, Идіотизмъ и тупоуміе. Перев. Томашевскаго. Спб., 1880.

Совѣщательный часъ: пятница 7—8 веч. въ городской Александровской больницѣ.

16. Ординарный профессоръ М. И. Стуковенковъ (5 ч.): Дерматологія съ ученіемъ о сифилисѣ. Дерматологія (систематическій курсъ): аномаліи роста верхней кожицы и ея придаточныхъ образованій (эпидермидозы); аномаліи роста согіі и подкожной соединительной ткани (хоріобластозы); грибковыя заболѣванія кожи. Клиника болѣзней кожи. Понедѣльникъ 12—1, и вторникъ 10—12. Ученіе о сифилисѣ: третичныя формы сифилиса; сифилисъ внутреннихъ органовъ; терапія сифилиса; методы опредѣленія ртути въ мочѣ; профилактика сифилиса частная и общественная. Клиника сифилитическихъ и венерическихъ болѣзней. Суббота 8—10.

Кабинетъ, лабораторія и клиника открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 8—3 ч.

Пособія: По дерматологіи: *Дюрингъ*, Руководство къ изученію болѣзней кожи. Перев. Фридберга, подъ ред. Бруева. Спб., 1884. *Моритцъ-Капози*, Патологія и терапія накожныхъ болѣзней. Перев. подъ ред. Кузнецова. Харьковъ, 1881. *Гансъ-Гебра*, Болѣзненныя измѣненія кожи. Русскій перев. Фейнберга и Гиршфельда. Спб., 1885. *Густавъ Берендъ*, Учебникъ накожныхъ болѣзней. Перев. подъ ред. Поспѣлова. 2-е изд. Москва, 1889. *Alfred Hardy*, Traité pratique et descriptif des maladies de la peau. Paris, 1886. *F. Berlioz*, Manuel pratique des maladies de la peau. Paris, 1889.—По ученію о сифилисѣ: *Э. Лансеро*, Ученіе о сифилисѣ. Перев. подъ ред. Тарновскаго и Шульговскаго. Спб., 1876. *А. Ге*, Курсъ венерическихъ болѣзней. 3-е изд. Казань, 1888. *Германъ Цейсль*, Основы патологіи и терапіи

сифилиса и связанныхъ съ нимъ венерическихъ болѣзней. 2-е изд., обработанное М. Цейслемъ, перев. Ширяева и Строковскаго. Москва, 1885. *Alfred Fournier*, Leçons cliniques sur la syphilis. 2-ème edit. Paris, 1881. *Louis Jullien*, Traité pratique des maladies veneriennes. 2-ème edit. Paris, 1886. *Эдмундъ Лессеръ*, Учебникъ венерическихъ болѣзней. Перев. Лянца. Смоленскъ, 1889.

Совпщательные часы: понедѣльникъ, пятница и суббота 10—12.

17. Приватъ-доцентъ С. П. Томашевскій (4 ч.): Сифилидологія съ демонстраціями: Историческій очеркъ ученія о сифилисѣ; первичныя сифилитическія пораженія; сифилитическія пораженія кондиломатознаго періода болѣзни. Среда и пятница 2—3.

Практическія занятія по сифилидологіи (2 ч.): понедѣльникъ 5—7.

Пособія: Э. Лансеро, Ученіе о сифилисѣ. Перев. подъ ред. Тарновскаго. Спб., 1877. *Ланг*, Лекціи по патологіи и терапіи сифилиса. Перев. Спб., 1868. *М. Капози*, Патологія и терапія сифилиса. Перев. Спб., 1882. *Alfred Fournier*, Leçons cliniques sur la syphilis, étudiée plus particuliérement chez la femme. 2-ème édit. Paris, 1881. *А. Ге*, Курсъ венерическихъ болѣзней. 3-е изд. Казань, 1888. *Louis Jullien*, Traité pratique des maladies veneriennes. 2-ème edit. Paris, 1886.

Совпщательный часъ: понедѣльникъ 2—3.

18. Приватъ-доцентъ А. К. Флейшеръ (6 ч.): Болѣзни мочеполовыхъ органовъ: Болѣзни мочеиспускательнаго канала и яичекъ. Вторникъ 2—3.

13-е отдѣленіе кіевскаго военнаго госпиталя открыто для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—1.

Пособія: *Geza von Antol*, Specielle chirurg. Palhologie und Therapie der Harnröhre und Harnblase. Stuttgart, 1888. *Дittель*, Стриктуры мочеиспускательнаго канала. Перев. Бѣльцова. Спб., 1880.

Совпщательный часъ: суббота 10—11.

19. Ординарный профессоръ В. В. Чирковъ (6 ч.): Терапевтическая факультетская клиника. Разборъ больныхъ по имѣющемуся клиническому матеріалу, преимущественно же: острыя инфекціонныя болѣзни, болѣзни желудка, кишекъ, печени, болѣзни крови и обмѣна веществъ. Вторникъ, четвергъ и суббота 9—11.

Практическія занятія по клиникѣ: обходъ больныхъ и проч.,— по понедѣльникамъ, вторникамъ, четвергамъ и субботамъ 6—8, и средамъ и пятницамъ 7—8.

Частный курсъ: Общая терапія (2 ч.): терапія грудныхъ органовъ, электротерапія, массажъ, гидротерапія и минеральныя воды. Среда и пятница 6—7.

Клиника и лабораторія при ней открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 8—2 и 6—8.

Пособія: Сборникъ *Цимссена* на русскомъ языкѣ. Т. II. Перев. подъ ред. Лашкевича. Харьковъ, 1879. Т. IV. Перев. Фридберга. Спб., 1882. Т. V. Перев. подъ ред. Крылова. Харьковъ, 1882. Т. VII. Ч. I. Перев. Хавкина. Харьковъ, 1881. Т. VII. Ч. 2. Перев. подъ ред. Лашкевича. Харьковъ, 1881. Т. VIII. Перев. Фридберга. Харьковъ, 1882. Т. IX. Перев. подъ ред. Крылова. Харьковъ, 1880. Т. XIII. Перев. Афанасьева, Хавкина и Фридберга. Харьковъ и Спб., 1878—1881. *Ziemssen*, Handb. der speciell. Pathologie und Therapie. 3-te Aufl. Bd. II. Leipz., 1886. *Ruehle*, Легочная чахотка. Перев. подъ ред. Чиркова. Кіевъ, 1888. *Eichhorst*, Handbuch der speciell. Pathologie und Therapie, 3-te Aufl. 1887; и русскій переводъ съ этого изданія. *Штрюмпель*, Руковод. къ частной патологіи и терапіи. Перев. Шервинскаго. Москва, 1889. Всѣ переводы учебника *Нимейера*. Клиническія лекціи *Боткина*. Спб., 1885—87. Клиническія лекціи *Захарьина*. Москва, 1889.

Совѣщательные часы: вторникъ и четвергъ 11—12.

20. Ординарный профессоръ К. Г. Тритшель (6 ч.): Терапевтическая госпитальная клиника. Клиническія лекціи по частной патологіи и терапіи. Понедѣльникъ, вторникъ и пятница 8—10.

Терапевтическая госпитальная клиника съ лабораторіей открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 8—1 ч. дня.

Пособія: *Штрюмпель*, Руковод. къ частной патологіи и терапіи. Спб., 1884—85. *Либермейстеръ*, Лекціи по частной патологіи и терапіи. Изд. журнала „Практ. Медицина“. *Боткинъ*, Клиническія лекціи. Вып. I и II. *Wreden*, Sammlung kurzer medicinischer Lehrbücher. Bd. 4, 5, 12; *Цимссенъ*, Клиническія лекціи. Перев. подъ ред. Дубелира. *Ziemssen*, Handb. der speciell. Pathologie und Therapie. 3-te Aufl. *Leube*, Specielle Diagnose der inneren Krankheiten. Leipzig, 1889.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ, вторникъ и пятница 10—12.

21. Экстраординарный профессоръ П. И. Морозовъ (6 ч.): Оперативная хирургія съ топографической анатоміей (4 ч.): Общее

ученіе объ операціяхъ и наиболѣе употребительныхъ хирургическихъ инструментахъ; операціи на кровеносныхъ сосудахъ; операціи на мышцахъ, сухожиліяхъ и нервахъ; ампутаціи и вылущенія. Вторникъ 8—10 и четвергъ 11—1.

Практическія занятія по оперативной хирургіи съ топографической анатоміей (8 ч.,—платныхъ 2 ч.) по группамъ: понедѣльникъ, вторникъ, среда и четвергъ 5—7.

Необязательно (для желающихъ): Спеціальный курсъ топографической и прикладной анатоміи (3 ч.): Анатомія шеи, груди, спины, живота и таза. Понедѣльникъ 8—9 и среда 8—10. *Практическія занятія* по этому курсу (2 ч.): суббота 5—7 (платный 1 ч.).

Операціонная и музей открыты для практическихъ занятій студентовъ по пятницамъ 5—7 веч.

Пособія: По предмету оперативной хирургіи съ топографической анатоміей: *Студенскій*, Оперативная хирургія. Казань, 1888. *Löbker*, Руковод. къ оперативной хирургіи. Перев. Харьковъ, 1888. *Бобровъ*, Курсъ оперативной хирургіи и хирург. анатоміи. Москва, 1887—88. *Геннеръ*, Краткое руковод. оперативной хирургіи. Спб., 1882. *Гютеръ*, Общая и частная хирургія. Перев. Спб., 1882—1885. *Mosetig-Moorhof*, Рукувод. къ хирург. техникѣ. Перев. Спб., 1887. *Фишеръ*, Общее ученіе объ операціяхъ и инструментахъ. Перев. Спб., 1882. *Каппелеръ*, Анэстезирующія средства. Перев. Спб., 1881. *Albert*, Lehrbuch der Chirurgie und Operationslehre. Wien und Leipz., 1884—85. *Hueter-Lossen*, Grundriss der Chirurgie. Leipzig, 1889—90.—По предмету спеціальнаго курса топографической и прикладной анатоміи: *Hyrtl*, Handbuch der topogr. Anatomie. 7-te Aufl. Wien, 1882. *Ришэ*, Практич. руководство хирург. анатоміи. Перев. Спб., 1886. *Tillaux*, Руковод. къ топогр. анатоміи. Перев. Спб., 1884. *Кругневскій*, Repetitorium по топогр. анатоміи. Спб., 1883. *Пироговъ*, Хирург. анатомія артеріальныхъ стволовъ и фасцій. Спб., 1881—82. *Чаусовъ*, Лекціи топографической анатоміи человѣка. Вып. I и II. Варшава, 1876—88. *Joessel*, Lehrbuch der topographisch-chirurgischen Anatomie. 1-ter. und 2-ter. Thl. Bonn, 1884—89. *Rüdinger*, Topographisch-chirurgische Anatomie des Menschen. Stuttgart, 1878—79. *Henke*, Topographische Anatomie des Menschen. Atlas. Berlin, 1879.

Совѣщательные часы: вторникъ 10—11 и четвергъ 12—1.

22. Заслуженный сверхштатный профессоръ В. А. Караваевъ (1 ч.): Оперативная хирургія: Курсъ нормальныхъ операцій. Пятница 2—3.

Практическія занятія по оперативной хирургіи (1 ч.): пятница 3—4.

Пособія: *Lõbker*, Operationslehre. Wien, 1884. *В. Караваевъ*, Оперативная хирургія. Кіевъ, 1886.

Совѣщательный часъ: пятница 3—4.

23. Приватъ-доцентъ О. А. Рустицкій (4 ч.): Оперативная хирургія съ топографической анатоміей. Перевязки артерій на продолженіи, ампутаціи, эксартикуляціи, резекціи и нѣкоторыя спеціальныя операціи. Пятница и суббота 5—7.

Пособія: *E. von Bergmann* und *H. Rochs*, Operations-Cursus an der Leiche. Berlin, 1889. *А. А. Бобровъ*, Оперативная хирургія и топографическая анатомія, 1889.

Совѣщательный часъ: пятница 4—5.

24. Экстраординарный профессоръ А. Д. Павловскій (6 ч.): Хирургическая патологія и терапія съ десмургіею и ученіемъ о переломахъ и вывихахъ. Хирургическая патологія и терапія (3 ч.): Ученіе о воспаленіи,—нагноеніи и раненіи; ушибъ и сотрясеніе тканей (shock); кровотеченіе и кровеостанавливаніе; тромбозъ и эмболія; prima intentio и другіе виды заживленія ранъ; осложненія при заживленіи ранъ: лихорадка, delirium tremens и—nervosum, рожа и другія инфекціонныя болѣзни ранъ—піэмія, септицэмія, госпитальная гангрена, травматическій столбнякъ, сибирская язва, сапъ и собачье бѣшенство; хроническія инфекціонныя болѣзни ранъ: туберкулозъ, actinomycosis и проказа; о язвахъ и свищахъ; объ омертвѣніи; объ ожогѣ и отмороженіи, и ученіе о новообразованіяхъ. Понедѣльникъ 1—3, и вторникъ 11—12.—Десмургія съ ученіемъ о переломахъ и вывихахъ (2 ч.): Перевязка ранъ антисептическая и асептическая; бинтовыя и косыночныя повязки; неподвижныя повязки; шинныя повязки и наиболѣе важные ортопедическіе аппараты; ученіе о переломахъ и вывихахъ. Среда 1—3.

Практическія занятія по десмургіи (1 ч.): вторникъ 2—3.

Пособія: По хирургической патологіи и терапіи: *Landerer*, Handbuch der allgemeinen chirurg. Pathologie und Therapie. Wien und Leipzig, 1890. Въ русскомъ переводѣ, подъ ред. Навроцкаго. Москва, 1890.

Кузьминъ, Курсъ хирург. патологіи и терапіи. Москва, 1886—88. *Tillmans,* Lehrbuch der allgem. Chirurgie. Leipzig, 1888. *Reclus, Kirmisson, Peyrof* et *Bonilly,* Manuel de pathologie externe. 4 vols. Paris, 1885.—По десмургіи: *Бобровъ,* Десмургія. Москва, 1886. *Его-же,* Ортопедія. *Студенскій,* Хирургическія повязки. Казань, 1881. *Esmarch,* Kriegschirurgische Technik,—въ оригиналѣ, или русскомъ переводѣ. *Фишеръ,* Общее ученіе о повязкахъ (Хирургія Питы и Бильрота. Т. II. Ч. I. Отд. 3). Спб., 1882. *Legendre, Barette* et *Lepage,* Traité pratique d'ahtisepsie (3-ème partie). Paris, 1888.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ и среда 12—1.

25. Приватъ-доцентъ И. В. Радзимовскій (4 ч.): Хирургическая патологія и терапія: О травматическихъ поврежденіяхъ и воспаленіяхъ суставовъ. Среда и суббота 10—11. Хирургическая діагностика: суббота 1—3.

Пособія: По хирургической патологіи: Хирургическая патологія проф. *Кузьмина*, Москва, 1886. Die allgemeine chirurgische Pathologie und Therapie, Prof. *Billroth* und *Winiwarter*, Berlin, 1887. Руководство къ общей хирургіи проф. *Кёнига*, изд. Риккера. Спб., 1887. Lehrbuch der allgemeinen Chirurgie, Prof. *Fischer*. Stuttgart, 1887. По діагностикѣ: Allgemeine chirurg. Semiotik und Diagnostik, von D-r *Oskar-Witzel,* Bonn 1888. Diagnostik der chirurg. Krankheiten, Prof. *Albert,* 4-te Aufl. Wien 1887.

Совѣщательный часъ: вторникъ 12—2.

26. Приватъ-доцентъ Л. А. Малиновскій (4 ч.): Хирургическая патологія съ демонстраціей больныхъ. Демонстративныя лекціи по хирургическимъ болѣзнямъ на амбулаторныхъ больныхъ. Среда и пятница 12—2.

Пособія: Руководство къ частной и общей хирургіи *Кёнига*. Перев. Фридберга. Изд. 1887. Общая и частная хирургія *Гютера*.

Совѣщательный часъ: пятница 2—3.

27. Приватъ-доцентъ Н. М. Волковичъ (6 ч.): Діагностика хирургическихъ заболѣваній; десмургія и ортопедія; горловыя, носовыя и ушныя болѣзни. Діагностика хирургическихъ заболѣваній (2 ч.): вторникъ и суббота 1—2. Десмургія и ортопедія (1 ч.): четвергъ 1—2. Горловыя, носовыя и ушныя болѣзни (2 ч.): понедѣльникъ 5—7.

Практическія занятія по горловымъ, носовымъ и ушнымъ болѣзнямъ (1 ч.): среда 5—6

Пособія: Кёнигъ, Руководство къ частной хирургіи, 1886—87. Перев. съ нѣм. изд. 1886. *Albert*, Diagnostik der chirurg. Krankheiten, 1887. *Schreiber*, Allgemeine und specielle orthopädische Chirugie mit Einschluss der orthopäd. Operationen, 1888. *Fischer*, Handbuch der allgem. Verbandlehre, 1884 (Deutsche Chirurgie, herausgeg. v. Billroth und Lücke). *Бобровъ*, Десмургія. 2-е изд. 1886. *Студенскій*, Хирургическія повязки. 2-е изд. 1881. *Его-же*, Курсъ ортопедіи, 1885. *Никитинъ*, Руков. къ изученію ларингоскопіи и болѣзней гортани. Спб. 1884. *Gollstein*, Die Krankheiten des Kehlkopfes, 1888. *Kirchner*, Руков. къ патологіи и терапіи ушныхъ болѣзней, 1889, перев. съ нѣм. изд. 1888. *Politzer*, Lehrbuch der Ohrenheilkunde, 2-te Aufl. 1887. *Gruber*, Lehrbuch der Ohrenkrankheiten, 1888. *Schech*, Die Krankheiten der Mundhöhle, des Rachens und der Nase, 1888.

Совѣщательные часы: вторникъ, четвергъ и суббота 2—3, и среда 6—7.

28. Ординарный профессоръ А. Х. Ринекъ (6 ч.): Хирургическая факультетская клиника. Клиническая хирургія. Вторникъ, четвергъ и суббота 11—1.

Практическія занятія по діагностикѣ хирургическихъ болѣзней и наложенію простыхъ и антисептическихъ повязокъ на амбулаторныхъ больныхъ: ежедневно 1—2.

Клиника открыта для визитаціи больныхъ съ 8 ч. утра до 8 веч. Амбулаторія 11—2.

Пособія: Общая хирургія *Кузьмина*, Москва, 1886. Основы хирургіи *Левшина*, Казань, 1887. Общая и частная хирургія *Гютера*, перев. подъ ред. Левшина, 1884. *Кёнигъ*. Частная хирургія, изд. Риккера, 1886.

Совѣщательные часы: вторникъ, четвергъ и суббота 10—11 и 1—2.

29. Ординарный профессоръ Ф. К. Борнгауптъ (6 ч.): Хирургическая госпитальная клиника. Клиническія лекціи по частной хирургіи. Понедѣльникъ, среда и суббота 10—12.

Кабинетъ и клиника открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 10—2.

Пособія: *Борнгауптъ*, Руковод. къ общей хирург. патологіи и терапіи, напечат. въ типогр. Милевскаго, Кіевъ, 1890. *Кёнигъ*, Ру-

ковод. къ частной хирургіи, перев. Фридберга, изд. Риккера, 1887. *Albert*, Lehrbuch der Chirurgie und Operationslehre, Wien, 1890.

Совѣщательные часы: ежедневно 8—10.

30. Ординарный профессоръ А. В. Ходинъ (6 ч.): Офтальмологія съ клиникою. Систематическій курсъ офтальмологіи (2 ч.): Болѣзни преломляющаго, сосудистаго и зрительно-нервнаго аппаратовъ глаза (аномаліи рефракціи и аккомодаціи, болѣзни роговой оболочки, хрусталика и стекловиднаго тѣла, глявкома, болѣзни радужной оболочки, рѣсничнаго тѣла, сосудистой оболочки, болѣзни сѣтчатки и зрительнаго нерва, функціональныя разстройства зрительно-нервнаго аппарата глаза). Среда и пятница 11—12. Діагностика болѣзней глаза (1 ч.— безплатно): Объ объективныхъ способахъ изслѣдованія глаза. Среда 6—7. Офтальмологическая клиника (4 ч.): Клиническій разборъ больныхъ. Четвергъ 10—12, и суббота 12—2.

Практическія занятія по діагностикѣ болѣзней глаза (1 ч.—безплатно): Офтальмоскопическія упражненія. Четвергъ 6—7. *Практическія занятія* по глазнымъ операціямъ (1 ч.—безплатно). Четвергъ 9—10.

Глазная клиника (факультетская) открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно отъ 9 ч. утра до 7 веч. Пріемъ приходящихъ больныхъ ежедневно, кромѣ воскресенья, 10—11 ч. утра.

Пособія: По офтальмологіи: Практическая офтальмологія *А. Ходина*, 3-е изд., Кіевъ, 1887. Руководство къ изученію болѣзней глаза *Е. Адамюка*, часть 1 и 2, Казань, 1881—84. Глазныя болѣзни и офтальмоскопія *H. Schmidt-Rimpler'*а (русскій перев.), Спб., 1885. По офтальмоскопіи: Офтальмоскопія и ея примѣненіе въ медицинѣ, *А. Ходина*, Спб. 1880, изд. К. Риккера. По глазнымъ операціямъ: Курсъ глазныхъ операцій *А. Ходина*, Спб., 1881.

Совѣщательные часы: ежедневно 9—12, кромѣ часовъ, занятыхъ лекціями.

31. Ординарный профессоръ Г. Е. Рейнъ (9 ч.): Акушерско-гинекологическая клиника, систематическій курсъ женскихъ болѣзней, систематическій курсъ акушерства и краткій повторительный курсъ практическаго акушерства. Акушерско-гинекологическая клиника (6 ч.): понедѣльникъ, среда и пятница 9—11. Систематическій курсъ женскихъ болѣзней (2 ч.): понедѣльникъ и пятница 11—12. Краткій повторительный курсъ практическаго акушерства съ практич. занятіями по группамъ на фантомѣ и на трупѣ: четвергъ 12—1.

Практическія занятія по акушерско-гинекологической клиникѣ: Пріемъ амбулаторныхъ больныхъ, присутствованіе при родахъ, акушерская поликлиника, ежедневный вечерній обходъ больныхъ и операціи по вторникамъ, четвергамъ и субботамъ.

Клиника открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно отъ $7^1/_2$ ч. утра до 1 ч. дня и отъ 5 до 8 ч. веч. Для дежурства у трудно-больныхъ и для присутствованія при родахъ клиника открыта во всякое время дня и ночи.

Пособія: Академикъ *А. Я. Крассовскій,* Оперативное акушерство со включеніемъ ученія о неправильностяхъ таза, изд. 4-е, 1889. *К. Шредеръ*, Учебникъ акушерства со включеніемъ патологіи беременности и родильнаго періода, перев. съ 9-го изд. подъ ред. проф. Г. Е. Рейна, Спб. 1887. *Г. Фричъ*, Основы патологіи и терапіи послѣродоваго періода, перев. подъ ред. проф. Г. Е. Рейна. Спб. 1884. *Г. Фричъ*, Женскія болѣзни, перев. подъ ред. проф. П. А. Ясинскаго, Харьковъ, 1889. *Winckel,* Lehrbuch der Frauenkrankheiten, Leipzig, 1886. *Berry-Hart* et *Freeland Barbour,* Manuel de gynécologie, Paris, франц. перев. 1886. *К. Славянскій*, Частная патологія и терапія женскихъ болѣзней, Спб. 1888. *Шредеръ,* Женскія болѣзни, перев. съ нѣм., Харьковъ, 1887. *Winckel,* Lehrbuch der Geburtshülfe einschliesslich der Pathologie und Therapie des Wochenbettes, Leipzig, 1889. *Лазаревичъ*, Курсъ акушерства, Харьковъ, 1879. *Charpentier*, Traité pratique des accouchements. Paris, 2-me edit. V. I. 1889.

Совѣщательные часы: ежедневно, за исключеніемъ праздниковъ, 9—12, кромѣ часовъ занятыхъ лекціями.

32. Приватъ-доцентъ В. А. Добронравовъ (6 ч.): Оперативное акушерство и діагностика женскихъ болѣзней съ поликлиникою. Оперативное акушерство (4 ч.): Систематическій курсъ съ практич. упражненіями на фантомѣ и дѣтскомъ трупѣ. Понедѣльникъ и четвергъ 5—7. Діагностика женскихъ болѣзней съ поликлиникою (2 ч.): вторникъ и пятница 1—2.

Кабинетъ гинекологической діагностики открытъ для практическихъ занятій студентовъ въ часы лекцій при занятіяхъ съ больными.

Пособія: Академикъ *А. Я. Крассовскій*, Оперативное акушерство, 4-е изд. 1889. *Шаута*, Очеркъ основъ оперативнаго акушерства, перев. подъ ред. проф. Славянскаго, Спб. 1885. *Barnes,* Lectures

on obstetric operations (Trad. fr. du D-r Cordes, Paris 1883). *И. П. Лазаревичъ,* Курсъ акушерства, Харьковъ 1879. Д-ръ *Добронравовъ,* Лекціи по діагностикѣ въ поликлиникѣ женскихъ болѣзней. Изд. Университетскихъ извѣстій. Кіевъ, 1890.

Совѣщательный часъ: вторникъ въ 12 ч. дня.

33. Экстраординарный профессоръ В. Е. Черновъ (4 ч.): Дѣтскія болѣзни: Анатомо-физіологическія особенности дѣтскаго организма. Женское, коровье и другихъ животныхъ молоко. Объ естественномъ и искусственномъ вскармливаніи грудныхъ дѣтей. Сливочная смѣсь д-ра Бидерта, мука Фауста Шустера, Гербера, Фрерикса шотландская овсянка, молоко Нестле, сухарь Оппеля, отвары изъ телячьихъ ножекъ, ячменя и друг. крупъ. Болѣзни новорожденныхъ (кровяная опухоль головы, asphyxia, trismus, tetanus, septicaemia, mastitis, icterus и острое жировое перерожденіе новорожденныхъ; болѣзни пупка). Болѣзни рта, pharyngis, гортани, носоглоточнаго пространства, и abscessus retropharyngealis. Vulvo-vaginitis у дѣтей. Острыя и хрон. катарральныя заболѣванія желудочно-кишечнаго пути у дѣтей. Дизентерія и cholera infantum. Паразиты кишечника. Рахитъ и золотуха у дѣтей. Понедѣльникъ 11—12, четвергъ 1—2, и пятница 12—1.

Практическія занятія по изслѣдованію больныхъ амбулаторныхъ дѣтей. Четвергъ 2—3.

Пособія: Генохъ, Лекціи по дѣтскимъ болѣзнямъ. Съ добавленіемъ: Терапія дѣтскаго возраста д-ра *Эллиса*. Спб., 1890. *Boginsky,* Lehrbuch der Kinderkrankheiten. Braunschweig, 1888. *Филатовъ,* Лекціи объ острыхъ инфекціонныхъ болѣзняхъ. Вып. I и II. Москва, 1885—87. *Миллеръ,* Анатомо-физіологическія особенности дѣтскаго организма. Москва, 1885.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ 10—11, и четвергъ 12—1.

34. Приватъ-доцентъ И. В. Троицкій (5 ч.): Дѣтскія болѣзни: Женское молоко и способы его изслѣдованія. Выборъ кормилицы. Искусственное вскармливаніе: смѣси Biedert'a, Jacobi, Rudisch'a, куриное молоко Hennig'a, мука Nestle, супъ Liebig'a, сгущенное швейцарское молоко. Критическая оцѣнка методовъ. Пища старшихъ дѣтей. Одежда. Дѣтская спальня и постель. Прогулки. Ванны. Нормальный сонъ и его уклоненія. Анатомо-физіолог. особенности дѣтскаго организма. Особенности лѣченія дѣтскихъ болѣзней. Болѣзни

новорожденныхъ: желтуха; кровяная опухоль головы; воспаленіе грудныхъ железъ; пуэрперальный процессъ новорожденныхъ; болѣзни Buhl'я и Winckel'я; болѣзни пупочной ранки, сосудовъ пупка, и кровотеченія изъ послѣднихъ; lues congenita; furunculosis; dermatitis exfoliativa Ritter'a; pemphigus neonatorum; пупочная грыжа; trismus et tetanus neonatorum; scleroma neonatorum. Болѣзни полости рта и глотки: слюнотеченіе; ranula; узелки Bohn'a; образованія Epstein'a; desquamatio linguae; катарральный, афтозный и язвенный стоматитъ; soor; noma; pharyngitis acuta, chronica, diphteroides; гипертрофія миндаликовъ; заглоточный нарывъ. Болѣзни желудка и кишекъ: общій обзоръ; острыя, затяжныя и хрон. диспепсіи груднаго періода; диспепсіи старшихъ дѣтей; запоры; кишечныя колики; острый, подъострый и хрон. катарръ тонкихъ кишекъ; фолликулярное воспаленіе толстыхъ кишекъ; жировой поносъ Biedert'a; паразиты кишечника; invagimatio. Амбулаторный пріемъ больныхъ дѣтей. Понедѣльникъ 11—12, четвергъ 1—2, и пятница 12—1.

Практическія занятія по осмотру и изслѣдованію больныхъ дѣтей — по вторникамъ и субботамъ 5—6.

Пособія: *Н. Миллеръ,* Анатомическія и физіолог. особенности дѣтскаго организма. Москва, 1885. *В. Рейтцъ,* Введеніе къ изученію болѣзней дѣтскаго возраста. Спб., 1882. *И. В. Троицкій,* Курсъ лекцій о болѣзняхъ дѣтскаго возраста. Общ. часть. Кіевъ, 1888. *Max. Runge,* Болѣзни первыхъ дней жизни. Перев. Спб., 1889. *A. Boginsky,* Руков. дѣтскихъ болѣзней. Перев. Спб., 1887. *C. Gerhardt,* Учебникъ дѣтскихъ болѣзней. Перев. Москва, 1881. *И. В. Троицкій,* Курсъ лекцій о болѣзняхъ дѣтскаго возраста. Болѣзни пищеварит. канала. Кіевъ, 1889. *A. D'Espine* и *C. Picot,* Manuel pratique des maladies de l'enfance. Paris, 1889. *Н. Филатовъ,* Лекціи объ острыхъ инфекціонныхъ болѣзняхъ у дѣтей. Вып. I и II. Москва, 1885—87. *A. Jacobi*, The intestinal Diseases of Jnfancy and Childhood. Detroit, Mich. 1887. *E. Ellis,* A practical Manuel of the Diseases of Children with a Formulary. London, 1886.

Совѣщательный часъ: четвергъ 2—3.

35. Экстраординарный профессоръ Н. А. Оболонскій (6 ч.): Судебная медицина. Общая часть: исторія судебной медицины; обрядовый отдѣлъ; краткій обзоръ о преступникѣ; судебная психопатологія; изслѣдованіе трупа; изслѣдованіе подозрительныхъ слѣдовъ

(кровяныхъ, сѣмянныхъ пятенъ и т. д.) Спеціальная часть: преступленія противъ жизни. Понедѣльникъ 8—9 и среда 12—2.

Клиническія лекціи судебно-медицинскаго и судебно-психіатрическаго изслѣдованія. Вторникъ 12—2 и пятница 11—12.

Практическія занятія: судебно-медицинское изслѣдованіе вещественныхъ доказательствъ и судебно-химическія изслѣдованія (2 ч.— безплатно). Пятница 6—8. Судебно-медицинское изслѣдованіе труповъ, по мѣрѣ поступленія матеріала: по понедѣльникамъ, четвергамъ и субботамъ 12—1.

Кабинетъ, лабораторія и музей открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—3.

Пособія: *Гофманъ,* Учебникъ судебной медицины. Перев. Спб., 1887. *Hofmann,* Lehrbuch der gerichtlichen Medicin. Wien. 4-te Aufl. 1887. *Casper,* Handbuch der gerichtl. Medicin. Bearb. v. *Limann.* 8-te Aufl. Berlin, 1889. *Maschka*, Handbuch der gerichtl. Medicin. 4 Bd. Tübingen, 1881—82. *Lewin*, Lehrbuch der Toxicologie. Wien und Leipzig, 1885.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ 10—11, и среда 1—2.

36. Заслуженный сверхштатный профессоръ Ф. Ф. Эргардтъ (1 ч.): Судебная медицина: Изслѣдованіе психическаго состоянія. Четвергъ 12—1.

Пособія: Lehrbuch der gerichtl. Psichopathologie von *Krafft-Ebing.* Stuttgart, 1881. *Hofmann*, Lehrbuch der gerichtl. Medicin. Wien, 1887. *Гофманъ*, Учебникъ судебной медицины. Спб., 1887. *Вислоцкій*, О достоинствѣ судебно-медицинской экспертизы. Варшава, 1872. *Эргардтъ*, О медицинской экспертизѣ. Кіевъ. Университетскія извѣстія 1874. *Гвоздевъ*, Къ ученію о тѣлесныхъ поврежденіяхъ. Казань, 1874.

Совѣщательный часъ: среда 12—1.

37. Ординарный профессоръ В. А. Субботинъ (3 ч.): Гигіена и медицинская полиція: Атмосферный воздухъ. Вентиляція. Отопленіе. Освѣщеніе. Вторникъ 1—2, среда 2—3 и пятница 1—2.

Практическія занятія по гигіенѣ: Санитарныя изслѣдованія для желающихъ, сообразно числу мѣстъ въ лабораторіи. Ежедневно 5—7.

Гигіеническая лабораторія открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—2 и 5—7.

Пособія: *В. Субботинъ*, Краткій курсъ гигіены. Кіевъ, 1882. *А. Доброславинъ*, Курсъ общественнаго здравохраненія. Спб., 1884. *Ф. Эрисманъ*, Курсъ гигіены. Спб., 1888. *К. Флюге*, Руководство къ гигіеническимъ изслѣдованіямъ. Перев. Спб., 1882. *И. Скворцовъ*, Планы и способы санитарныхъ изслѣдованій. Харьковъ, 1889. *И. Скворцовъ*, Курсъ практической гигіены. Отд. I: Санитарная статистика и географія. Варшава, 1884.

Совѣщательные часы: въ дни и часы, назначенные для практическихъ занятій.

Сверхъ того, студенты медицинскаго факультета слушаютъ лекціи нижеслѣдующихъ профессоровъ физико-математическаго факультета:

38. Ординарнаго профессора Ѳ. М. Гарничъ-Гарницкаго (4 ч.): Неорганическая химія: Введеніе и металлоиды. Вторникъ и среда 12—2.

Пособія: Основы химіи *Менделѣева*. Курсъ неорганической химіи *Кольбе*. Неорганическая химія *Рихтера*.

Совѣщательный часъ: вторникъ 2—3.

39. Ординарнаго профессора П. П. Алексѣева (4 ч.): Органическая химія: Полный курсъ. Понедѣльникъ 2—3, среда 10—11, четвергъ и пятница 2—3.

Пособія: *П. Алексѣевъ*, Органическая химія. 3-е изд. Кіевъ, 1884. *E. Grimaux*, Chimie organique elémentaire. Paris, 1889. *C. Arnold*, Repetitorium der Chemie. 3-te Abtheil. Hamburg und Leipz., 1890.

40. Экстраординарнаго профессора А. П. Эльтекова (8 ч.): Аналитическая химія, и практическія занятія по химіи. Аналитическая химія (2 ч.): Качественный минеральный анализъ,—по понедѣльникамъ 9—11.

Практическія занятія по химіи по группамъ (6 ч.): Качественный минеральный анализъ. Ежедневно 2—3.

Химическая лабораторія открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно, кромѣ праздничныхъ дней, 9—3 и 5—7.

Пособія: *Марковниковъ*, Нормальный курсъ аналитической химіи. *Меншуткинъ*, Аналитическая химія.

41. Ординарнаго профессора Н. В. Бобрецкаго (3 ч.): Зоологія съ сравнительною анатоміею. Зоологія: Курсъ безпозвоночныхъ животныхъ, въ особенности паразитовъ человѣка. Понедѣльникъ 11—12, пятница 1—2 и суббота 11—12.

Пособія: Учебникъ зоологіи, проф. *Клауса*, Одесса 1888. *Брандтъ Эд.*, Животные паразиты и болѣзни, производимыя ими у человѣка и животныхъ, Спб. 1873. *Лейкартъ*, Общая естественная исторія паразитовъ, въ особенности тѣхъ видовъ, которые встрѣчаются у человѣка, перев. подъ ред. Зографа, Москва 1881; или-же подъ ред. Брандта Эд., Спб. 1881. *Braun*, Die thierischen Parasiten des Menschen nebst einer Anleitung zur practischen Beschäftigung mit der Helminthologie für Studierende und Aerzte, Würzburg, 1883. *Blanchard Raphael*, Traité de zoologie médicale, Paris 1886—89. Краткій курсъ сравнит. анатоміи позвоноч. животныхъ, проф. *А. Брандта*, Харьковъ 1887. *Видерсгеймъ*, Основанія сравнительной анатоміи позвоночныхъ, перев. проф. Заленскаго. Одесса 1885. *Gegenbaur*, Grundriss der vergleichenden Anatomie, 2-te Aufl., Leipzig 1878. *Schmidt Osc.*, Handbuch der vergleichenden Anatomie, новое изд. подъ ред. проф. Lang'a.

Совѣщательный часъ: суббота 12—1.

42. Ординарнаго профессора Н. Н. Шиллера (5 ч.): Физика: Механическая часть: ученіе о жидкихъ и газообразныхъ тѣлахъ; акустика; ученіе о теплотѣ. Понедѣльникъ 12—1, четвергъ 10—12 и пятница 11—1.

Пособія: *Любимовъ*, Курсъ физики. Москва, 1878. *Гано*, Курсъ физики. Спб., 1878. Учебники *Малинина* и *Краевича* всѣхъ годовъ и изданій, съ исключеніемъ ошибокъ, указываемыхъ на лекціяхъ.—Для справокъ и дополненій: *Шимковъ*, Курсъ физики. Харьковъ, 1885. *Максвеллъ*, Теплота. Кіевъ, 1888. *Жуберъ*, Электричество. Москва, 1889.

Совѣщательные часы: четвергъ 12—1 и пятница 1—2.

43. Ординарнаго профессора И. Ф. Шмальгаузена (3 ч.): Ботаника: Общая морфологія, анатомія и физіологія растеній. Понедѣльникъ 1—2, четвергъ и суббота 12—1.

Пособія: *И. Шмальгаузенъ*, Краткій учебникъ ботаники. Кіевъ, 1887. *Бородинъ*, Краткій учебникъ ботаники. Спб., 1888.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 12—1.

Деканъ *Э. Гейбель*.

Въ весеннее полугодіе 1890—91 академическаго года.

1. Экстраординарный профессоръ М. А. Тихомировъ (4 ч.): Анатомія. Вторникъ и среда 8—10.

Практическія занятія по анатоміи, по группамъ (6 ч.): вторникъ, четвергъ и пятница 5—7.

Секціонный залъ открытъ для практическихъ занятій студентовъ ежедневно отъ 8 ч. утра до 7 вечера.

Пособія указаны выше въ обозрѣніи преподаванія на осеннее полугодіе.

Совѣщательные часы: вторникъ и среда 10—11.

2. Приватъ-доцентъ Н. Н. Жукъ (4 ч.): Спеціальный курсъ анатоміи и топографіи грудной полости и органовъ въ ней расположенныхъ. Пятница 8—10. — Горловыя болѣзни. Понедѣльникъ 5—7.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ 10—11 и среда 4—5.

3. Ординарный профессоръ С. И. Чирьевъ (8 ч.): Физіологія человѣка: Механизмы пищеварительнаго аппарата и пищевареніе; всасываніе и выдѣленіе; обмѣнъ веществъ и пищевыя вещества; животная теплота; физіологія центральной нервной системы, органовъ чувствъ и движенія; физіологія размноженія. Вторникъ, среда, четвергъ и суббота 11—1 ч.,—въ томъ числѣ 2 ч. безплатныхъ, предназначаемыхъ спеціально для демонстраціи физіологическихъ аппаратовъ и опытовъ надъ животными.

Физіологическая лабораторія открыта для спеціальныхъ научныхъ занятій ежедневно 9—3.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: вторникъ, четвергъ и суббота 1—2.

4. Ординарный профессоръ П. Н. Перемежко (4 ч.): Гистологія съ эмбріологіею: Объ устройствѣ микроскопа и примѣненіи его къ изслѣдованію строенія животнаго тѣла; общая методологія гистологіи; объ элементарномъ организмѣ (клѣткѣ) и первыхъ стадіяхъ

развитія яйца; о крови, строеніи и развитіи тканей. Вторникъ 10—12 и четвергъ 9—11.

Практическія занятія по гистологіи, по группамъ (4 ч.): пятница 8—10 и суббота 9—11.

Гистологическая лабораторія открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—3, кромѣ воскресныхъ и праздничныхъ дней.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: вторникъ и четвергъ 12—1.

5. Приватъ-доцентъ Я. Н. Якимовичъ (2 ч.): Гистологія центральной нервной системы: Общій обзоръ анатомо-физіологическихъ свойствъ центральной нервной системы; развитіе ея; оболочки головнаго и спиннаго мозга; борозды и извилины; строеніе основанія мозга, желудочковъ, четверохолмія, Вароліева моста, мозжечка и продолговатаго мозга; строеніе спиннаго мозга; о нервныхъ путяхъ спиннаго и черепнаго мозга. Понедѣльникъ 10—12.

Пособія: *Д. Зерновъ,* Руков. анатоміи нервной системы человѣка. Москва, 1885. *Лавдовскій* и *Овсянниковъ,* Основанія къ изученію микроскопической анатоміи. Т. II. Спб., 1888. *H. Obersteiner,* Руков. къ изученію строенія центральной нерв. системы. Перев. подъ ред. Кожевникова. Москва, 1888. *Henle,* Handbuch der Nervenlehre des Menschen. Braunschweig, 1879. *G. Schwalbe,* Lehrbuch der Neurologie. Erlangen, 1881.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 12—1.

6. Экстраординарный профессоръ А. А. Садовень (5 ч.): Медицинская химія: Химія тканей, о молокѣ, мочѣ и объ обмѣнѣ веществъ. Понедѣльникъ 12—2, и пятница 12—1.

Практическія занятія по медицинской химіи, по группамъ: вторникъ и среда 1—3, и пятница 2—3,—въ томъ числѣ 3 ч. безплатныхъ.

Частный курсъ (для желающихъ): Физіолого-патолого-химическій анализъ. Суббота 4—5.

Лабораторія открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно, кромѣ праздниковъ, 9—5.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: ежедневно въ часы свободные отъ лекцій 10—5.

7. Экстраординарный профессоръ П. И. Лоначевскій-Петруняка (4 ч.): Фармація и фармакогнозія: Ботанико-зоологическая часть фармаціи (фармакогнозія) съ рецептурой. Четвергъ, пятница и суббота 1—2.

Практическія занятія по фармаціи: среда 5—6.

Частный курсъ (для фармацевтовъ): Судебная химія (1 ч.): Открытіе минеральныхъ и органическихъ ядовъ. Среда 12—1. *Практическія занятія* по фармаціи и судебной химіи для фармацевтовъ (9 ч.): среда 1—2, четвергъ 11—1 и 4—6, пятница и суббота 4—6.

Фармацевтическая лабораторія и кабинетъ открыты для практическихъ занятій ежедневно 10—6, исключая праздничныхъ дней.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: среда 11—12 и пятница 12—1.

8. Ординарный профессоръ Э. Г. Гейбель (деканъ): Фармакологія (6 ч.): Неорганическія лекарственныя вещества, съ токсикологіею, рецептурою и ученіемъ о минеральныхъ водахъ. Понедѣльникъ, среда и суббота 12—1, вторникъ 10—11 и пятница 12—2. Исторія медицины (2 ч.): 2-я часть. Понедѣльникъ и суббота 2—3.

Практическія занятія по фармакологіи, по группамъ (4 ч.,— безплатно): Демонстрація и производство главнѣйшихъ фармакологическихъ и токсикологическихъ опытовъ. Вторникъ и пятница 2—4.

Фармакологическій кабинетъ и лабораторія открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 10—4, кромѣ праздничныхъ дней.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ, среда и суббота 1—2.

9. Экстраординарный профессоръ В. В. Подвысоцкій (6 ч.): Общая патологія (Систематическій курсъ): Общая этіологія и нозологія; регрессивныя разстройства питанія (перерожденіе и омертвѣніе); прогрессивныя разстройства питанія (возрожденіе и опухоли); органопатологія (1-я часть: пищевареніе и мочеотдѣленіе). Пятница 10—12 и суббота 9—11.

Частный курсъ: Общая патологія инфекціонныхъ болѣзней (2-я часть): Представители шаровидныхъ патогенныхъ бактерій; представители палочковидныхъ патогенныхъ бактерій; представители пато-

генныхъ изогнутыхъ бактерій; ученіе объ иммунитетѣ и предохранительныхъ прививкахъ. Суббота 5—7.

Лабораторія общей паталогіи открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно, кромѣ праздниковъ, 8—2 и 4—7.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: ежедневно, кромѣ праздниковъ, 12—1.

10. Ординарный профессоръ Г. Н. Минхъ (6 ч.): Патологическая анатомія (Систематическій курсъ): Болѣзни двигательнаго аппарата, органовъ кровообращенія и кровотворенія, и пищеварительнаго аппарата. Вторникъ 12—2 и суббота 1—3.

Практическія занятія по патологической гистологіи, по группамъ (6 ч.): вторникъ, четвергъ и суббота 5—7. *Патолого-анатомическія вскрытія* (6 ч.): понедѣльникъ 1—3, среда и пятница 12—2. *Техническій курсъ вскрытій* труповъ въ клиникахъ: въ неопредѣленное время, смотря по матеріалу.

Кабинетъ и лабораторія открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—2.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: вторникъ $11^1/_2$—12 и суббота $12^1/_2$—1.

11. Приватъ-доцентъ И. И. Судакевичъ (2 ч.): Патологическая анатомія: Болѣзни центральной и периферической нервной системы. Четвергъ 12—2.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: четвергъ 11—12.

12. Экстраординарный профессоръ Ф. А. Лешъ (4 ч.): Врачебная діагностика: Аускультація и перкуссія; болѣзни сердца и легкихъ. Понедѣльникъ 10—11, четвергъ 9—11 и пятница 10—11.

Практическія занятія по врачебной діагностикѣ, по группамъ (5 ч.): понедѣльникъ 8—10, четвергъ 8—9 и пятница 8—10.

Пропедевтическая клиника и лабораторія при городской Александровской больницѣ открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 8—6.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ и четвергъ 11—12.

13. Экстраординарный профессоръ Е. И. Афанасьевъ (4 ч.): Частная патологія и терапія: Болѣзни органовъ пищеваренія; болѣзни почекъ и почечныхъ лоханокъ; болѣзни органовъ движенія; аномаліи крови и обмѣна веществъ. Среда и суббота 8—10.

Практическія занятія по частной патологіи и терапіи, по группамъ (4 ч.): вторникъ и пятница 6—8.

Рейтарская больница открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно съ 8 ч. утра до 8 веч.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: вторникъ 5—6.

14. Приватъ-доцентъ З. Х. Зенкевичъ (4 ч.): Частная патологія и терапія: Болѣзни пищеварительнаго аппарата; болѣзни мочеполоваго аппарата; болѣзни надпочечныхъ железъ: болѣзни селезенки; болѣзни крови и обмѣна веществъ. Среда и суббота 8—10.

Практическія занятія по частной патологіи и терапіи, по группамъ (4 ч.): демонстрація больныхъ и микроскопическое и химическое изслѣдованіе выдѣленій больнаго организма. Вторникъ и пятница 6—8.

Лабораторія и пріемный покой при терапевтической факультетской клиникѣ открыты для практическихъ занятій студентовъ по вторникамъ и пятницамъ 6—8.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 6—8 веч.

15. Экстраординарный профессоръ И. А. Сикорскій (4 ч.): Систематическое и клиническое ученіе о нервныхъ и душевныхъ болѣзняхъ. Нервныя болѣзни: Болѣзни головнаго мозга, и общая терапія нервныхъ болѣзней. Понедѣльникъ 12—1. Клиника нервныхъ болѣзней: понедѣльникъ 1—2. Психіатрія — курсъ систематическій. Среда 9—10. Психіатрическая клиника: пятница 10—11.

Практическія занятія по нервнымъ болѣзнямъ: методика антропологическаго изслѣдованія больныхъ. Пятница 5—7.

Кабинетъ и клиника нервныхъ болѣзней при городской Александровской больницѣ открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно съ 8 ч. утра до 7 веч.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: пятница 7—8 веч.

16. Ординарный профессоръ М. И. Стуковенковъ (5 ч.): Дерматологія съ ученіемъ о сифилисѣ. Дерматологія—курсъ систематическій: Морфологія, діагностика и систематика болѣзней кожи; просто-воспалительные дерматозы; ангіонейротическіе дерматозы; нейротическіе дерматозы и идіонейрозы кожи: клиника болѣзней кожи. Понедѣльникъ 12—1 и вторникъ 10—12. Ученіе о сифилисѣ: Исторія и географическое распространеніе сифилиса; яды сифилиса, мягкаго шанкра и триппера; результаты прививки 3 ядовъ; мягкій шанкръ и его осложненія; первичныя явленія сифилиса; вторичныя явленія сифилиса; кожные сифилиды; клиника сифилитическихъ и венерическихъ болѣзней. Суббота 8—10.

Кабинетъ и лабораторія открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 8—3.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ, пятница и суббота 10—12.

17. Приватъ-доцентъ С. П. Томашевскій (4 ч.): Сифилидологія съ демонстраціями: Общій обзоръ гуммознаго періода сифилиса; висцеральный сифилисъ; частная и общественная профилактика сифилиса; лѣченіе сифилиса. Четвергъ 1—3.

Практическія занятія по сифилидологіи съ демонстраціями на больныхъ (амбулаторныхъ): вторникъ 5—7.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: суббота 2—3.

18. Приватъ-доцентъ А. К. Флейшеръ (1 ч.): Болѣзни моче-половыхъ органовъ: Болѣзни мочеваго пузыря и предстательной железы. Вторникъ 2—3.

Пособія указаны выше.

13-е отдѣленіе кіевскаго военнаго госпиталя открыто для практическихъ занятій ежедневно 9—11.

Совѣщательный часъ: суббота 10—11.

19. Ординарный профессоръ В. В. Чирковъ (8 ч.): Терапевтическая факультетская клиника: Разборъ больныхъ по имѣющемуся клиническому матеріалу, преимущественно-же: болѣзни плевры, бронховъ, легкихъ, сердца и почекъ. Вторникъ, четвергъ и суббота 9—11.

Частный курсъ: Общая терапія: Терапія болѣзней органовъ живота; климато-терапія; питаніе больныхъ; лѣченіе кумысомъ; терапія лихорадокъ. Среда и пятница 6—7.

Практическія занятія по терапевтической факультетской клиникѣ: обходъ больныхъ. Понедѣльникъ, вторникъ, четвергъ и суббота 6—8, среда и пятница 7—8.

Клиника и лабораторія при ней открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 8—2 и 6—8.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: вторникъ и четвергъ 11—12.

20. Ординарный профессоръ К. Г. Тритшель (6 ч.): Терапевтическая госпитальная клиника. Клиническія лекціи по частной патологіи и терапіи. Понедѣльникъ, вторникъ и пятница 8—10.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: понедѣльникъ, вторникъ и пятница 10—12.

21. Экстраординарный профессоръ П. И. Морозовъ (6 ч.): Оперативная хирургія съ топографическою анатоміею: Резекціи; пластическія операціи; спеціальныя операціи (на головѣ, шеѣ, груди, животѣ и тазѣ). Вторникъ 8—10 и четвергъ 11—1.

Практическія занятія по оперативной хирургіи и топографической анатоміи, по группамъ (8 ч.,—изъ нихъ платныхъ 2 ч): понедѣльникъ, вторникъ, среда и четвергъ 5—7.

Необязательно (для желающихъ): Спеціальный курсъ топографической и прикладной анатоміи (3 ч.): Анатомія головы, верхней и нижней конечности. Понедѣльникъ 8—9 и среда 8—10.

Практическія занятія по предмету этого курса: суббота 5—7 (платный 1 ч.).

Операціонная и музей открыты для практическихъ занятій студентовъ по пятницамъ 5—7 веч.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: вторникъ 10—11 и четвергъ 1—2.

22. Заслуженный сверхштатный профессоръ В. А. Караваевъ (1 ч.): Оперативная хирургія: Курсъ нормальныхъ операцій. Пятница 2—3.

Практическія занятія по оперативной хирургіи: пятница 3—4.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: пятница 3—4.

23. Приватъ-доцентъ О. А. Рустицкій (4 ч.): Оперативная хирургія съ топографическою анатоміею: Перевязки артерій на продолженіи; ампутаціи; экзартикуляціи; резекціи и нѣкоторыя спеціальныя операціи. Пятница и суббота 5—7.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: пятница 4—5.

24. Экстраординарный профессоръ А. Д. Павловскій (3 ч.): Хирургическая патологія и терапія: Болѣзни тканей и органовъ: a) кожи и подкожной клѣтчатки, b) сухожильныхъ влагалищъ, сухожилій и мышцъ, c) серозныхъ и слизистыхъ сумокъ, d) лимфатическихъ сосудовъ и железъ, e) артерій и венъ, f) нервовъ, g) костей и суставовъ; h) искривленія конечностей; i) болѣзни железъ: грудной, предстательной, околоушной, подчелюстной, подъязычной, яичка; k) болѣзни моче-половыхъ органовъ, l) ушей; m) грыжи черепа и живота; n) болѣзни плевры и брюшины, и o) нѣкоторыя неправильности развитія. Понедѣльникъ 1—3 и вторникъ 11—12.

Пособія указаны вшше.

Совѣщательные часы: понедѣлнкъ и среда 12—1.

25. Приватъ-доцентъ Л. А. Малиновскій (4 ч.): Хирургическая патологія: Демонстративныя лекціи по хирургическимъ болѣзнямъ на амбулаторныхъ больныхъ. Среда и пятница 12—2.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: пятница 2—3.

26. Приватъ-доцентъ Н. М. Волковичъ (6 ч.): Діагностика хирургическихъ заболѣваній: вторникъ и суббота 1—2. Десмургія и ортопедія: четвергъ 1—2. Горловыя, носовыя и ушныя болѣзни: понедѣльникъ 5—7.

Практическія занятія по горловымъ, носовымъ и ушнымъ болѣзнямъ: среда 5—6.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: вторникъ, четвергъ и суббота 2—3, среда 6—7.

27. Ординарный профессоръ А. Х. Ринекъ (6 ч.): Хирургическая факультетская клиника: Лекціи клинической хирургіи. Вторникъ, четвергъ и суббота 11—1.

Практическія занятія по діагностикѣ хирургическихъ болѣзней и наложенію простыхъ и асептическихъ повязокъ на амбулаторныхъ больныхъ. Ежедневно 1—2.

Клиника открыта для визитаціи больныхъ ежедневно съ 8 ч. утра до 8 веч. Амбулаторія 11—2.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: вторникъ, четвергъ и суббота 10 — 11 и 1 — 2.

28. Ординарный профессоръ Ф. К. Борнгауптъ (6 ч.): Хирургическая госпитальная клиника: Клиническія лекціи по частной хирургіи. Понедѣльникъ, среда и суббота 10—12.

Кабинетъ и больница открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 10 — 2.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: ежедневно 8 — 10.

29. Ординарный проффессоръ А. В. Ходинъ (6 ч.): Офтальмологія съ клиникою. Систематическій курсъ офтальмологіи: болѣзни защищающаго и двигательнаго аппаратовъ глаза (болѣзни глазницы, вѣкъ, слезныхъ органовъ, конъюнктивы, склеры, различныя растройства движеній глазнаго яблока). Среда и пятница 11—12. Офтальмологическая клиника: разборъ клиническихъ больныхъ. Четвергъ 10—12 и суббота 12—2. Діагностика болѣзней глаза: о субъектныхъ способахъ изслѣдованія глаза (1 ч.—безплатно). Среда 6—7.

Практическія занятія по діагностикѣ болѣзней глаза (1 ч.—безплатно). Четвергъ 6—7. *Практическія занятія* по глазнымъ операціямъ (1 ч.—безплатно). Четвергъ 9—10.

Глазная факультетская клиника открыта для практическихъ занятій ежедневно 9—7.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: ежедневно 9 — 12, кромѣ часовъ, занятыхъ лекціями.

30. Ординарный профессоръ Г. Е. Рейнъ (10 ч.): Акушерско-гинекологическая клиника (6 ч.): понедѣльникъ, среда и пятница

9—11. Систематическій курсъ акушерства (4 ч.): понедѣльникъ, среда, пятница и суббота 11—12.

Практическія занятія по акушерско-гинекологической клиникѣ: пріемъ амбулаторныхъ больныхъ, присутствованіе при родахъ, акушерская поликлиника, ежедневный обходъ больныхъ и операціи,— по вторникамъ и четвергамъ.

Клиника открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно $7^1/_2$—1 ч. дня и 5—8 веч. Для дежурства у трудно-больныхъ и для присутствованія при родахъ клиника открыта во всякое время дня и ночи.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: ежедневно, за исключеніемъ праздниковъ, 9—12, кромѣ часовъ, занятыхъ лекціями.

31. Приватъ-доцентъ В. А. Добронравовъ (6 ч.): Оперативное акушерство: систематическій курсъ съ практическими упражненіями на фантомѣ и на трупѣ. Понедѣльникъ и четвергъ 5—7. Діагностика женскихъ болѣзней съ поликлиникой. Вторникъ и пятница 12—2.

Кабинетъ гинекологической діагностики открытъ для практическихъ занятій студентовъ въ часы лекцій при занятіяхъ съ больными.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: пятница въ 11 ч. дня.

32. Экстраординарный профессоръ В. Е. Черновъ (4 ч.): Дѣтскія болѣзни: Болѣзни воздухоносныхъ путей и легочной паренхимы (катарральное, крупозное и туберкулёзное воспаленіе легкихъ); гриппъ у дѣтей; болѣзни почекъ у дѣтей; meningitis tuberculosa; hydrocephalus chronicus; paralysis infantilis spinalis; eclampsia; chorea minor; hysteria у дѣтей; дѣтскій сифилисъ; перемежающаяся лихорадка и ея особенности проявленія у дѣтей; оспа натуральная; оспа предохранительная; корь; скарлатина; дифтеритъ; краснуха; коклюшъ; meningitis cerebro-spinalis epidemica у дѣтей. Понедѣльникъ 11—12, четвергъ 1—2 и пятница 12—1.

Практическія занятія по изслѣдованію больныхъ амбулаторныхъ дѣтей: четвергъ 2—3.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: четвергъ 12—1.

33. Приватъ-доцентъ И. В. Троицкій (5 ч.): Дѣтскія болѣзни: Болѣзни нервной системы; болѣзни органовъ дыханія; острыя инфекціонныя заболѣванія; болѣзни моче-половыхъ органовъ; хроническія общія заболѣванія. Амбулаторный пріемъ больныхъ дѣтей. Понедѣльникъ 11—12, четвергъ 1—2 и пятница 12—1.

Практическія занятія по осмотру и изслѣдованію больныхъ дѣтей: вторникъ и суббота 5—6.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: четвергъ 2—3.

34. Экстраординарный профессоръ Н. А. Оболонскій (6 ч.): Судебная медицина: Преступленія противъ чести и цѣломудрія женщины; преступленія противъ нравственности; судебная токсикологія. Среда 12—1 и суббота 1—2. Клиническія лекціи судебной медицины и судебно-психіатрическаго изслѣдованія. Вторникъ 12—2 и пятница 11—12. Судебно-медицинское изслѣдованіе труповъ, по мѣрѣ поступленія матеріала: понедѣльникъ, четвергъ и суббота 12—1.

Практическія занятія: судебно-медицинское изслѣдованіе вещественныхъ доказательствъ и судебно-химическія изслѣдованія. Понедѣльникъ 6—8 (безплатно).

Кабинетъ, лабораторія и музей открыты для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—3.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: среда 1—2 и суббота 2—3.

35. Заслуженный сверхштатный профессоръ Ф. Ф. Эргардтъ (1 ч.): Судебная медицина: Формальная часть и изслѣдованіе поврежденій. Четвергъ 12—1.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: среда 12—1.

36. Ординарный профессоръ В. А. Субботинъ (3 ч.): Гигіена и медицинская полиція: Физическія упражненія; діэтетика; вода; почва; загрязненіе почвы и удаленіе нечистотъ. Вторникъ, среда и пятница 1—2.

Практическія занятія по предмету санитарныхъ изслѣдованій—для желающихъ, сообразно числу мѣстъ въ лабораторіи: ежедневно 5—7.

Пособія указаны выше.

Гигіеническая лабораторія открыта для практическихъ занятій студентовъ ежедневно 9—2 и 5—7.

Совѣщательные часы: въ дни и часы, назначенные для практическихъ занятій.

Сверхъ того, студенты медицинскаго факультета слушаютъ лекціи нижеслѣдующихъ профессоровъ физико-математическаго факультета.

37. Ординарнаго профессора Ѳ. М. Гарничъ-Гарницкаго (4 ч.): Неорганическая химія: Металлы и соли. Вторникъ и среда 12—2.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: среда 2—3.

38. Ординарнаго профессора Н. В. Бобрецкаго (2 ч.): Зоологія съ сравнительною анатоміею: Сравнительная анатомія позвоночныхъ и основы классификаціи ихъ. Понедѣльникъ и суббота 11—12.

Пособія указаны выше,

Совѣщательный часъ: суббота 12—1.

39. Ординарнаго профессора Н. Н. Шиллера (5 ч.): Физика: Оптика, электричество и магнетизмъ. Понедѣльникъ 12—1, среда и четвергъ 11—12, и пятница 11—1.

Пособія указаны выше.

Совѣщательные часы: четвергъ 12—1 и пятница 1—2.

40. Ординарнаго профессора И. Ѳ. Шмальгаузена (3 ч.): Ботаника: Обозрѣніе группъ царства растеній. Понедѣльникъ 1—2, четвергъ и суббота 12—1.

Пособія указаны выше.

Совѣщательный часъ: понедѣльникъ 12—1.

41. Экстраординарнаго профессора П. Я. Армашевскаго (2 ч.): Минералогія: Морфологическія, физическія и химическія свойства минераловъ; свѣдѣнія о залеганіи и происхожденіи минераловъ; физіографія важнѣйшихъ минераловъ; краткія свѣдѣнія по геологіи. Четвергъ 1—3.

Пособія: *Гердъ*, Учебникъ минералогіи, 4-е изд. Спб., 1884. *Чермакъ*, Учебникъ минералогіи, перев. Лебедева. Спб., 1884.

Совѣщательный часъ: четвергъ 12—1.

Деканъ *Э. Гейбель*.

Г. К. Сусловъ.

О СИЛОВОЙ ФУНКЦІИ,

ДОПУСКАЮЩЕЙ ДАННЫЕ

ЧАСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ.

Типографія ИМПЕРАТОРСКАГО Университета Св. Владиміра.
Кіевское отдѣленіе Высочайше утвержд. Т-ва печатн. дѣла и торг. И. Н. Кушнеревъ и К° въ Москвѣ.
1890.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Стр.

Введеніе ..... V—VII

Глава первая.

Выводъ уравненій для силовой функціи.

§ 1 1
§ 2 8

Глава вторая.

Условія совмѣстности.

§ 1 14
§ 2 18
§ 3 19
§ 4 26
§ 5 30
§ 6 34
§ 7 39
§ 8 52
§ 9 62
§ 10 72

Глава третья.

Нахожденіе силовой функціи при особомъ условіи.

§ 1 74
§ 2 74
§ 3 78
§ 4 81
§ 5 82

Глава четвертая.

Число интеграловъ равно числу степеней своводы.

§ 1 87
§ 2 88
§ 3 95
§ 4 99
§ 5 107

ВВЕДЕНІЕ.

Настоящая статья разсматриваетъ одинъ изъ вопросовъ обратной задачи Механики. Подъ обратною задачею Механики мы разумѣемъ опредѣленіе силъ по заданнымъ свойствамъ движенія. Изслѣдованія, сдѣланныя въ этой области, насколько намъ извѣстно, имѣютъ двоякій характеръ. Условимся, согласно съ Якоби, называть *интегралами* такія функціи времени, координатъ системы и скоростей, производная отъ которыхъ по времени обращается тождественно въ нуль, только въ силу данныхъ дифференціальныхъ уравненій движенія; въ противномъ же случаѣ, если для обращенія производной въ нуль надо принять въ разсчетъ, кромѣ уравненій движенія, еще другія, полученныя интегрированіемъ, мы будемъ называть эту функцію, приравненную какому-нибудь постоянному, *интегральнымъ уравненіемъ*. [1]). Тогда можемъ сказать, что работы перваго рода [2]) касаются интеграловъ движенія: въ нихъ разыскивается форма интеграловъ, общихъ нѣсколькимъ задачамъ Механики, а также условія, которымъ должны быть подчинены силы для возможности этихъ интеграловъ. Работы второго рода [3]) относятся къ интегральнымъ

---

[1]) Въ самой статьѣ мы не придерживаемся строго этой номенклатуры и для краткости частное интегральное уравненіе называемъ, какъ обыкновенно, частнымъ интеграломъ движенія.

[2]) *J. Bertrand.* Mémoire sur les intégrales communes à plusieurs problèmes de Mécanique. Liouville Journ. t. XVII (1).

— Mémoire sur l'intégration des équations différentielles de la Mécanique. Ibidem.

— Mécanique analytique de Lagrange. Notes (III ed.).

Коркинъ. О совокупныхъ уравненіяхъ съ частными производными перваго порядка и нѣкоторыхъ вопросахъ Механики. С.-Пб. 1867.

[3]) *J. Bertrand.* Théorème relatif au mouvement d'un point attiré vers un centre fixe. C. R. LXXVII p. 849.

уравненіямъ, не содержащимъ вовсе ни скоростей, ни времени, и здѣсь ищется общее выраженіе для силъ, допускающихъ заданныя интегральныя уравненія. Почти во всѣхъ этихъ мемуарахъ трактуется только о системѣ съ двумя степенями свободы и преимущественно о движеніи точки по коническому сѣченію. Искомыя силы предполагаются какія угодно, только не должны зависѣть отъ скоростей и времени.

Настоящая работа представляетъ попытку установленія общаго пріема рѣшенія вопросовъ втораго рода для системъ съ *произвольнымъ числомъ степеней свободы*, но подъ условіемъ, что *силы*, приложенныя къ системѣ, *имѣютъ потенціалъ*. Въ этомъ случаѣ можно показать, что, если число независимыхъ другъ отъ друга постоянныхъ произвольныхъ въ заданной группѣ интегральныхъ уравненій (безъ времени и скоростей) меньше числа степеней свободы системы не болѣе чѣмъ, на единицу, то вопросъ о нахожденіи силовой функціи, допускающей эти интегральныя уравненія, сводится къ разсмотрѣнію условій совмѣстности линейныхъ дифференціальныхъ уравненій съ частными производными перваго порядка.

Въ главѣ первой выводятся уравненія, которымъ должна удовлетворять силовая функція для системы о k степеняхъ свободы, если при ней возможны заданныя интегральныя уравненія, заключающія въ себѣ (k—1) независимыхъ другъ отъ друга постоянныхъ произвольныхъ; въ § 1 это сдѣлано для особенной системы координатъ; въ § 2 для какой угодно.

— Sur la possibilité de deduire d'une seule des lois de Kepler le principe de l'attraction. C. R. LXXXIV p. 670.

— Note sur un problème de Mécanique C. R. LXXXIV p. 731.

G. Darboux. Recherche de la loi que doit suivre une force centrale pour que la trajectoire qu'elle détermine soit toujours une conique. C. R. LXXXIV p. 760; p. 936.

Halphen. Sur les lois de Kepler. C. R. LXXXIV p. 939.

Curtis. On free motion under the action of several central forces. Messenger of Mathematics № 1 Vol. X p. 3.

Имшенецкій. Determination en fonctions des coordonnées de la force qui fait mouvoir un point matériel sur une section conique. Mémoire de Bordeaux (2) IV.

Siacci. Sur un théorème de Dynamique C. R. LXXXVIII p. 909.

Joukovsky. Sur un cas particulier de mouvement d'un point matériel. Liouville Journ. (3) t. III p. 425.

Combescure. Sur quelques questions concernant les forces centrales, Liouville Journ. (3) t. VII p. 239.

Battaglini. Nota sul movimento per una linea di 2 ordine. Acc. Reale dei Lincei (3) V.

Вторая глава посвящена разсмотрѣнію условій совмѣстности выведенныхъ уравненій. Въ §§ 1 и 2 изслѣдуется совмѣстность при помощи скобокъ Коркина; §§ 3—6 рѣшаютъ вопросъ о томъ, какъ задать частныя интегральныя уравненія, чтобъ заранѣе имѣть увѣренность въ существованіи силовой функціи, ихъ допускающей; §§ 7—9 содержатъ примѣры; § 10—общія теоремы.

Третья глава трактуетъ о томъ, какъ опредѣлить силовую функцію, если къ предъидущимъ условіямъ прибавить требованіе, чтобъ она содержала координаты лишь въ одной данной комбинаціи. Въ §§ 1—4 идетъ рѣчь о системѣ съ двумя степенями свободы; въ § 5—съ произвольнымъ числомъ степеней свободы.

Въ четвертой главѣ излагается пріемъ нахожденія силовой функціи, если число постоянныхъ въ заданныхъ интегральныхъ уравненіяхъ равно числу степеней свободы системы; разсмотрѣніе ограничивается только системою съ двумя степенями свободы.

Далекіе отъ мысли, что настоящее сочиненіе исчерпываетъ свой предметъ, мы предпочли дальнѣйшее развитіе его, какъ-то: распространеніе пріема, изложеннаго въ послѣдней главѣ, на систему о k степеняхъ свободы; дополненіе третьей главы, а именно опредѣленіе силовой функціи, когда желательно, чтобы она содержала координаты въ n комбинаціяхъ, причемъ $n<k$, и т. д., отложить на будущее время.

Уравненія § 1 первой главы были выведены нами инымъ путемъ въ сочиненіи „Объ уравненіяхъ съ частными производными для несвободнаго движенія“.

Нѣкоторые параграфы главъ третьей и четвертой были помѣщены въ Кіевскихъ Университетскихъ Извѣстіяхъ.

Г. Сусловъ.

26 Іюня 1890 г.

О силовой функціи, допускающей данные частные интегралы.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Выводъ уравненій для силовой функціи.

§ 1.

Положимъ, что разсматриваемая матеріальная система имѣетъ k степеней свободы; координаты ея означимъ $\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k$. Зададимъ $(k-1)$, т. е. на единицу менѣе числа степеней свободы, частныхъ интеграловъ движенія:

$$F_1(\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k) = C_1; \quad F_2(\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k) = C_2; \ldots$$

$$\ldots; \quad F_{k-1}(\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k) = C_k. \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Здѣсь $C_1, C_2, \ldots C_{k-1}$ произвольныя постоянныя, по условію, независимыя другъ отъ друга.

Такого рода заданіе не только опредѣляетъ траэкторіи отдѣльныхъ точекъ системы, но и конфигурацію ея въ любой моментъ, такъ что неопредѣленнымъ остается лишь зависимость отъ времени.

Замѣтимъ, между прочимъ, что, очевидно, заданіе одного интеграла (безъ времени и скоростей), содержащаго p независимыхъ постоянныхъ произвольныхъ, равносильно заданію p интеграловъ вида (1). Дѣйствительно, давая послѣдовательно $(p-1)$ постояннымъ произвольныя частныя значенія и рѣшая относительно оставшейся, мы и получимъ p частныхъ интеграловъ указаннаго вида.

Предполагая, что система подвержена дѣйствію силъ, имѣющихъ потенціалъ, станемъ искать, при какой силовой функціи U возможны заданные интегралы (1).

Произвольность постоянныхъ $C_1, C_2, \ldots C_{k-1}$ указываетъ на то, что система можетъ совершать движеніе, сообразное съ уравненіями (1), изъ любаго начальнаго положенія, если только начальныя скорости выбраны надлежащимъ образомъ.

Чтобы скорѣе получить тѣ уравненія, которымъ должна удовлетворять искомая функція U, введемъ вмѣсто системы координатъ: $\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k$ новую: $F_1, F_2, \ldots F_{k-1}, \omega$, гдѣ ω одна изъ прежнихъ: $\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k$; а

$$F_i = F_i(\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Пусть живая сила T нашей системы для новыхъ координатъ приметъ такой видъ:

$$2T = A_{kk}\omega'^2 + 2\omega' \sum_{i=1}^{k-1} A_{ki} F_i' + \sum_{i=1}^{k-1} F_i' \sum_{l=1}^{k-1} A_{li} F_l'. \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Коэффиціенты A_{ij}, какъ нетрудно убѣдиться, всегда конечны, если только не имѣетъ мѣста зависимость:

$$\Pi(\omega, F_1, F_2, \ldots F_{k-1}) = 0. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Въ самомъ дѣлѣ, пусть $\omega = \omega_k$, а живая сила въ прежнихъ координатахъ выражается такъ:

$$2T = \sum_{i=1}^{k} \omega_i' \sum_{l=1}^{k} a_{li}\omega_l'. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Изъ очевидныхъ равенствъ:

$$\frac{\partial F_1}{\partial \omega_1}\omega_1' + \frac{\partial F_1}{\partial \omega_2}\omega_2' + \ldots + \frac{\partial F_1}{\partial \omega_{k-1}}\omega'_{k-1} = F_1' - \frac{\partial F_1}{\partial \omega_k}\omega_k';$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \omega_1}\omega_1' + \frac{\partial F_2}{\partial \omega_2}\omega_2' + \ldots + \frac{\partial F_2}{\partial \omega_{k-1}}\omega'_{k-1} = F_2' - \frac{\partial F_2}{\partial \omega_k}\omega_k';$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_1}\omega_1' + \frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_2}\omega_2' + \ldots + \frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_{k-1}}\omega'_{k-1} = F'_{k-1} - \frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_k}\omega_k';$$

имѣемъ для $j=1, 2, \ldots (k-1)$:

$$\omega_j' = \frac{1}{\Psi_k}\left\{\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial \Psi_k}{\partial \frac{\partial F_p}{\partial \omega_i}} F_p' + \Psi_j \omega_k'\right\},$$

если положимъ:

$$\Psi_1 = \sum \pm \frac{\partial F_1}{\partial \omega_k}\frac{\partial F_2}{\partial \omega_2}\cdots\frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_{k-1}}; \qquad \Psi_2 = \sum \pm \frac{\partial F_1}{\partial \omega_1}\frac{\partial F_2}{\partial \omega_k}\cdots\frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_{k-1}}; \ldots;$$

$$\Psi_{k-1} = \sum \pm \frac{\partial F_1}{\partial \omega_1}\frac{\partial F_2}{\partial \omega_2}\cdots\frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_k}; \quad \Psi_k = -\sum \pm \frac{\partial F_1}{\partial \omega_1}\frac{\partial F_2}{\partial \omega_2}\cdots\frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_{k-1}}. \quad (6)$$

А потому

$$2T = \frac{\theta}{\Psi_k^2}\omega_k'^2 + 2\frac{\omega_k'}{\Psi_k^2}\sum_{j=1}^{k-1}\frac{\partial \theta}{\partial \Psi_j}\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial \Psi_k}{\partial \frac{\partial F_p}{\partial \omega_j}} F_p' +$$

$$+ \frac{1}{\Psi_k^2}\sum_{j=1}^{k-1}\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial \Psi_k}{\partial \frac{\partial F_p}{\partial \omega_j}} F_p' \sum_{i=1}^{k-1} a_{ij}\sum_{q=1}^{k-1}\frac{\partial \Psi_k}{\partial \frac{\partial F_q}{\partial \omega_i}} F_q';$$

если

$$2\theta = \sum_{i=1}^{k}\Psi_i \sum_{j=1}^{k} a_{ij}\Psi_j. \quad (7)$$

Изъ полученныхъ формулъ и видно, что всѣ A_{ij} конечны, если только Ψ_k не обращается въ нуль; а послѣднее влечетъ за собою равенство (4), которое не предполагается, такъ какъ при F_i постоянныхъ и ω_k, единственная перемѣнная координата, была бы постоянна, т. е. движенія вовсе не было бы. Допустить же, что въ (4) ω_k не входитъ, мы не можемъ, потому что это противорѣчило бы сдѣланному нами раньше условію о независимости другъ отъ друга постоянныхъ C_i.

Возвращаясь къ выраженію (3), положимъ:

$$P_i = A_{1i}F_1' + A_{2i}F_2' + \ldots + A_{k-1i}F'_{k-1} + A_{ki}\omega'. \quad (8)$$

Тогда Лагранжевы уравненія будутъ:

$$\frac{dP_i}{dt}=\frac{\partial U}{\partial F_i}+\frac{\partial T}{\partial F_i},\quad \text{для}\quad i=1,\ 2,\ \ldots\ (k-1);$$

$$\frac{dP_k}{dt}=\frac{\partial U}{\partial \omega}+\frac{\partial T}{\partial \omega}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (9)$$

Изъ (8) вытекаетъ:

$$F_i'=B_{1i}P_1+B_{2i}P_2+\ldots+B_{ki}P_k;$$

$$\omega'=B_{1k}P_1+B_{2k}P_2+\ldots+B_{kk}P_k,\ldots\ldots\ldots\ (10)$$

Коэффиціенты A и B связаны между собою такими зависимостями:

$$A_{1i}B_{1i}+A_{2i}B_{2i}+\ldots+A_{ki}B_{ki}=1;$$

$$A_{1i}B_{1j}+A_{2i}B_{2j}+\ldots+A_{ki}B_{kj}=0;\ldots\ldots\ (11)$$

если i не равняется j.

Приступаемъ теперь къ выводу уравненій для U; съ этою цѣлью дифференцируемъ по времени любое изъ равенствъ (1); будемъ имѣть:

$$F_i'=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ (12)$$

или по (10):

$$B_{1i}P_1+B_{2i}P_2+\ldots+B_{ki}P_k=0.\ldots\ldots\ (13)$$

Эти $(k-1)$ равенства могутъ быть замѣнены такими:

$$E_kP_1-E_1P_k=0;$$

$$E_kP_2-E_2P_k=0;$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$E_kP_{k-1}-E_{k-1}P_k=0;\ldots\ldots\ldots\ (14)$$

если E_i удовлетворяютъ условіямъ:

$$E_1B_{11}+E_2B_{12}+\ldots+E_kB_{1k}=0;$$

$$E_1B_{21}+E_2B_{22}+\ldots+E_kB_{2k}=0;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$E_1B_{k-1.1}+E_2B_{k-1.2}+\ldots+E_kB_{k-1.k}=0.$$

Сравнивая предъидущія выраженія съ (11), видимъ, что можемъ принять:

$$E_1 = A_{1k}\,; \quad E_1 = A_{2k}\,; \quad \ldots \quad E_k = A_{kk}\,.$$

Такимъ образомъ вмѣсто (14) получимъ такой рядъ равенствъ:

$$A_{kk}\,P_1 - A_{1k}\,P_k = 0\,;$$

$$A_{kk}\,P_2 - A_{2k}\,P_k = 0\,;$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$A_{kk}\,P_{k-1} - A_{kk-1}\,P_k = 0\,. \qquad \ldots\ldots\ldots \qquad (15)$$

Дифференцируя первое изъ нихъ еще разъ по времени и подставляя (9), найдемъ:

$$A_{kk}\frac{\partial U}{\partial F_1} - A_{1k}\frac{\partial U}{\partial \omega} + A_{kk}\frac{\partial T}{\partial F_1} - A_{1k}\frac{\partial T}{\partial \omega} + P_1\frac{dA_{kk}}{dt} - P_k\frac{dA_{1k}}{dt} = 0. \qquad (16)$$

Припоминаемъ выраженіе для живой силы (3); тогда находимъ:

$$A_{kk}\frac{\partial T}{\partial F_1} - A_{1k}\frac{\partial T}{\partial \omega} + P_1\frac{dA_{kk}}{dt} - P_k\frac{dA_{1k}}{dt} =$$

$$= \frac{A_{kk}}{2}\left\{\omega'^2\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1} + 2\omega'\sum_{i=1}^{k-1}\frac{\partial A_{ki}}{\partial F_1}F_i' + \sum_{i=1}^{k-1}F_i'\sum_{i=1}^{k-1}F_i'\frac{\partial A_{ii}}{\partial F_1}\right\} -$$

$$- \frac{A_{1k}}{2}\left\{\omega'^2\frac{\partial A_{kk}}{\partial \omega} + 2\omega'\sum_{i=1}^{k-1}\frac{\partial A_{ki}}{\partial \omega}F_i' + \sum_{i=1}^{k-1}F_i'\sum_{i=1}^{k-1}F_i'\frac{\partial A_{ii}}{\partial \omega}\right\} +$$

$$+ \left(A_{1k}\omega' + \sum_{i=1}^{k-1}A_{1i}F_i'\right)\left(\frac{\partial A_{kk}}{\partial \omega}\omega' + \sum_{i=1}^{k-1}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_i}F_i'\right) -$$

$$- \left(A_{kk}\omega' + \sum_{i=1}^{k-1}A_{ki}F_i'\right)\left(\frac{\partial A_{1k}}{\partial \omega}\omega' + \sum_{i=1}^{k-1}\frac{\partial A_{ik}}{\partial F_i}F_i'\right) =$$

$$= \frac{\omega'^2}{2}\left\{A_{kk}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1} + A_{1k}\frac{\partial A_{kk}}{\partial \omega} - 2A_{kk}\frac{\partial A_{1k}}{\partial \omega}\right\} + \ldots\ldots \qquad (17)$$

Здѣсь точками означены члены, содержащіе множителями F_i'.

Такъ какъ, по условію, силы, приложенныя къ системѣ, имѣютъ потенціалъ, то однимъ изъ интеграловъ движенія будетъ интегралъ живыхъ силъ:

$$T = U + h. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

Если силовая функція U такова, что при ней возможны интегралы (1), то обязательно должны имѣть мѣсто равенства (12) или (13) и (16). Послѣднее же на основаніи (12), (17) и (18) обращается въ такое:

$$A_{kk}\left[\frac{\partial U}{\partial F_1} - A_{1k}\frac{\partial U}{\partial \omega} + \frac{U+h}{A_{kk}}\left\{A_{kk}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1} + A_{1k}\frac{\partial A_{kk}}{\partial \omega} - 2A_{kk}\frac{\partial A_{1k}}{\partial \omega}\right\} = 0.\right.$$

Къ нему присоединяются $(k-2)$ другихъ, получаемыхъ черезъ замѣну значка 1 на 2, 3, . . . $(k-1)$, такъ что полная система будетъ:

$$A_{kk}\frac{\partial U}{\partial F_1} - A_{1k}\frac{\partial U}{\partial \omega} + (U+h)N_1 = 0\ ;$$

$$A_{kk}\frac{\partial U}{\partial F_2} - A_{2k}\frac{\partial U}{\partial \omega} + (U+h)N_2 = 0\ ;$$

. . . . . .

$$A_{kk}\left[\frac{\partial U}{\partial F_{k-1}} - A_{k-1,k}\frac{\partial U}{\partial \omega} + (U+h)N_{k-1} = 0\ ; \right. \quad \ldots\ldots (19)$$

гдѣ

$$N_p = \frac{\partial A_{kk}}{\partial F_p} + \frac{A_{pk}}{A_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial \omega} - 2\frac{\partial A_{pk}}{\partial \omega}. \quad \ldots\ldots\ldots (20)$$

Постоянной h въ этихъ равенствахъ должно быть дано нѣкоторое частное значеніе, которое можетъ быть, вообще говоря, функціею отъ C_i или F_i. Если положить, что это сдѣлано, то всѣ предъидущія равенства (19) должны обратиться въ тождества. Дѣйствительно, въ противномъ случаѣ мы получили бы одно или нѣсколько равенствъ вида (4), что, какъ было уже сказано, невозможно.

Итакъ всякая функція U, допускающая систему интеграловъ (1), необходимо должна быть рѣшеніемъ системы совокупныхъ уравненій (19), гдѣ h нѣкоторая функція только отъ $F_1, F_2, \ldots F_{k-1}$.

Нетрудно показать, что, наоборотъ, если взять за силовую функцію какое либо рѣшеніе системы (19), то равенства (1) всегда могутъ служить частными интегралами движенія.

Въ самомъ дѣлѣ, система k совокупныхъ уравненій движенія (9) можетъ быть замѣнена ей равносильною: уравненіемъ живыхъ силъ (18) и $(k-1)$ такихъ комбинацій уравненій (9):

$$A_{kk}\left(\frac{dP_i}{dt}-\frac{\partial U}{\partial F_i}-\frac{\partial T}{\partial F_i}\right)-A_{ik}\left(\frac{dP_k}{dt}-\frac{\partial U}{\partial \omega}-\frac{\partial T}{\partial \omega}\right)=0. \quad . \quad . \quad (21)$$

При этомъ замѣтимъ, что A_{kk} не можетъ равняться нулю, хотя бы потому, что тогда при $F_i'=0$ и T обращается въ нуль независимо отъ того, какое значеніе принимаетъ ω', что нелѣпость.

Уравненія же (21), если U удовлетворяетъ (19) при соотвѣтственномъ значеніи h, могутъ, на основаніи (17), быть приведены къ виду:

$$F_i''+M_i=0\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

гдѣ M_i содержитъ множителями F_i'.

Система же уравненій (18) и (22), очевидно, удовлетворяется при $F_i=\text{Const}$, такъ какъ тогда (22) обращается въ тождества, а въ (18) перемѣнныя отдѣлены:

$$\omega'^2 A_{kk}=2(U+h)\,.$$

Такимъ образомъ для того, чтобы при силовой функціи U были возможны интегралы (1), необходимо и достаточно, чтобы U была рѣшеніемъ системы (19), гдѣ h какая-нибудь функція отъ F_i.

Самое общее значеніе U найдется посредствомъ интегрированія этой системы, послѣ того какъ h мы дадимъ самое общее возможное значеніе, не нарушающее совмѣстности (19).

Иначе можно сказать, что рѣшеніе вопроса сводится къ интегрированію системы (19) въ соединеніи съ уравненіемъ

$$\frac{\partial h}{\partial \omega}=0,$$

содержащей двѣ неизвѣстныхъ функціи U и h.

Уравненія (19) могутъ быть получены еще изъ такихъ соображеній: ограничимъ свободу нашей системы $(k-1)$ связями:

$$F_1 - C_1 = 0\ ;\quad F_2 - C_2 = 0\ ;\ \ldots\ ;\ F_{k-1} - C_{k-1} = 0\ ,$$

и выразимъ, что при нѣкоторыхъ начальныхъ скоростяхъ эти добавочныя связи реакцій не оказываютъ; тогда и получатся уравненія (19).*)

§ 2.

Въ предъидущемъ параграфѣ мы вывели уравненія для U, взявши частную систему координатъ: F_1, F_2, ... F_{k-1}, ω. Выведемъ теперь ихъ въ предположеніи, что система координатъ какая-угодно: ω_1, ω_2, ... ω_k. Пусть тогда живая сила выражается равенствомъ (5).

Полагаемъ

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_i'} = p_i = a_{1i}\omega_1' + a_{2i}\omega_2' + \ldots + a_{ki}\omega_k'. \quad \ldots\ (23)$$

Тогда уравненія движенія системы:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial U}{\partial \omega_i} + \frac{\partial T}{\partial \omega_i}. \quad \ldots\ (24)$$

Изъ (23) вытекаетъ:

$$\omega_i' = b_{1i}p_1 + b_{2i}p_2 + \ldots + b_{ki}p_k\ ; \quad \ldots\ (25)$$

при чемъ зависимости между a и b тѣже (11), что и между A и B.

Равенства

$$F_q' = 0\ ,\quad \text{для}\quad q = 1,\ 2,\ \ldots\ k-1 \quad \ldots\ (26)$$

могутъ по (25) быть замѣнены такими:

$$p_1\sum_{j=1}^{k}\frac{\partial F_q}{\partial \omega_j}b_{1j} + p_2\sum_{j=1}^{k}\frac{\partial F_q}{\partial \omega_j}b_{2j} + \ldots + p_k\sum_{j=1}^{k}\frac{\partial F_q}{\partial \omega_j}b_{kj} = 0$$

*) Выводъ такого рода сдѣланъ мною въ сочиненіи «Объ уравненіяхъ съ частными производными для несвободнаго движенія». Спб. 1888.

или, короче:

$$C_{1,q}p_1 + C_{2,q}p_2 + \ldots + C_{k,q}p_k = 0 \ldots\ldots (27)$$

если

$$C_{i,q} = \sum_{j=1}^{k} \frac{\partial F_q}{\partial \omega_j} b_{ij} ; \quad \ldots\ldots\ldots (28)$$

причемъ $C_{i,q}$, вообще говоря, не равняется $C_{q,i}$.

Рядъ равенствъ (27) можетъ быть замѣненъ такимъ:

$$D_k p_1 - D_1 p_k = 0 ;$$

$$D_k p_2 - D_1 p_k = 0 ;$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$D_k p_{k-1} - D_{k-1} p_k = 0 ; \ldots\ldots\ldots (29)$$

если только коэффиціенты D удовлетворяютъ уравненіямъ:

$$D_1 C_{1,1} + D_2 C_{2,1} + \ldots + D_k C_{k,1} = 0 ;$$

$$D_1 C_{1,2} + D_2 C_{2,2} + \ldots + D_k C_{k,2} = 0 ;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$D_1 C_{1,k-1} + D_2 C_{2,k-1} + \ldots + D_k C_{k,k-1} = 0 \ldots\ldots (30)$$

Чтобы удовлетворить этимъ равенствамъ, мы можемъ принять:

$$D_i = a_{1i}\Psi_1 + a_{2i}\Psi_2 + \ldots + a_{ki}\Psi_k , \ldots\ldots (31)$$

гдѣ $\Psi_1, \Psi_2, \ldots \Psi_k$ опредѣлители, значеніе которыхъ дано въ (6).

Относительно этихъ опредѣлителей нетрудно видѣть, что они могутъ быть представлены какъ миноры нѣкотораго другаго опредѣлителя; т. е.

$$\Psi_j = \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial F}{\partial \omega_j}}$$

если

$$L=\begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial \omega_k} & \frac{\partial F}{\partial \omega_1} & \cdots & \frac{\partial F}{\partial \omega_{k-1}} \\ \frac{\partial F_1}{\partial \omega_k} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega_1} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial \omega_{k-1}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_k} & \frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_1} & \cdots & \frac{\partial F_{k-1}}{\partial \omega_{k-1}} \end{vmatrix}$$

Откуда убѣждаемся, что

$$L(F)=\frac{\partial F}{\partial \omega_1}\Psi_1+\frac{\partial F}{\partial \omega_2}\Psi_2+\ldots+\frac{\partial F}{\partial \omega_k}\Psi_k.$$

а также, что

$$L(F_1)=L(F_2)=\ldots=L(F_{k-1})=0, \quad \ldots\ldots (32)$$

какъ опредѣлители съ равными строками.

Теперь нетрудно повѣрить, что (31) дѣйствительно удовлетворяютъ (30). Подставляя значенія D изъ (31) въ любое (30), на основаніи соотношеній между коэффиціентами a и b, получаемъ:

$$\frac{\partial F_q}{\partial \omega_1}\Psi_1+\frac{\partial F_q}{\partial \omega_2}\Psi_2+\ldots+\frac{\partial F_q}{\partial \omega_k}\Psi_k=L(F_q),$$

что равно нулю по (32).

Если припомнимъ выраженіе (7) для Θ, то легко видѣть, что

$$D_i=\frac{\partial \Theta}{\partial \Psi_i}$$

и слѣдовательно вмѣсто (29) можемъ написать:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \Psi_k}p_1-\frac{\partial \Theta}{\partial \Psi_1}p_k=0;$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \Psi_k}p_2-\frac{\partial \Theta}{\partial \Psi_2}p_k=0;$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \Psi_k}p_{k-1}-\frac{\partial \Theta}{\partial \Psi_{k-1}}p_k=0.$$

Дифференцируемъ первое изъ этихъ выраженій по времени и вставляемъ значеніе $\frac{dp_i}{dt}$ изъ (24):

$$\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}\frac{\partial U}{\partial\omega_1}-\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_1}\frac{\partial U}{\partial\omega_k}+\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}\frac{\partial T}{\partial\omega_1}-\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_1}\frac{\partial T}{\partial\omega_k}+$$

$$+p_1\frac{d}{dt}\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}-p_k\frac{d}{dt}\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_1}=0 \quad \ldots\ldots\ldots (33)$$

Замѣтимъ, что изъ равенствъ (26) вытекаетъ

$$\frac{\omega_1'}{\Psi_1}=\frac{\omega_2'}{\Psi_2}=\ldots=\frac{\omega_k'}{\Psi_k},$$

и слѣдовательно интегралъ живыхъ силъ преобразуется такъ:

$$\Theta\,\omega_k'^2=(U+h)\Psi_k^2.$$

Принимая это во вниманіе, можетъ уравненіе (33) замѣнить такимъ;

$$\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}\frac{\partial U}{\partial\omega_1}-\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_1}\frac{\partial U}{\partial\omega_k}+\frac{U+h}{\Theta}\left\{\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}\left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial\omega_1}\right)-\sum_{i=1}^{k}\Psi_i\frac{\partial}{\partial\omega_i}\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_1}\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_1}\left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial\omega_k}\right)-\sum_{i=1}^{k}\Psi_i\frac{\partial}{\partial\omega_i}\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}\right]\right\}=0. \quad \ldots\ldots (34)$$

Скобки при производныхъ означаютъ, что эти частныя производныя берутся въ предположеніи, что $\Theta=\text{fonct}(\omega_i, \Psi_i)$.

Къ уравненію (34) должны быть прибавлены еще $(k-2)$:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}\frac{\partial U}{\partial\omega_2}-\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_2}\frac{\partial U}{\partial\omega_k}+\frac{U+h}{\Theta}\left\{\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}\left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial\omega_2}\right)-\sum_{i=1}^{k}\Psi_i\frac{\partial}{\partial\omega_i}\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_2}\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_2}\left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial\omega_k}\right)-\sum_{i=1}^{k}\Psi_i\frac{\partial}{\partial\omega_i}\frac{\partial\theta}{\partial\Psi_k}\right]\right\}=0;$$

. . . . . .

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\Psi_k}\cdot\frac{\partial U}{\partial\omega_{k-1}}-\frac{\partial\Theta}{\partial\Psi_{k-1}}\cdot\frac{\partial U}{\partial\omega_k}+\frac{U+k}{\Theta}\left\{\frac{\partial\Theta}{\partial\Psi_k}\left[\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\omega_{k-1}}\right)-\sum_{i=1}^{k}\Psi_i\frac{\partial}{\partial\omega_i}\frac{\partial\Theta}{\partial\Psi_{k-1}}\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{\partial\Theta}{\partial\Psi_{k-1}}\left[\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\omega_k}\right)-\sum_{j=1}^{k}\Psi_j\frac{\partial}{\partial\omega_j}\frac{\partial\Theta}{\partial\Psi_k}\right]\right\}=0.$$

Эти уравненія можно переписать въ болѣе симметричномъ видѣ:

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial\omega_1}+\dfrac{U+h}{\Theta}\left[\left(\dfrac{\partial\Theta}{\partial\omega_1}\right)-\sum_i\Psi_i\dfrac{\partial}{\partial\omega_i}\dfrac{\partial\Theta}{\partial\Psi_1}\right]}{\dfrac{\partial\Theta}{\partial\Psi_1}}=$$

$$=\frac{\dfrac{\partial U}{\partial\omega_1}+\dfrac{U+h}{\Theta}\left[\left(\dfrac{\partial\Theta}{\partial\omega_2}\right)-\sum_i\Psi_i\dfrac{\partial}{\partial\omega_i}\dfrac{\partial\Theta}{\partial\Psi_2}\right]}{\dfrac{\partial\Theta}{\partial\Psi_2}}=\ldots=$$

$$=\frac{\dfrac{\partial U}{\partial\omega_k}+\dfrac{U+h}{\Theta}\left[\left(\dfrac{\partial\Theta}{\partial\omega_{k-1}}\right)-\sum\Psi_i\dfrac{\partial}{\partial\omega_i}\dfrac{\partial\Theta}{\partial\Psi_{k-1}}\right]}{\dfrac{\partial\Theta}{\partial\Psi_{k-1}}}\quad\ldots\ldots(35)$$

Функція h здѣсь должна удовлетворять уравненію:

$$\frac{\partial h}{\partial\omega_1}\Psi_1+\frac{\partial h}{\partial\omega_2}\Psi_2+\ldots+\frac{\partial h}{\partial\omega_k}\Psi_k=0,\quad\ldots\ldots(36)$$

т. е.

$$\frac{dh}{dt}=0.$$

Если возьмемъ опять систему координатъ F_1, F_2, F_{k-1}, ω_k, то, какъ нетрудно видѣть:

$$\Psi_k=-1;\quad\Psi_{k-1}=\ldots=\Psi_2=\Psi_1=0;\quad\Theta=\frac{1}{2}A_{kk};$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\Psi_i}=-A_{ik};\quad\left(\frac{\partial\Theta}{\partial F_i}\right)=\frac{1}{2}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_i};\quad\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\omega_k}\right)=\frac{1}{2}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\omega_k}$$

и система (35) сливается съ (19).

Для случая промежуточнаго, т. е. когда за перемѣнныя взяты F_1, $F_2, \ldots F_m, \omega_{m+1}, \omega_{m+2}, \ldots \omega_k$, форма уравненій (35) сохраняется, только

$$\Psi_1 = \Psi_2 = \ldots = \Psi_m = 0 ;$$

поэтому уравненіе для h вмѣсто (36) будетъ:

$$\frac{\partial h}{\partial \omega_{m+1}} \Psi_{m+1} + \frac{\partial h}{\partial \omega_{m+2}} \Psi_{m+2} + \ldots + \frac{\partial h}{\partial \omega_k} \Psi_k = 0 .$$

ГЛАВА ВТОРАЯ.

Условія совмѣстности уравненій для силовой функціи.

§ 1.

На основаніи сказаннаго въ первой главѣ нахожденіе силовой функціи U, допускающей интегралы (1), сводится къ интегрированію системы совокупныхъ уравненій съ частныги производными (19).

Займемся условіями совмѣстности этихъ уравненій, но предварительно измѣнимъ нѣсколько ихъ видъ.

Первое изъ этихъ уравненій можетъ быть переписано такъ:

$$\frac{\partial}{\partial F_1}\left\{A_{kk}(U+h)\right\}-A_{kk}\frac{\partial h}{\partial F_1}-A_{1k}\frac{\partial(U+h)}{\partial\omega}+$$

$$+(U+h)\left\{\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\omega}-2\frac{\partial A_{1k}}{\partial\omega}\right\}=0,$$

ибо h не зависитъ отъ ω.

Иначе имѣемъ:

$$\frac{\partial}{\partial F_1}\left\{A_{kk}(U+h)\right\}-\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\left\{A_{kk}\frac{\partial(U+h)}{\partial\omega}+(U+h)\frac{\partial A_{kk}}{\partial\omega}\right\}-$$

$$-2A_{kk}(U+h)\left\{\frac{1}{A_{kk}}\frac{\partial A_{1k}}{\partial\omega}-\frac{A_{1k}}{A^2_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\omega}\right\}-A_{kk}\frac{\partial h}{\partial F_1}=0.$$

Подобнымъ образомъ можемъ поступить и съ остальными, такъ что, полагая

$$A_{kk}(U+h)=K \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (37)$$

получимъ окончательно такую систему, замѣняющую (19):

$$\frac{\partial R}{\partial F_1} - \frac{A_{1k}}{A_{kk}}\frac{\partial R}{\partial \omega} - 2R\frac{\partial}{\partial \omega}\frac{A_{1k}}{A_{kk}} - A_{kk}\frac{\partial h}{\partial F_1} = 0\ ;$$

$$\frac{\partial R}{\partial F_2} - \frac{A_{2k}}{A_{kk}}\frac{\partial R}{\partial \omega} - 2R\frac{\partial}{\partial \omega}\frac{A_{2k}}{A_{kk}} - A_{kk}\frac{\partial h}{\partial F_2} = 0\ ;$$

. . . . . .

$$\frac{\partial R}{\partial F_{k-1}} - \frac{A_{k-1\cdot k}}{A_{kk}}\frac{\partial R}{\partial \omega} - 2R\frac{\partial}{\partial \omega}\frac{A_{k-1\cdot k}}{A_{kk}} - A_{kk}\frac{\partial h}{\partial F_{k-1}} = 0\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

Къ разсмотрѣнію совмѣстности этихъ уравненій и переходимъ теперь.

Съ этою цѣлью составляемъ скобки Коркина*). Онѣ для двухъ уравненій съ частными производными перваго порядка:

$$w\left(q_1, q_2, \ldots q_n, R, \frac{\partial R}{\partial q_1}, \ldots \frac{\partial R}{\partial q_n}\right) = 0;$$

$$f\left(q_1, q_2, \ldots q_n, R, \frac{\partial R}{\partial q_1}, \ldots \frac{\partial R}{\partial q_n}\right) = 0;$$

гдѣ R неизвѣстная функція, а $q_1, q_2, \ldots q_n$ независимыя перемѣнныя, имѣетъ слѣдующій видъ:

$$(w, f) = \sum_{j=1}^{n}\left\{\frac{\partial w}{\partial q_j}\frac{\partial f}{\partial \frac{\partial R}{\partial q_j}} - \frac{\partial f}{\partial q_j}\frac{\partial w}{\partial \frac{\partial R}{\partial q_j}}\right\} +$$

$$+\frac{\partial w}{\partial R}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial \frac{\partial R}{\partial q_j}}\cdot\frac{\partial R}{\partial q_j} - \frac{\partial f}{\partial R}\cdot\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial w}{\partial \frac{\partial R}{\partial q_j}}\cdot\frac{\partial R}{\partial q_j} \ldots\ldots (39)$$

Если уравненія системы (38) имѣютъ общее рѣшеніе, то скобки, составленныя для всевозможныхъ комбинацій этихъ уравненій по два,

---

*) См. его диссертацію «О совокупныхъ уравненіяхъ перваго порядка съ частными производными».

или тождественно обращаются въ нуль въ силу уравневій (38) или, приравненныя нулю, даютъ новыя уравненія, совмѣстныя съ данными, для опредѣленія общаго рѣшенія.

Если окажется, что всѣ скобки, составленныя изъ уравненій (38), тождественно нули, то система (38) называется замкнутою и можетъ быть проинтегрирована извѣстнымъ образомъ. Если же нѣкоторыя изъ скобокъ должны быть прибавлены, какъ дополнительныя уравненія для нахожденія R, то мы продолжаемъ составленіе скобокъ, пока не дойдемъ до системы замкнутой, или пока число всѣхъ уравненій, опредѣляющихъ R не превыситъ двумя, единицами числа независимыхъ перемѣнныхъ. Въ послѣднемъ случаѣ заданныя уравненія общихъ рѣшеній не имѣютъ.

Составляемъ скобки для первой пары уравненій (38):

$$-\frac{\partial R}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial F_1}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}-2R\frac{\partial^2}{\partial\omega\partial F_1}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}-\frac{\partial h}{\partial F_2}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1}-A_{kk}\frac{\partial^2 h}{\partial F_1\partial F_2}-$$

$$-\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\left\{-\frac{\partial R}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}-2R\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}-\frac{\partial h}{\partial F_1}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\omega}\right\}+$$

$$+2\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\left\{\frac{\partial R}{\partial F_2}-\frac{\partial R}{\partial\omega}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\right\}+$$

$$+\frac{\partial R}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial F_2}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}+2R\frac{\partial^2}{\partial\omega\partial F_2}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}+\frac{\partial h}{\partial F_1}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}+A_{kk}\frac{\partial^2 h}{\partial F_1\partial F_2}+$$

$$+\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\left\{-\frac{\partial R}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}-2R\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}-\frac{\partial h}{\partial F_2}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\omega}\right\}-$$

$$-2\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\left\{\frac{\partial R}{\partial F_1}-\frac{\partial R}{\partial\omega}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\right\}=0.$$

При помощи уравненій (38) исключаемъ производныя $\frac{\partial R}{\partial F_1}$, $\frac{\partial R}{\partial F_2}$; тогда наше выраженіе принимаетъ видъ:

$$\frac{\partial R}{\partial\omega}\left\{\frac{\partial}{\partial F_2}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}-\frac{\partial}{\partial F_1}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}+\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}-\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\right\}+$$

$$+2R\left\{\frac{\partial^2}{\partial\omega\partial F_2}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}-\frac{\partial^2}{\partial\omega\partial F_1}\cdot\frac{A_{2k}}{A_{kk}}+\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}-\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\right\}-$$

$$-\frac{\partial h}{\partial F_1}\left\{2A_{kk}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}+\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\omega}-\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}\right\}+$$

$$+\frac{\partial h}{\partial F_2}\left\{2A_{kk}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}+\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\omega}-\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1}\right\}=0.$$

Прежде всего замѣчаемъ, что коэффиціентъ при $2R$, очевидно, производная по ω отъ коэффиціента при $\frac{\partial R}{\partial\omega}$. Этому послѣднему коэффиціенту, который назовемъ L_{12}, дадимъ нѣсколько иной видъ:

$$L_{12}=\frac{\partial}{\partial F_2}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}-\frac{\partial}{\partial F_1}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}+\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}-\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}=$$

$$=\frac{\partial}{\partial F_2}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}-\frac{\partial}{\partial F_1}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}+\frac{A_{1k}}{A^2_{kk}}\frac{\partial A_{2k}}{\partial\omega}-\frac{A_{2k}}{A^2_{kk}}\frac{\partial A_{1k}}{\partial\omega}=$$

$$=\frac{1}{A_{kk}}\frac{\partial A_{1k}}{\partial F_2}-\frac{1}{A_{kk}}\frac{\partial A_{2k}}{\partial F_1}-\frac{A_{1k}}{A^2_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}+\frac{A_{2k}}{A^2_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1}+$$

$$+\frac{A_{1k}}{A^2_{kk}}\frac{\partial A_{2k}}{\partial\omega}-\frac{A_{2k}}{A^2_{kk}}\frac{\partial A_{1k}}{\partial\omega};$$

такъ что окончательно:

$$L_{12}=\frac{1}{A^2_{kk}}\left\{A_{kk}\left(\frac{\partial A_{1k}}{\partial F_2}-\frac{\partial A_{2k}}{\partial F_1}\right)+A_{1k}\left(\frac{\partial A_{2k}}{\partial\omega}-\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}\right)+\right.$$

$$\left.+A_{2k}\left(\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1}-\frac{\partial A_{1k}}{\partial\omega}\right)\right\}. \quad . \quad . \quad (40)$$

На основаніи предъидущаго, составленная нами скобка перепишется такъ:

$$(12)=L_{12}\frac{\partial R}{\partial\omega}+2R\frac{\partial L_{12}}{\partial\omega}+N_{12}=0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

и

$$N_{12}=N_2\frac{\partial h}{\partial F_1}-N_1\frac{\partial h}{\partial F_2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

гдѣ коэффиціенты N даны формулой (20).

Скобки, составленныя изъ другихъ паръ уравненій (38), получаются изъ (41) простою перемѣною значковъ 1 и 2 на другіе изъ ряда $1, 2, \ldots . (k-1)$.

§ 2.

Видъ, который мы дали коэффиціенту L_{12}, ясно показываетъ, что, если заданная система интеграловъ (1) обладаетъ тѣмъ свойствомъ, что дифференціальное выраженіе:

$$A_{1k}\,dF_1 + A_{2k}\,dF_2 + \ldots + A_{k-1.k}\,dF_{k-1} + A_{kk}\,dF_k \quad \ldots (43)$$

можетъ при помощи множителя быть обращено въ полный дифференціалъ, то система (38) будетъ замкнутая, если только для функціи h выберемъ такое значеніе, которое обращаетъ въ нули всѣ коэффиціенты N_{ij}. Послѣдняго всегда можно достичь, если примемъ h независящимъ вовсе отъ F_i.

Условіе о свойствѣ дифференціальнаго выраженія (43) можетъ быть высказано еще иначе: частная производная отъ живой силы по ω' обладаетъ способностью посредствомъ множителя обращаться въ полную производную по времени отъ нѣкоторой функціи; въ самомъ дѣлѣ, сравненіе выраженія:

$$\frac{\partial T}{\partial \omega'} = A_{1k}F_1' + A_{2k}F_2' + \ldots + A_{k-1.k}F'_{k-1} + A_{kk}\omega' \quad \ldots (44)$$

съ (43) подтверждаетъ сказанное.

Когда вышеупомянутое условіе выполнено, самое обще значеніе для U будетъ общій интегралъ системы (38), въ которой для h должно быть дано самое общее значеніе, обращающее N_{ij} въ нуль, т. е. удовлетворяющее уравненіямъ:

$$\frac{1}{N_1}\frac{\partial h}{\partial F_1} = \frac{1}{N_2}\frac{\partial h}{\partial F_2} = \ldots = \frac{1}{N_{k-1}}\frac{\partial h}{\partial F_{k-1}}, \ldots\ldots (45)$$

и, понятно, не содержащее ω.

Если же, хотя одна изъ скобокъ (41), напр. выписанная нами

$$(12) = L_{12}\frac{\partial R}{\partial \omega} + 2R\frac{\partial L_{12}}{\partial \omega} + N_{12} = 0$$

не обращаетси въ нуль независимо отъ того, какія значеченія принимаетъ R, то, интегрируя это уравненіе, найдемъ по (42):

$$R=\frac{1}{L_{12}^{2}}\left\{\frac{\partial h}{\partial F_1}\int N_2 L_{12}d\omega-\frac{dh}{\partial F_2}\int N_1 L_{12}d\omega+\Pi(F_1,\ F_2,\ \ldots\ F_{k-1})\right\},$$

гдѣ П знакъ произвольной функцій.

Отсюда по (37) получаемъ:

$$U=-\frac{h}{A_{kk}}+\frac{1}{A_{kk}L_{12}^{2}}\left\{\frac{\partial h}{\partial F_1}\int N_2 L_{12}d\omega-\frac{\partial h}{\partial F_2}\int N_1 L_{12}d\omega+\Pi\right\},\quad\ldots\ (46)$$

какъ самое общее значеніе U, допускающей данные интегралы.

Функціи h и П, входящія сюда. будутъ ограничены еще многими условіями, такъ какъ должны быть удовлетворены всѣ скобки, составленныя изъ (41) въ соединеніи съ любымъ изъ (38) и можетъ даже случиться, что система (38) вовсе не будетъ имѣть рѣшеній. Во всякомъ случаѣ изъ выраженія (46) мы видимъ, что всѣ силовыя функціи, допускающія интегралы (1), если и существуютъ, то въ этомъ случаѣ одинаковымъ образомъ зависятъ отъ ω и слѣдовательно могутъ отличаться другъ отъ друга лишь своею зависимостью отъ F_i.

§ 3.

Посмотримъ теперь, какъ мы должны себѣ задать интегралы (1), чтобы имѣть заранѣе увѣренность въ совмѣстности уравненій, опредѣляющихъ U.

Для простоты положимъ сначала, что наша матеріальная система свободна и отнесена къ прямоугольнымъ Декартовымъ координатамъ, а затѣмъ полученные результаты распространимъ на какія угодно кординаты.

Итакъ пусть положеніе системы опредѣляется k координатами: $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_k$; причемъ мы разумѣемъ подъ ξ_i*) какую нибудь Декартову координату, умноженную на $\sqrt{m_i}$, гдѣ m_i масса соотвѣтственной

---

*) Эти ξ_i, совпадаютъ съ u_i употребленными проф. Бобылевымъ въ его статьѣ «О перемѣнѣ координатъ въ дифф. уравн. Динамики». Прил. къ VIII тому Зап. Имп. Ак. Наукъ.

точки. Тогда живая сила принимаетъ такой проотой видъ:

$$2T=\sum_{i=1}^{k}=\xi_i'^2. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (47)$$

Если же ее выразить черезъ F_p и ξ_k:

$$2T=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\xi_k'+\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}F_p'\right)^2=$$

$$=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\right)^2\xi_k'^2+2\xi_k'\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\xi_i}{o\xi_k}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}F_p'+\sum_{i=1}^{k}\sum_{p=1}^{k+1}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}F_p'\sum_{q=1}^{k-1}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_q}F_q'.$$

Отсюда формула (44), выраженная чрезъ F_i и ξ_k:

$$\frac{\partial T}{\partial\xi_k'}dt=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\right)^2 d\xi_k+\sum_{i=1}^{k}\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\cdot\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}dF_p=$$

$$=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\left\{\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}d\xi_k+\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}dF_p\right\}.$$

Таже самая дифференціальная формула, выраженная черезъ ξ_1, ξ_2, ... ξ_k, представится въ такомъ простомъ видѣ:

$$\frac{\partial T}{\partial\xi_k'}dt=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}d\xi_i, \quad \ldots\ldots\ldots (48)$$

гдѣ, понятно. и въ коэффиціентахъ: $\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}$, F_p должны быть выражены чрезъ ξ_1, ξ_2, ... ξ_k.

Допускаемъ, что функція U силъ, дѣйствующихъ на систему такова, что интегралы (1) (для $\omega_i = \xi_i$) возможны; тогда

$$\frac{\partial F_p}{\partial \xi_1}\xi_1' + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_2}\xi_2' + \ldots + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_{k-1}}\xi'_{k-1} + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_k}\xi_k' = 0, \quad \ldots \quad (49)$$

для $p = 1, 2, \ldots k-1$.

Но съ другой стороны

$$\frac{\partial F_p}{\partial \xi_1}\frac{\partial \xi_1}{\partial \xi_k} + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_2}\frac{\partial \xi_2}{\partial \xi_k} + \ldots + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_{k-1}}\frac{\partial \xi_{k-1}}{\partial \xi_k} + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_k} = 0. \quad \ldots \quad (50)$$

Если опредѣлитель

$$\sum \pm \frac{\partial F_1}{\partial \xi_1} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial \xi_2} \cdot \ldots \cdot \frac{\partial F_{k-1}}{\partial \xi_{k-1}}$$

не нуль, то изъ сравненія выписанныхъ равенствъ (49) и (50) вытекаетъ:

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} = \frac{\xi_i'}{\xi_k'}. \quad \ldots \quad (51)$$

Равняться же нулю этотъ опредѣлитель не можетъ такъ какъ тогда мы имѣли бы:

$$\Pi(F_1, F_2, \ldots F_{k-1}, \xi_k) = 0,$$

что, какъ мы видѣли, мѣста не имѣетъ.

Но извѣстно, что производная ξ_i', равная въ нашемъ случаѣ $\frac{\partial T}{\partial \xi_i'}$, можетъ быть представлена, какъ частная производная отъ функціи W, служащей полнымъ интеграломъ уравненія:

$$\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial W}{\partial \xi_i}\right)^2 = 2(U+h) \quad \ldots \quad (52)$$

т. е.

$$\xi_i' = \frac{\partial W}{\partial \xi_i}. \quad \ldots \quad (53)$$

Функція W содержитъ ξ_i, а также h и $(k-1)$ другихъ постоянныхъ произвольныхъ: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_{k-1}$. Такъ какъ интегралы (1)

точки. Тогда живая сила принимаетъ такой проотой видъ:

$$2T=\sum_{i=1}^{k}=\xi_i'^2. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (47)$$

Если же ее выразить черезъ F_p и ξ_k:

$$2T=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\xi_k'+\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}F_p'\right)^2=$$

$$=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\right)^2\xi_k'^2+2\xi_k'\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\xi_i}{o\xi_k}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}F_p'+\sum_{i=1}^{k}\sum_{p=1}^{k+1}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}F_p'\sum_{q=1}^{k-1}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_q}F_q'.$$

Отсюда формула (44), выраженная чрезъ F_i и ξ_k:

$$\frac{\partial T}{\partial\xi_k'}dt=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\right)^2 d\xi_k+\sum_{i=1}^{k}\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\cdot\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}dF_p=$$

$$=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}\left\{\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}d\xi_k+\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\partial\xi_i}{\partial F_p}dF_p\right\}.$$

Таже самая дифференціальная формула, выраженная черезъ ξ_1, ξ_2, ... ξ_k, представится въ такомъ простомъ видѣ:

$$\frac{\partial T}{\partial\xi_k'}dt=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}d\xi_i, \quad \ldots$$

гдѣ, понятно. и въ коэффиціентахъ: $\frac{\partial\xi_i}{\partial\xi_k}$, F_p чрезъ ξ_1, ξ_2, ... ξ_k.

Допускаемъ, что функція U силъ, дѣйствующихъ на систему такова, что интегралы (1) (для $\omega_i = \xi_i$) возможны; тогда

$$\frac{\partial F_p}{\partial \xi_1}\xi_1' + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_2}\xi_2' + \ldots + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_{k-1}}\xi_{k-1}' + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_k}\xi_k' = 0, \quad \ldots \quad (49)$$

для $p = 1, 2, \ldots k-1$.

Но съ другой стороны

$$\frac{\partial F_p}{\partial \xi_1}\frac{\partial \xi_1}{\partial \xi_k} + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_2}\frac{\partial \xi_2}{\partial \xi_k} + \ldots + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_{k-1}}\frac{\partial \xi_{k-1}}{\partial \xi_k} + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_k} = 0. \quad \ldots \quad (50)$$

Если опредѣлитель

$$\sum \pm \frac{\partial F_1}{\partial \xi_1} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial \xi_2} \ldots \frac{\partial F_{k-1}}{\partial \xi_{k-1}}$$

не нуль, то изъ сравненія выписанныхъ равенствъ (49) и (50) вытекаетъ:

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} = \frac{\xi_i'}{\xi_k'}. \quad \ldots \quad (51)$$

Равняться же нулю этотъ опредѣлитель не можетъ такъ какъ тогда мы имѣли бы:

$$\Pi(F_1, F_2, \ldots F_{k-1}, \xi_k) = 0,$$

что, какъ мы видѣли, мѣста не имѣетъ.

Но извѣстно, что производная ξ_i', равная въ нашемъ случаѣ $\frac{\partial T}{\partial \xi_i'}$, можетъ быть представлена, какъ частная производная отъ функціи W, служащей полнымъ интеграломъ уравненія:

$$\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial W}{\partial \xi_i}\right)^2 = 2(U+h) \quad \ldots \quad (52)$$

т. е.

$$\xi_i = \frac{\partial W}{\partial \xi_i} \quad \ldots \quad (53)$$

частные, то величины ξ_i' будутъ удовлетворять (49) только тогда, когда мы, вообще говоря, какъ h, такъ и a дадимъ нѣкоторыя частныя значенія, зависящія, быть можетъ, отъ F_p; т. е. мы должны принять

$$a_j = f_j(F_p)\,; \quad h = \psi(F_p)\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

Кромѣ того, какъ мы видѣли, коэффиціенты (48) должны быть выражены черезъ ξ_i; слѣдовательно прежде чѣмъ изъ (53) подставить въ (51), нужно во первыхъ въ $\dfrac{\partial W}{\partial \xi_i}$ замѣнить h и a_j ихъ значеніями черезъ F_p изъ (54), а во вторыхъ F_p выразить по (1) черезъ ξ_i. Но тогда уже мы не можемъ сказать, что $\dfrac{\partial W}{\partial \xi_i}$ останутся производными отъ одной и той же функціи. Значеніе, которое приметъ $\dfrac{\partial W}{\partial \xi_i}$ послѣ такой двойной подстановки означимъ черезъ $\left(\dfrac{\partial W}{\partial \xi_i}\right)$. Въ такомъ случаѣ изъ (51) и (53):

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} = \left(\frac{\partial W}{\partial \xi_i}\right) : \left(\frac{\partial W}{\partial \xi_k}\right). \quad . \quad . \quad . \quad n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

Пусть также $W = \text{fonct}(\xi_p\,,\ h,\,,\ a_1\,,\ a_2\,,\ \ldots\ a_{k-1})$ послѣ подстановокъ обратится въ $W(\xi_p)$, гдѣ $p = 1\,,\ 2\,,\ \ldots\ k$; тогда имѣемъ:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial \xi_i}\right) = \frac{\partial \overline{W}}{\partial \xi_i} - \sum_{p=1}^{k-1} \frac{\partial W}{\partial a_p}\frac{\partial a_p}{\partial \xi_i} - \frac{\partial W}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial \xi_i}$$

или, короче:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial \xi_i}\right) = B_i - \frac{\partial W}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial \xi_i}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

Подобнымъ образомъ для другаго какого-нибудь значка j:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial \xi_j}\right) = \frac{\partial \overline{W}}{\partial \xi_j} - \sum_{p=1}^{k-1} \frac{\partial W}{\partial a_p}\frac{\partial a_p}{\partial \xi_j} - \frac{\partial W}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial \xi_j} = B_j - \frac{\partial W}{\partial h}\frac{\partial h}{\partial \xi_j}.$$

Замѣтимъ, что $\dfrac{\partial W}{\partial a_p}$, какъ извѣстно, должна равняться нѣкоторой постоянной величинѣ, слѣдовательно должна быть функціею только однихъ F_p.

Сравнимъ между собою производныя $\frac{\partial B_i}{\partial \xi_j}$ и $\frac{\partial B_j}{\partial \xi_i}$:

$$\frac{\partial B_i}{\partial \xi_j} - \frac{\partial B_j}{\partial \xi_i} = \sum_{p=1}^{k-1} \left\{ \partial \frac{\partial W}{\partial a_p} \frac{\partial a_p}{\partial \xi_j} \frac{\partial a_p}{\partial \xi_i} - \partial \frac{\partial W}{\partial a_p} \frac{\partial a_p}{\partial \xi_i} \frac{\partial a_p}{\partial \xi_j} \right\}.$$

Но по предъидущему замѣчанію, можемъ написать:

$$\partial \frac{\partial W}{\partial a_p} = \sum_{q=1}^{k-1} \partial \frac{\partial W}{\partial a_p} \frac{\partial F_q}{\partial \xi_j};$$

точно также

$$\frac{\partial a_p}{\partial \xi_i} = \sum_{l=1}^{k-1} \frac{\partial a_p}{\partial F_l} \cdot \frac{\partial F_l}{\partial \xi_i}.$$

Поэтому

$$\frac{\partial B_i}{\partial \xi_j} - \frac{\partial B_j}{\partial \xi_i} = \sum_{p=1}^{k-1} \sum_{q=1}^{k-1} \partial \frac{\partial W}{\partial a_p} \sum_{l=1}^{k-1} \frac{\partial a_p}{\partial F_l} \frac{\partial F_q}{\partial \xi_j} \frac{\partial F_l}{\partial \xi_i} -$$

$$- \sum_{p=1}^{k-1} \sum_{l=1}^{k-1} \partial \frac{\partial W}{\partial a_p} \sum_{q=1}^{k-1} \frac{\partial a_p}{\partial F_q} \frac{\partial F_l}{\partial \xi_i} \frac{\partial F_q}{\partial \xi_j} = 0.$$

Такимъ образомъ оказывается, что B_i производная по ξ_i отъ нѣкоторой функціи V, т. е.

$$B_i = \frac{\partial V}{\partial \xi_i}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (57)$$

Между прочимъ можемъ замѣтить, что

$$V = \overline{W} + \text{fonct}(F_p).$$

Слѣдовательно изъ (55) на основаніи (56) и (57) будемъ имѣть:

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} = \frac{\frac{\partial V}{\partial \xi_i} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_i}}{\frac{\partial V}{\partial \xi_k} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_k}}, \quad \ldots\ldots\ldots (58)$$

если для сокращенія положить

$$\frac{\partial W}{\partial h} = \lambda.$$

Должно обратить вниманіе на то, что, какъ извѣстно :

$$\lambda = t - \tau,$$

гдѣ τ нѣкоторая постоянная.

Дифференцируя предъидущее равенство по времени, находимъ :

$$1 = \frac{d\lambda}{dt} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi_i} \xi_i' = \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi_i} \left(\frac{\partial V}{\partial \xi_i} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_i} \right). \quad \ldots \quad (59)$$

Съ другой стороны h величина постоянная; поэтому

$$0 = \frac{dh}{dt} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial h}{\partial \xi_i} \left(\frac{\partial V}{\partial \xi_i} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_i} \right). \quad \ldots \quad (60)$$

Такимъ образомъ дифференціальная формула (48), если только существуетъ хотя одна силовая функція U, допускающая интегралы (1), всегда можетъ быть приведена къ виду :

$$\frac{\partial T}{\partial \xi_k'} dt = \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} d\xi_i = \frac{1}{\frac{\partial V}{\partial \xi_k} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_k}} \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\partial V}{\partial \xi_i} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_i} \right) d\xi_i =$$

$$= \frac{1}{\frac{\partial V}{\partial \xi_k} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_k}} (dV - \lambda dh). \quad \ldots \quad (61)$$

Выразимъ теперь ее черезъ F_p и ξ_k; предварительно замѣтимъ, что равенства

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{\partial F_p}{\partial \xi_i} \xi_i' = 0,$$

для $p=1, 2, \ldots k-1$ влекутъ за собою:

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{\partial F_p}{\partial \xi_i}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_i} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_i}\right) = 0 \ldots\ldots\ldots (62)$$

Эти равенства тождества, слѣдовательно справедливы независимо отъ того, какъ они выражены, черезъ ξ_i или черезъ F_p и ξ_k.

А потому, если предположимъ, что λ и h выражены не черезъ ξ_i, а черезъ F_p и ξ_k, то формула (59) замѣнится такою:

$$1 = \frac{\partial \lambda}{\partial \xi_k} \cdot \left[\frac{\partial V}{\partial \xi_k} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_k}\right] \ldots\ldots\ldots (63)$$

Прямыя скобки здѣсь поставлены для отмѣтки, что берется значеніе выраженія, стоящаго въ нихъ, черезъ F_p и ξ_k.

Подобнымъ образомъ (60) замѣняется такимъ очевиднымъ:

$$\frac{\partial h}{\partial \xi_k} = 0, \ldots\ldots\ldots\ldots (64)$$

ибо $\left[\frac{\partial V}{\partial \xi_k} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_k}\right] = \xi_k'$ нулю равняться не можетъ.

Возвращаясь къ дифференціальной формулѣ (61), выраженной черезъ F_p и ξ_k, находимъ:

$$A_{kk}\, d\xi_k + \sum_{p}^{k-1} A_{pk}\, dF_p = \frac{1}{\left[\frac{\partial V}{\partial \xi_k} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_k}\right]} (dV - \lambda dh) =$$

$$= \frac{\partial \lambda}{\partial \xi_k}\left\{\frac{\partial V}{\partial \xi_k} d\xi_k + \sum_{p=1}^{k-1}\left(\frac{\partial V}{\partial F_p} - \lambda \frac{\partial h}{\partial F_p}\right) dF_p\right\}, \ldots\ldots (65)$$

если воспользуемся (63) и частную производную отъ V по ξ_k въ томъ случаѣ, когда V выражена черезъ F_p и ξ_k, означимъ чертою сверху.

Выраженіе (65) показываетъ, что условіе о формулѣ (44), хотя и достаточное для совмѣстности уравненій, не есть необходимое.

Изъ него же для коэффиціентовъ живой силы получаемъ такія значенія:

$$A_{kk}=\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

$$A_{pk}=\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial V}{\partial F_p}-\lambda\frac{\partial h}{\partial F_p}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (67)$$

§ 4.

Нетрудно съ помощью полученныхъ нами выраженій подтвердить выводы параграфа втораго этой главы. Сдѣлаемъ это тѣмъ болѣе, что нѣкоторые изъ результатовъ понадобятся намъ впослѣдствіи.

Функція U, допускающая по условію интегралы (1), должна, какъ мы видѣли, быть рѣшеніемъ уравненій (38), гдѣ h дано соотвѣтственное значеніе, а также и (41). Пользуясь (66) и (67), измѣнимъ видъ коэффиціентовъ въ (41).

Изъ (40) получаемъ:

$$L_{12}=\frac{1}{\left(\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\right)^2}\left\{\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}-\frac{\partial h}{\partial F_1}\frac{\partial\lambda}{\partial F_2}\right)+\left(\frac{\partial\overline{V}}{\partial F_2}-\lambda\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial h}{\partial F_1}-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{\partial\overline{V}}{\partial F_1}-\lambda\frac{\partial h}{\partial F_1}\right)\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right\};$$

или, послѣ сокращеній:

$$L_{12}=\left(\frac{\partial V}{\partial\xi_k}\right)^{-2}M_{12}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

гдѣ мы положили:

$$M_{12}=\begin{vmatrix} \frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k} & \frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k} & 0 \\ \frac{\partial V}{\partial F_1} & \frac{\partial\lambda}{\partial F_1} & \frac{\partial h}{\partial F_1} \\ \frac{\partial V}{\partial F_2} & \frac{\partial\lambda}{\partial F_2} & \frac{\partial h}{\partial F_2} \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (69)$$

По (64) для симметріи можно было бы нуль замѣнить черезъ $\frac{\partial h}{\partial\xi_k}$.

Въ коэффиціентѣ N_{12} мы должны допустить, что h дано тоже самое значеніе, какъ и въ формулахъ (66) и (67). Преобразуя нѣсколько этотъ коэффиціентъ, получимъ:

$$N_{12}=-\frac{\partial h}{\partial F_1}\left(2\frac{\partial A_{2k}}{\partial\xi_k}-\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\xi_k}-\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}\right)+$$

$$+\frac{\partial h}{\partial F_2}\left(2\frac{\partial A_{1k}}{\partial\xi_k}-\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial\xi_k}-\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1}\right)=$$

$$=-\frac{\partial h}{\partial F_1}\left(\frac{\partial A_{2k}}{\partial\xi_k}-\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}+A_{kk}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\frac{A_{2k}}{A_{kk}}\right)+$$

$$+\frac{\partial h}{\partial F_2}\left(\frac{\partial A_{1k}}{\partial\xi_k}-\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1}+A_{kk}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\frac{A_{1k}}{A_{kk}}\right)-$$

$$=-\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left(A_{2k}\frac{\partial h}{\partial F_1}-A_{1k}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)-A_{kk}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left\{\frac{1}{A_{kk}}\left(A_{2k}\frac{\partial h}{\partial F_1}-A_{1k}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\right\}+$$

$$+\frac{\partial h}{\partial F_1}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}-\frac{\partial h}{\partial F_2}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1}=$$

$$=-2\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left(A_{2k}\frac{\partial h}{\partial F_1}-A_1\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)+\frac{1}{A_{kk}}\left(A_{2k}\frac{\partial h}{\partial F_1}-A_{1k}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\frac{\partial A_{kk}}{\partial\xi_k}+$$

$$+\frac{\partial h}{\partial F_1}\cdot\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}-\frac{\partial h}{\partial F_2}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1}.$$

Теперь подставляя изъ (66) и (67), находимъ

$$N_{12}=-2\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left\{\left(\frac{\partial V}{\partial F_2}\frac{\partial h}{\partial F_1}-\frac{\partial V}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\right\}+$$

$$+\left(\frac{\partial V}{\partial\xi_k}\right)^{-1}\left\{\frac{\partial V}{\partial F_2}\frac{\partial h}{\partial F_1}-\frac{\partial V}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right\}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial V}{\partial\xi_k}\right)+$$

$$+\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial V}{\partial F_2}\frac{\partial h}{\partial F_1}-\frac{\partial V}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)+\frac{\partial V}{\partial\xi_k}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial h}{\partial F_1}\frac{\partial\lambda}{\partial F_2}-\frac{\partial h}{\partial F_2}\frac{\partial\lambda}{\partial F_1}\right).$$

Послѣ сокращеній получимъ:

$$N_{12}=-\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial V}{\partial F_2}\frac{\partial h}{\partial F_1}-\frac{\partial V}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)-\left(\frac{\partial V}{\partial F_2}\frac{\partial h}{\partial F_1}-\frac{\partial V}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\frac{\partial^2\lambda}{\partial\xi_k^2}-$$

$$+\left(\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\right)^{-1}\left(\frac{\partial V}{\partial F_2}\frac{\partial h}{\partial F_1}-\frac{\partial V}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial^2\overline{V}}{\partial\xi_k^2}-\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial h}{\partial F_1}\frac{\partial\lambda}{\partial F_2}-\frac{\partial h}{\partial F_2}\frac{\partial\lambda}{\partial F_1}\right);$$

или, если взять за общій множитель $\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}$:

$$N_{12}=\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\left\{\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial h}{\partial F_1}\frac{\partial\lambda}{\partial F_2}-\frac{\partial h}{\partial F_2}\frac{\partial\lambda}{\partial F_1}\right)-\frac{\partial}{\partial\xi_k}\frac{\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial V}{\partial F_2}\frac{\partial h}{\partial F_1}-\frac{\partial V}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)}{\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}}\right\};$$

или наконецъ:

$$N_{12}=\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\cdot\frac{\partial}{\partial\xi_k}\left\{\frac{1}{\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}}\left(\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\frac{\partial h}{\partial F_1}\frac{\partial\lambda}{\partial F_2}-\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\frac{\partial h}{\partial F_2}\frac{\partial\lambda}{\partial F_1}+\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial V}{\partial F_1}\frac{\partial h}{\partial F_2}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial V}{\partial F_2}\frac{\partial h}{\partial F_1}\right)\right\}=$$

$$=-\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}\frac{\partial}{\partial\xi_k}\frac{M_{12}}{\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}},\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(70)$$

если M_{12} тотже опредѣлитель (69).

Такимъ образомъ скобки (41) перепишутся такъ:

$$\frac{M_{12}}{p^2}\frac{\partial R}{\partial\xi_k}+2R\frac{\partial}{\partial\xi_k}\frac{M_{12}}{p^2}-p\frac{\partial}{\partial\xi_k}\frac{M_{12}}{p}=0,\quad\ldots\ldots\quad(71)$$

если для краткости положить

$$\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_k}=p.\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(72)$$

Остальныя скобки получатся чрезъ перемѣну значковъ.

Форма, данная нами скобкамъ, показываетъ, что всѣ онѣ тождественно обращаются въ нуль, если

$$M_{ij}=0$$

для каждой пары различныхъ значковъ изъ ряда 1, 2, 4, . . . $(k-1)$; а тогда между функціями V, λ и h должна имѣть мѣсто зависимость:

$$\Pi(V,\ \lambda,\ h)=0$$

т. е. $\lambda=\text{fonct}(V,\ h)$, а потому выраженіе (65) или (61) при помощи множителя можетъ быть обращено въ полный дифференціалъ, что и видѣли раньше.

Пусть теперь коэффиціенты (71) необращаются въ нули. Въ такомъ случаѣ предварительно замѣтимъ, что изъ (37):

$$R=A_{kk}(U+h)=A_{kk}T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

Но по (47):

$$2T=\sum_{i=1}^{k}\xi_i'^2=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial V}{\partial\xi_i}-\lambda\frac{\partial h}{\partial\xi_i}\right)^2=$$

$$=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial V}{\partial\xi_i}\right)^2-2\lambda\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial h}{\partial\xi_i}\frac{\partial V}{\partial\xi_i}+\lambda^2\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial h}{\partial\xi_i}\right)^2;$$

откуда по (60):

$$2T=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial\xi_i}\left(\frac{\partial V}{\partial\xi_i}-\lambda\frac{\partial h}{\partial\xi_i}\right).$$

Предполагая же все выраженнымъ черезъ F_p и ξ_k, находимъ по (62):

$$2T=\frac{\partial V}{\partial\xi_k}\left[\frac{\partial V}{\partial\xi_k}-\lambda\frac{\partial h}{\partial\xi_k}\right].$$

А принимая во вниманіе (63):

$$2T=\frac{\partial V}{\partial\xi_k}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\right)^{-1}=\frac{1}{A_{kk}}\left(\frac{\partial V}{\partial\xi_k}\right)^2;$$

такъ что изъ (73):

$$R=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_k}\right)^2=\frac{1}{2}p^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Но по (68) и (70):

$$\frac{M_{12}}{p^2}=L_{12} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

$$p\frac{\partial}{\partial \xi_k}\frac{M_{12}}{p}=-N_{12}.$$

Изъ послѣдняго равенства, послѣ умноженія на предъидущее:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \xi_k}\frac{M_{12}}{p^2}=-L_{12}N_{12};$$

и слѣдовательно, интегрируя:

$$\frac{M^2_{12}}{2p^2}=-\int L_{12}N_{12}d\xi_k-\Pi(F_1, F_2, \ldots F_{k-1}).$$

Отсюда же, пользуясь (75) и (74), найдемъ общее выраженіе для R:

$$R=-\frac{1}{L^2_{12}}\left\{\int N_{12}L_{12}d\xi_k+\Pi(F_1, F_2, \ldots F_{k-1})\right\},$$

что вполнѣ согласуется съ (46).

§ 5.

Обращаемся снова къ рѣшенію вопроса, какъ задать интегралы (1), чтобы уравненія (38) были совмѣстны.

На основаніи (58) самый общій способъ заданія интеграловъ будетъ слѣдующій. Возьмемъ систему совокупныхъ уравненій:

$$\frac{d\xi_1}{\frac{\partial V}{\partial \xi_1}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \xi_1}}=\frac{d\xi_2}{\frac{\partial V}{\partial \xi_2}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \xi_2}}=\ldots=\frac{d\xi_k}{\frac{\partial V}{\partial \xi_k}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \xi_k}}, \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

гдѣ функціи V, λ, h связаны между собою уравненіями (59) и (60), такъ что только одна изъ нихъ произвольна. Найдемъ $(k-1)$ независимыхъ другъ отъ друга интеграловъ системы (76):

$$F_1 = C_1\,; \quad F_2 = C_2\,, \ldots F_{k-1} = C_{k-1}. \quad \ldots\ldots (77)$$

Если мы ихъ примемъ за заданные интегралы, то легко убѣдиться, что уравненія (38) будутъ имѣть хотя одно общее рѣшеніе, а именно

$$R = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_k}\right)^2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (78)$$

гдѣ значеніе производной тоже, что и въ (65), т. е. она берется въ предположеніи, что V выражено черезъ ξ_k и F_p.

Въ самомъ дѣлѣ, если $F_p = C_p$ одинъ изъ интеграловъ (76), то

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{\partial F_p}{\partial \xi_i}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_i} - \lambda \frac{\partial h}{\partial \xi_i}\right) = 0. \quad \ldots\ldots\ldots (79)$$

А потому, если λ и h выражены черезъ F_p и ξ_k, вмѣсто (59) и (60) получимъ (63) и (64). Послѣднее показываетъ, что h не содержитъ ξ_k.

Введемъ въ выраженіе живой силы T координаты $F_1, \ldots F_{k-1}, \xi_k$. Мы будемъ имѣть для дифференціальной формулы $\frac{\partial T}{\partial \xi_k'}\delta t$ выраженіе (48):

Очевидныя равенства

$$\sum_{i=1}^{k-1} \frac{\partial F_p}{\partial \xi_i}\frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_k} = 0\,,$$

если интегралы (77) независимы другъ отъ друга влекутъ за собою по (79):

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} = \frac{\dfrac{\partial V}{\partial \xi_i} - \lambda \dfrac{\partial h}{\partial \xi_i}}{\dfrac{\partial V}{\partial \xi_k} - \lambda \dfrac{\partial h}{\partial \xi_k}}.$$

А въ такомъ случаѣ, очевидно, для коэффиціентовъ живой силы получаемъ выраженія (66) и (67); и слѣдовательно любое изъ уравненій (38)

можемъ переписать такъ:

$$\frac{\partial R}{\partial F_p}-\frac{\dfrac{\partial V}{\partial F_p}-\lambda\dfrac{\partial h}{\partial F_p}}{\dfrac{\partial V}{\partial \xi_k}}\frac{\partial R}{\partial \xi_k}-2R\frac{\partial}{\partial \xi_k}\frac{\dfrac{\partial V}{\partial F_p}-\lambda\dfrac{\partial h}{\partial F_p}}{\dfrac{\partial V}{\partial \xi_k}}-\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_k}\frac{\partial V}{\partial \xi_k}\frac{\partial h}{\partial F_p}=0$$

и тогда непосредственно убѣждаемся, что значеніе (78) для R ему удовлетворяетъ, если въ послѣднемъ члѣнѣ h дано тоже значеніе, что и въ (76).

Но, будутъ ли уравненія (38) имѣть общія рѣшенія при другихъ значеніяхъ h, а также, не будетъ ли еще другихъ рѣшеній для того же значенія h, мы наперед сказать не можемъ.

Покажемъ теперь, что нахожденіе трехъ функцій V, h и λ, связанныхъ двумя уравненіями (59) и (60), сводится къ интегрированію одного уравненія съ частными производными втораго порядка.

Если для сокращенія положить:

$$(\varphi\psi)=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\varphi}{\partial\xi_i}\frac{\partial\psi}{\partial\xi_i}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (80)$$

то (59) и (60) могутъ быть переписаны такъ:

$$1=(\lambda V)-\lambda(\lambda h);$$

$$0=(hV)-\lambda(\lambda h).$$

Если зададимъ себѣ по произволу V или h, то изъ втораго найдемъ:

$$\lambda=\frac{(hV)}{(hh)}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (81)$$

а первое обратится въ такое:

$$1=\left(\frac{(hV)}{(hh)}V\right)-\frac{(hV)}{(hh)}\left(\frac{(hV)}{(hh)}h\right),$$

или

$$(hh)^3=(hh)^2\Big((hV)V\Big)-(hV)(hh)\Big\{\Big((hh)V\Big)+\Big((hV)h\Big)\Big\}+(hV)^2\Big((hh)h\Big). \quad (82)$$

Когда мы задали себѣ по произволу V, то послѣднее уравненіе будетъ служить для нахожденія h; частныя производныя отъ h втораго порядка входятъ линейнымъ образомъ, а перваго въ степеняхъ до шестой. Если же задано h, то это будетъ уравненіе съ частными производными относительно V; причемъ производныя втораго порядка входятъ линейно, а перваго въ степеняхъ, но только до второй. Каждому изъ рѣшеній этого уравненія соотвѣтствуетъ по (81) одно λ.

Во всякомъ случаѣ такого рода заданіе весьма затруднительно и, ромѣ того, мы напередъ знаемъ лишь только одно рѣшеніе (78) системы (38), которая, вообще говоря, незамкнутая.

Гораздо проще приведетъ къ цѣли такой путь, основанный на томъ частномъ случаѣ совмѣстности, когда выраженіе (44) можетъ быть сдѣлано полнымъ дифференціаломъ.

Беремъ систему совокупныхъ:

$$\frac{d\xi_1}{\frac{\partial V}{\partial \xi_1}} = \frac{d\xi_2}{\frac{\partial V}{\partial \xi_2}} = \ldots = \frac{d\xi_k}{\frac{\partial V}{\partial \xi_k}}, \quad \ldots\ldots\ldots (83)$$

гдѣ V вполнѣ произвольная функція и находимъ $(k-1)$ независимыхъ интеграловъ

$$F_1 = C_1, \quad F_2 = C_2, \ \ldots \ F_{k-1} = C_{k-1}.$$

Если мы примемъ ихъ за заданную систему интеграловъ, то нетрудно видѣть, что выраженіе (44) будетъ обладать искомымъ свойствомъ и слѣдовательно, какъ видѣли раньше, система (38) всегда можетъ быть сдѣлана замкнутою.

Въ самомъ дѣлѣ, при независимости интеграловъ другъ отъ друга, изъ равенствъ:

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{\partial F_p}{\partial \xi_i} \frac{\partial V}{\partial \xi_i} + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_k} \frac{\partial V}{\partial \xi_k} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{\partial F_p}{\partial \xi_i} \frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} + \frac{\partial F_p}{\partial \xi_k} = 0;$$

слѣдуетъ

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_k} = \frac{\partial V}{\partial \xi_i} : \frac{\partial V}{\partial \xi_k},$$

что и подтверждаетъ сказанное.

§ 6.

Перейдемъ теперь къ произвольной системѣ координатъ: ω_1, $\omega_2, \ldots \omega_k$. Тогда живая сила по (5) представится такъ:

$$2T = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} \omega_k' + \sum_{p=1}^{k-1} \frac{\partial \omega_i}{\partial F_p} F_p' \right) \sum_{j=1}^{k} a_{ij} \left(\frac{\partial \omega_j}{\partial \omega_k} \omega_k' + \sum_{q=1}^{k-1} \frac{\partial \omega_j}{\partial F_q} F_q' \right);$$

или

$$2T = \omega_k'^2 \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} \sum_{j=1}^{k} a_{ij} \frac{\partial \omega_j}{\partial \omega_k} + 2\omega_k' \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} \sum_{j=1}^{k-1} a_{ij} \sum_{p=1}^{k-1} \frac{\partial \omega_j'}{\partial F_p} F_p' +$$

$$+ \sum_{i=1}^{k} \sum_{p=1}^{k-1} \frac{\partial \omega_i}{\partial F_p} F_p' \sum_{j=1}^{k} a_{ij} \sum_{q=1}^{k-1} \frac{\partial \omega_j}{\partial F_q} dF_q'.$$

Поэтому выраженіе (48) замѣнится такимъ:

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_k'} dt = \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} \sum_{j=1}^{k} a_{ij} \frac{\partial \omega_j}{\partial \omega_k} d\omega_k + \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} \sum_{j=1}^{k} a_{ij} \sum_{p=1}^{k-1} \frac{\partial \omega_j}{\partial F_p} dF_p.$$

Если же ввести въ него ω_i вмѣсто ω_k и F_p;

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_k'} dt = \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} \sum_{i=1}^{k} a_{ij} \left(\frac{\partial \omega_j}{\partial \omega_k} d\omega_k + \sum_{p=1}^{k-1} \frac{\partial \omega_j}{\partial F_p} dF_p \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} \sum_{j=1}^{k} a_{ij} d\omega_j = \sum_{j=1}^{k} d\omega_j \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} a_{ji} \quad \ldots\ldots \quad (84)$$

Раскрывая предыдущее выраженіе, можемъ написать:

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_k'}dt = \left(\frac{\partial \omega_1}{\partial \omega_k}a_{11} + \frac{\partial \omega_2}{\partial \omega_k}a_{12} + \ldots + \frac{\partial \omega_{k-1}}{\partial \omega_k}a_{1k-1} + a_{1k}\right)d\omega_1 +$$

$$+ \left(\frac{\partial \omega_1}{\partial \omega_k}a_{12} + \frac{\partial \omega_2}{\partial \omega_k}a_{22} + \ldots + \frac{\partial \omega_{k-1}}{\partial \omega_k}a_{2k-1} + a_{2k}\right)d\omega_2 +$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots +$$

$$+ \left(\frac{\partial \omega_1}{\partial \omega_k}a_{1k} + \frac{\partial \omega_2}{\partial \omega_k}a_{1k} + \ldots + \frac{\partial \omega_{k-1}}{\partial \omega_k}a_{kk-1} + a_{kk}\right)d\omega_k .$$

Допуская, что система интеграловъ (1) возможна, также, какъ и въ § 3 этой главы, получимъ:

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} = \frac{\omega_i'}{\omega_k'},$$

Кромѣ того замѣчаемъ, что

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_i'} = \sum_{j=1}^{k} a_{ij}\omega_j' = \omega_k' \sum_{j=1}^{k} a_{ij}\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_k} \quad \ldots\ldots\ldots (85)$$

Далѣе намъ извѣстно, что

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_i'} = \frac{\partial W}{\partial \omega_i}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (86)$$

если W полное рѣшеніе уравненія съ частными производными:

$$\frac{1}{2\Delta}\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial W}{\partial \omega_i}\sum_{j=1}^{k}\Delta_{ij}\frac{\partial W}{\partial \omega_j} = U + h,$$

которое теперь замѣняетъ (52).

Здѣсь мы положили

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{k1} & a_{k2} & \ldots & a_{kk} \end{vmatrix}, \quad \ldots\ldots\ldots (87)$$

а черезъ Δ_{ij} означили миноръ этого опредѣлителя, соотвѣтствующій элементу a_{ij}.

При тѣхже обозначеніяхъ изъ (85) слѣдуетъ:

$$\omega_i' = \frac{1}{\Delta}\sum_{j=1}^{k}\Delta_{ij}\frac{\partial T}{\partial \omega_j'}. \quad \ldots\ldots\ldots (88)$$

Совершенно также, какъ и раньше, убѣждаемся, что равенства (86) должны быть замѣнены такими

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_i'} = \frac{\partial V}{\partial \omega_i} - \lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_i},$$

и слѣдовательно по (85):

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij}\frac{\partial \omega_j}{\partial \omega_k} = \frac{1}{\omega_k'}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_i} - \lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_i}\right). \quad \ldots\ldots (89)$$

А потому (84) всегда приводится къ виду;

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_k'}dt = \frac{1}{\omega_k'}(dV - \lambda dh). \quad \ldots\ldots (90)$$

Если принять въ соображеніе (88), то уравненія (59) и (60), которымъ должны удовлетворять λ и h, уступаютъ мѣсто такимъ:

$$1 = \frac{1}{\Delta}\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial \lambda}{\partial \omega_i}\sum_{j=1}^{k}\Delta_{ij}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_i} - \lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_i}\right). \quad \ldots\ldots (91)$$

$$0 = \sum_{i=1}^{k}\frac{\partial h}{\partial \omega_i}\sum_{j=1}^{k}\Delta_{ij}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_i} - \lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_i}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (92)$$

Вводимъ ω_k и F_p вмѣсто ω_i, тогда (91) обращется въ такое:

$$1 = \frac{\partial \lambda}{\partial \omega_k}[\omega_k'], \quad \ldots\ldots\ldots (93)$$

если принять въ разсчетъ равенство

$$\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial F_p}{\partial \omega_i}\sum_{j=1}^{k}\Delta_{ij}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_i}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_i}\right)=0,$$

и прямыми скобками означить, что ω_k' должно быть выражено черезъ F_p и ω_k.

Такимъ образомъ формула (90) черезъ ω_k и F_p представляются такъ:

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_k'}dt=\frac{\partial \lambda}{\partial \omega_k}(d\overline{V}-\lambda d\overline{h}),$$

и слѣдовательно

$$A_{kk}=\frac{\partial \lambda}{\partial \omega_k}\frac{\partial \overline{V}}{\partial \omega_k}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (94)$$

$$A_{pk}=\frac{\partial \lambda}{\partial \omega_k}\left(\frac{\partial V}{\partial F_p}-\lambda\frac{\partial h}{\partial F_p}\right), \quad \ldots\ldots\ldots (95)$$

Далѣе замѣчаемъ, что

$$2T=\sum_{i=1}^{k}\omega_i'\frac{\partial T}{\partial \omega_i'}=\sum_{i=1}^{k}\omega_i'\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_i}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_i}\right)=$$

$$=\sum_{i=1}^{k}\omega_i'\frac{\partial V}{\partial \omega_i},$$

если воспользуемся (92).

Вводимъ ω_k и F_p; тогда

$$2T=[\omega_\varepsilon']\frac{\partial \overline{V}}{\partial \omega_k},$$

ибо

$$\sum_{i=1}^{k}[\omega_i']\frac{\partial F_p}{\partial \omega_i}=0;$$

такъ что по (93):

$$2T=\left(\frac{\partial \lambda}{\partial \omega_k}\right)^{-1}\frac{\partial \overline{V}}{\partial \omega_k}.$$

Откуда по (37) и (94) для R находимъ тоже знаненіе, что и въ (74):

$$R=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_k}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (96)$$

Основываясь на предъидущемъ, мы можемъ теперь сказать, что для какихъ угодно координатъ самый общій случай заданія системы интеграловъ слѣдующій. За нихъ надо взять независимые интегралы системы совокупныхъ:

$$\frac{a_{11}d\omega_1+a_{12}d\omega_2+\ldots+a_{1k}d\omega_k}{\frac{\partial V}{\partial \omega_1}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_1}}=\frac{a_{12}d\omega_1+a_{22}d\omega_2+\ldots+a_{2k}d\omega_k}{\frac{\partial V}{\partial \omega_2}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_2}}=$$

$$=\ldots=\frac{a_{1k}d\omega_1+a_{2k}d\omega_2+\ldots+a_{kk}d\omega_k}{\frac{\partial V}{\partial \omega_k}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_k}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (97)$$

или, иначе

$$\frac{d\omega_1}{\sum_{j=1}^{k}\Delta_{1j}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_j}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_j}\right)}=\frac{d\omega_2}{\sum_{j=1}^{k}\Delta_{2j}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_j}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_j}\right)}=\ldots=$$

$$=\frac{d\omega_k}{\sum_{j=1}^{k}\Delta_{kj}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega_j}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \omega_j}\right)}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (98)$$

гдѣ три функціи V, λ и h связаны двумя уравненіями (91) и (92). Тогда мы навѣрное знаемъ, что система (38) будемъ имѣть, по крайней мѣрѣ, одно рѣшеніе, а именно то, которое дается формулою (96). Разысканіе функцій V, λ, h сводится къ интегрированію уравненія съ частными производными втораго порядка того же вида, что и (82), если только положить

$$(\varphi\psi)=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\varphi}{\partial\omega_i}\frac{D\psi}{D\omega_i}=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial\psi}{\partial\omega_i}\frac{D\varphi}{D\omega_i}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (99)$$

причемъ

$$\frac{Df}{D\omega_i}=\frac{1}{\Delta}\sum_{j=1}^{k}\Delta_{ij}\frac{\partial f}{\partial\omega_j}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (100)$$

Съ помощью этого символа уравненія (98) можно проще переписать такъ:

$$\frac{d\omega_1}{\frac{DV}{D\omega_1}-\lambda\frac{Dh}{D\omega_1}}=\frac{d\omega_2}{\frac{DV}{D\omega_2}-\lambda\frac{Dh}{D\omega_2}}=\frac{d\omega_k}{\frac{DV}{D\omega_k}-\lambda\frac{Dh}{D\omega_k}} \quad . \quad . \quad . \quad (101)$$

По второму же способу заданія система искомыхъ интеграловъ получится изъ независимыхъ интеграловъ системы совокупныхъ:

$$\frac{a_{11}d\omega_1+a_{12}d\omega_2+\ldots+a_{1k}d\omega_k}{\frac{\partial V}{\partial\omega_1}}=\frac{a_{11}d\omega_1+a_{21}d\omega_2+\ldots+a_{2k}d\omega_k}{\frac{\partial V}{\partial\omega_2}}=$$

$$=\ldots=\frac{a_{1k}d\omega_1+a_{2k}d\omega_2+\ldots+a_{kk}d\omega_k}{\frac{\partial V}{\partial\omega_k}}. \quad . \quad . \quad . \quad (102)$$

гдѣ V вполнѣ произвольная функція; тогда система (38) обязательно можетъ быть сдѣлана замкнутою; для этого функція h должна удовлетворять (45).

Вмѣсто системы (102) можемъ взять ей равносильную:

$$\frac{d\omega_1}{\frac{DV}{D\omega_1}}=\frac{d\omega_2}{\frac{DV}{D\omega_2}}=\ldots=\frac{d\omega_k}{\frac{DV}{D\omega_k}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (103)$$

§ 7.

Сдѣлаемъ примѣръ на первой способъ задаванія. Пусть независимыя координаты системы Декартовы; возьмемъ за h такую функцію:

$$h=\sum_{i=1}^{k}\xi_i. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (104)$$

Тогда $(hh)=k$; $(hV)=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_i}$ и по (81):

$$\lambda=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_i}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (105)$$

Уравненіе (82) приметъ теперь видъ:

$$1=\frac{1}{k}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_i},\ V\right)-\frac{1}{k^2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_i}\cdot\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_i},\ \sum_{i=1}^{k}\xi_i\right);$$

или, раскрывая:

$$k=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial}{\partial \xi_i}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_j}\right)^2-\frac{1}{k}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_i}\right)\cdot\sum_{j=1}^{k}\frac{\partial}{\partial \xi_j}\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_i}.$$

Послѣднее же проще можно переписать такъ:

$$k=\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial}{\partial \xi_i}\left\{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_j}\right)^2-\frac{1}{2k}\left(\sum_{j=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_j}\right)^2\right\}$$

Это уравненіе легко интегрируется и мы получаемъ:

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_i}\right)^2-\frac{1}{2k}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{\partial V}{\partial \xi_i}\right)^2=k\xi_1+\Pi(\xi_2-\xi_1,\ \xi_3-\xi_1,\ \ldots\ \xi_k-\xi_1),$$

гдѣ Π знакъ произвольной функціи.

Для упрощенія принимаемъ, что V зависитъ лишь отъ ξ_2 и ξ_1; кромѣ того измѣняемъ правую часть уравненія:

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_1}\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_2}\right)^2\right\}-\frac{1}{2k}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_1}+\frac{\partial V}{\partial \xi_2}\right)^2=(k-1)\xi_1+\xi_2.$$

Чтобы его проинтегрировать, введемъ новыя перемѣнныя:

$$\omega = \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}; \quad \Pi = \frac{\xi_2 - \xi_1}{2}.$$

Тогда оно преобразуется въ такое:

$$\frac{1}{4}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\partial V}{\partial \Pi}\right)^2 - \frac{1}{2k}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega}\right)^2 = k\omega - (k-2)\Pi,$$

или, вводя постоянную произвольную C, можемъ написать:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial \omega}\right)^2 + \frac{k}{k-2}\left(\frac{\partial V}{\partial \Pi}\right)^2 = \frac{4k^2}{k-2}\omega - 4k\Pi + 4k^2C - 4k^2C;$$

откуда ясно, что это уравненіе распадается на два:

$$\frac{\partial V}{\partial \omega} = \frac{2k}{\sqrt{k-2}}\sqrt{\omega - C(k-2)};$$

$$\frac{\partial V}{\partial \Pi} = 2\sqrt{k-2}\,\sqrt{Ck - \Pi}$$

и слѣдовательно искомая функція

$$V = \frac{2k}{\sqrt{k-2}}\int \Delta\omega\, d\omega + 2\sqrt{k-2}\int \Delta\Pi\, d\Pi, \quad \ldots \quad (106)$$

если для сокращенія положить:

$$\Delta\omega = \sqrt{\omega - C(k-2)};$$

$$\Delta\Pi = \sqrt{Ck - \Pi} \quad \ldots \quad (107)$$

Выраженіе (105) для λ теперь принимаетъ видъ:

$$\lambda = -\frac{2}{\sqrt{k-2}}\Delta\omega. \quad \ldots \quad (108)$$

Опредѣливши V, λ, h переходимъ къ системѣ (76). Замѣчая, что

$$\frac{\partial V}{\partial \xi_1}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega}-\frac{\partial V}{\partial \Pi}\right)=\frac{k}{\sqrt{k-2}}\Delta\omega-\sqrt{k-2}\,\Delta\Pi;$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi_2}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial \omega}+\frac{\partial V}{\partial \Pi}\right)=\frac{k}{\sqrt{k-2}}\Delta\omega+\sqrt{k-2}\,\Delta\Pi;$$

находимъ при помощи (108):

$$\frac{\partial V}{\partial \xi_1}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \xi_1}=\sqrt{k-2}\,(\Delta\omega-\Delta\Pi);$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi_2}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \xi_2}=\sqrt{k-2}\,(\Delta\omega+\Delta\Pi);$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi_3}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \xi_3}=\ldots=\frac{\partial V}{\partial \xi_k}-\lambda\frac{\partial h}{\partial \xi_k}=-\lambda=-\frac{k}{\sqrt{k-2}}\Delta\omega.$$

Слѣдовательно, система (76) будетъ:

$$\frac{d\xi_1}{\sqrt{k-2}\,(\Delta\omega-\Delta\Pi)}=\frac{d\xi_2}{\sqrt{k-2}\,(\Delta\omega+\Delta\Pi)}=\frac{\partial\xi_3}{-\lambda}=\ldots+\frac{\partial\xi_k}{-\lambda}.$$

Независимыми интегралами этой системы, очевидно, будутъ:

$$F_1=\Delta\omega+\Delta\Pi=\sqrt{\omega-C(k-2)}+\sqrt{Ck-\Pi};$$

$$F_2=\xi_1+\xi_2+\ldots+\xi_k;$$

$$F_3=\xi_4-\xi_3;$$

$$\ldots\ldots$$

$$F_{k-1}=\xi_k-\xi_3.$$

Примемъ ихъ за заданные интегралы, а за оставшуюся координату примемъ ξ_3.

Тогда изъ предъидущихъ выраженій находимъ:

$$\xi_k = F_{k-1} + \xi_3 ;$$

. . . . . .

$$\xi_4 = F_3 + \xi_3 ;$$

$$\xi_2 = \omega + \Pi ;$$

$$\xi_1 = \omega - \Pi ;$$

причемъ

$$\Pi = Ck - (F_1 - \Delta\omega)^2 ;$$

$$\omega = \frac{1}{2}\left\{ F_2 - F_3 - F_4 - \ldots - F_{k-1} - (k-2)\,\xi_3 \right\}.$$

Чтобы вычислить коэффиціенты уравненій (38), воспользуемся формулами (66) и (67). Предварительно замѣтимъ, что

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_3} = -\frac{\sqrt{k-2}}{2\Delta\omega}, \quad \frac{\partial\lambda}{\partial F_1} = ; \quad \frac{\partial\lambda}{\partial F_2} = \frac{1}{2\sqrt{k-2}\,\Delta\omega} ;$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial F_3} = \ldots = \frac{\partial\lambda}{\partial F_{k-1}} = -\frac{1}{2\sqrt{k-2}\,\Delta\omega} \quad \ldots\ldots\ldots (109)$$

Если теперь для сокращенія положить:

$$p = \frac{\Delta\Pi}{\Delta^2\omega}(F_1 - \Delta\omega) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (110)$$

то найдемъ:

$$\frac{\partial V}{\partial\xi_3} = -\sqrt{k-2}\,\Delta\omega\,(k + \overline{k-2}\,p) ;$$

$$\frac{\partial V}{\partial F_1} = -4\sqrt{k-2}\,\Delta^2\omega p ;$$

$$\frac{\partial V}{\partial F_2} = -\frac{\Delta\omega}{\sqrt{k-2}}(k + \overline{k-2}\,p) ;$$

$$\frac{\partial V}{\partial F_3} = \ldots = \frac{\partial V}{\partial F_{k-1}} = -\frac{1}{\sqrt{k-2}}\Delta\omega\,(k + \overline{k-2}\,p) \quad \ldots (111)$$

Такъ какъ $h = F_2$, то

$$\frac{\partial V}{\partial F_2} - \lambda \frac{\partial h}{\partial F_2} = \sqrt{k-2}\,\Delta\omega\,(1+p).$$

Отсюда по (66) и (67), находимъ:

$$A_{kk} = \frac{k-2}{2}(k+\sqrt{k-2}\,p);$$

$$A_{1k} = 2(k-2)p\,\Delta\omega;$$

$$A_{2k} = -\frac{k-2}{2}(1+p);$$

$$A_{3k} = \ldots = A_{k-1.k} = \frac{1}{2}(k+\sqrt{k-2}\,p). \quad \ldots\ldots (112)$$

Тѣже выраженія для коэффиціентовъ живой силы мы получили бы, сдѣлавъ непосредственно замѣну координатъ $\xi_1, \xi_2, \ldots. \xi_k$ на $\xi_k, F_1, F_2, \ldots F_{k-1}$.

Прежде чѣмъ приступимъ къ самимъ уравненіямъ (38), займемся скобками, составленными изъ нихъ, и вычислимъ коэффиціенты для этихъ скобокъ. Начнемъ съ перваго L_{12}; по (40):

$$L_{12} = \frac{1}{A^2_{kk}}\left\{A_{kk}\left(\frac{\partial A_{1k}}{\partial F_2} - \frac{\partial A_{2k}}{\partial F_1}\right) + A_{1k}\left(\frac{\partial A_{2k}}{\partial \xi_3} - \frac{\partial A_{kk}}{\partial F_2}\right) + \right.$$

$$\left. + A_{2k}\left(\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_1} - \frac{\partial A_{1k}}{\partial \xi_3}\right)\right\} = \frac{(k-2)^2}{A_{kk}^2} K_{12};$$

здѣсь

$$K_{12} = \frac{1}{2}(k+\sqrt{k-2}\,p)\left\{2\Delta\omega\frac{\partial p}{\partial F_2} + \frac{p}{\Delta\omega}\frac{\partial \omega}{\partial F_2} + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial F_1}\right\} +$$

$$+ 2p\Delta\omega\left\{-\frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial \xi_3} - \frac{k-2}{2}\frac{\partial p}{\partial F_2}\right\} - \frac{p+1}{2}\left\{\frac{k-2}{2}\frac{\partial p}{\partial F_1} - 2\Delta\omega\frac{\partial p}{\partial \xi_3} - \frac{p}{\Delta\omega}\frac{\partial \omega}{\partial \xi_3}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial F_1} + \Delta\omega\frac{\partial p}{\partial \xi_3} + k\Delta\omega\frac{\partial p}{\partial F_2} + \frac{p}{2\Delta\omega}(k+\sqrt{k-2}\,p)\frac{\partial \omega}{\partial F_2} + \frac{p(1+p)}{2\Delta\omega}\frac{\partial \omega}{\partial \xi_3}.$$

Примемъ теперь въ разсчетъ, что

$$\frac{\partial p}{\partial F_1}=\frac{(F_1-\Delta\omega)^3+\Delta^2\Pi}{\Delta\Pi\Delta^2\omega}, \quad \ldots\ldots\ldots (113)$$

и что для всякой другой перемѣнной x:

$$\frac{\partial p}{\partial x}=-\frac{\Delta\omega\,(F_1-\Delta\omega)^2+\Delta^2\Pi(2F_1-\Delta\omega)}{2\Delta\Pi\Delta^4\omega}\frac{\partial\omega}{\partial x} \quad \ldots\ldots (114)$$

а также замѣтимъ, что

$$\frac{\partial\omega}{\partial F_2}=\frac{1}{2}\,; \quad \frac{\partial\omega}{\partial\xi_3}=-\frac{k-2}{2}. \quad \ldots\ldots\ldots (115)$$

Изъ этихъ равенствъ выводимъ такія соотношенія между производными:

$$\frac{\partial\omega}{\partial\xi_3}+k\frac{\partial\omega}{\partial F_2}=1;$$

$$\frac{\partial p}{\partial\xi_3}=-(k-2)\frac{\partial p}{\partial F_2}=(k-2)\frac{\partial p}{\partial F_3}=\ldots=(k-2)\frac{\partial p}{\partial F_{k-1}};$$

$$2\frac{\partial p}{\partial\xi_3}-\frac{(k-2)}{2\Delta\omega}\cdot\frac{\partial p}{\partial F_1}=\frac{p(k-2)}{\Delta^2\omega}. \quad \ldots\ldots\ldots (116)$$

Принимая во вниманіе предъидущія соотношенія, найдемъ:

$$K_{12}=-\frac{p}{2\Delta\omega}\,;$$

и слѣдовательно

$$L_{12}=-\frac{2p}{\Delta\omega(k+\sqrt{k-2p})^2}=-\frac{2\Delta\Pi\Delta\omega(F_1-\Delta\omega)}{\{k\Delta^2\omega+(k-2)\Delta\Pi(F_1-\Delta\omega)\}^2}. \quad (117)$$

Это выраженіе для L_{12} мы получили бы гораздо быстрѣе при помощи (68). Дѣйствительно, въ нашемъ случаѣ по (68):

$$L_{12}=M_{12}\left(\frac{\partial V}{\partial\xi_3}\right)^2,$$

а

$$M_{12}=-\frac{\partial\lambda}{\partial\xi_3}\frac{\partial V}{\partial F_1}=-2(k-2)p\Delta\omega;$$

по (109) и (111), такъ что, подставляя значеніе $\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_3}$ изъ (111), получимъ прежнее значеніе (117) для L_{12}.

Нетрудно убѣдиться, что для остальныхъ паръ значковъ i и j опредѣлители M_{ij} будутъ нули.

Въ самомъ дѣлѣ, тѣ опредѣлители, въ значекъ которыхъ вовсе не входитъ 2, обращаются въ нуль потому, что всѣ производныя отъ $k=F_2$ будутъ нули; тѣже опредѣлители, значекъ которыхъ будетъ содержать 2, уничтожатся потому, что будутъ имѣть по двѣ равныхъ строки, напр.

$$M_{23}=\begin{vmatrix}\frac{\partial\overline{V}}{\partial\xi_3} & \frac{\partial\lambda}{\partial\xi_3} & 0\\ \frac{\partial V}{\partial F_2} & \frac{\partial\lambda}{\partial F_2} & \frac{\partial h}{\partial F_2}\\ \frac{\partial V}{\partial F_3} & \frac{\partial\lambda}{\partial F_3} & \frac{\partial h}{\partial F_3}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\sqrt{k-2}\,\Delta\omega\,(k+\overline{k-2}p) & \frac{\sqrt{k-2}}{2\Delta\omega}\\ \frac{1}{\sqrt{k-2}}\Delta\omega\,(k+\overline{k-2}p) & \frac{1}{2\sqrt{k-2}\Delta\omega}\end{vmatrix}=0$$

А въ такомъ случаѣ и всѣ коэффиціенты L_{ij}, кромѣ перваго L_{12}, нули.

Вычислимъ теперь коэффиціенты N_i. На основаніи (20):

$$N_1=-2(k-2)(k+\overline{k-2}p)\frac{\partial}{\partial\xi_3}\frac{p\Delta\omega}{k+\overline{k-2}p}-2(k-2)\frac{\partial}{\partial\xi_3}(p\Delta\omega)+\frac{(k-2)^2}{2}\frac{\partial p}{\partial F_1},$$

если вставимъ значенія коэффиціентовъ живой силы изъ (112).

Иначе можемъ написать:

$$N_1=-2(k-2)(k+\overline{k-2}p)\Delta\omega\frac{\partial}{\partial\xi_3}\frac{p}{k+\overline{k-2}p}-\frac{2(k-2)p}{\Delta\omega}\frac{\partial\omega}{\partial\xi_3}-$$

$$-2(k-2)\Delta\omega\frac{\partial p}{\partial\xi_3}+\frac{(k-2)^2}{2}\frac{\partial p}{\partial F_1}.$$

Если же примемъ въ соображеніе (115) и (116), то легко видѣть, что всѣ члены, кромѣ перваго, сокращаются и окончательно имѣемъ:

$$N_1 = -2(k-2)(k+\overline{k-2}p)\Delta\omega \frac{\partial}{\partial \xi_3} \frac{p}{k+\overline{k-2}p}, \quad \ldots . \quad (118)$$

Такимъ же образомъ найдемъ:

$$N_2 = \frac{k-2}{2}(k+\overline{k-2}p)\frac{\partial}{\partial \xi_3}\frac{1+p}{k+\overline{k-2}p} + \frac{k-2}{2}\frac{\partial p}{\partial \xi_3} + \frac{(k-2)^2}{2}\frac{\partial p}{\partial F_2} =$$

$$= \frac{k-2}{2}(k+\overline{k-2}p)\frac{\partial}{\partial \xi_3}\frac{1+p}{k+\overline{k-2}p}; \quad \ldots . \quad (119)$$

$$N_j = \frac{k-2}{2}\frac{\partial p}{\partial \xi_3} - \frac{(k-2)^2}{2}\frac{\partial p}{\partial F_3} = 0, \text{ для } j = 3, 4, \ldots k-1 \quad . . (120)$$

На основаніи (118), (119) и (120) скобки, кромѣ первой, принимаютъ видъ:

$$(13) = \frac{\partial h}{\partial F_3} N_1 = 0; \quad (23) = \frac{\partial h}{\partial F_3} N_2 = 0;$$

$$(14) = \frac{\partial h}{\partial F_4} N_1 = 0; \quad (24) = \frac{\partial h}{\partial F_4} N_2 = 0;$$

. . . . . .

$$(1, k-1) = \frac{\partial h}{\partial F_{k-1}} N_1 = 0; \quad (2, k-1) = \frac{\partial h}{\partial F_{k-1}} N_2 = 0.$$

Остальныя тождественно нули. Предъидущія уравненія будутъ удовлетворены, если

$$\frac{\partial h}{\partial F_3} = \frac{\partial h}{\partial F_4} = \ldots = \frac{\partial h}{\partial F_{k-1}} = 0;$$

т. е. h должна быть функціею только F_1 и F_2.

Чтобы сократить вычисленія, вмѣсто ξ_3 введемъ перемѣнную

$$q = \sqrt{p} = \frac{F_1 - \Delta\omega}{\Delta\omega};$$

кромѣ того, имѣя въ виду извѣстное уже намъ рѣшеніе уравненій (38) по (96):

$$R=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi_3}\right)^2=\frac{k-2}{2}\Delta^2\omega(k+\overline{k-2}p)^2=\frac{k-2}{2}\frac{F_1^2(k+\overline{k-2}q^2)^2}{(1+q)^2},$$

вмѣсто R возьмемъ за неизвѣстную функцію W, причемъ

$$R=W\frac{(k-2)(k+\overline{k-2}q^2)^2}{(1+q)^2}$$

и слѣдовательно

$$U+h=\frac{W(k+\overline{k-2}q^2)}{(1+q)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (121)$$

Тогда система (38) замѣнится такою:

$$\frac{\partial W}{\partial F_1}+\frac{\partial W}{\partial q}\frac{(1+q)(k-\overline{k-2}q^2)}{F_1(k+\overline{k-2}q^2)}-\frac{2}{F_1}W-\frac{(1+q)^2}{k+\overline{k-2}q^2}\frac{\partial h}{\partial F_1}=0;$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_2}-\frac{\partial W}{\partial q}\frac{(1+q)^3}{2F_1^2(k+\overline{k-2}q^2)}+W\frac{(1+q)^2}{F_1^2(k+\overline{k-2}q^2)}-\frac{(1+q)^2}{k+\overline{k-2}q^2}\frac{\partial h}{\partial F_2}=0;$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_3}=0;\ \ldots\ \frac{\partial W}{\partial F_{k-1}}=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (122)$$

Скобка (12) приметъ такой простой видъ:

$$\frac{\partial W}{\partial q}-\frac{2}{q(k+\overline{k-2}q^2)}\left\{F_1(1+q)\frac{\partial h}{\partial F_1}-2k\left(W-F_1^2\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\right\}=0. \quad (123)$$

Одного взгляда на уравненія (122) достаточно, чтобы видѣть, что при $h=\text{fonct}(F_1, F_2)$ всѣ остальныя скобки тождественно обращаются въ нули, какъ убѣдились иначе раньше.

При помощи (123) первыя два уравненія (122) перепишутся такъ:

$$\frac{\partial W}{\partial F_1}+M\left\{(1+q)\frac{\partial h}{\partial F_1}-2k\left(\frac{W}{F_1}-F_1\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\right\}-\frac{2}{F_1}W-$$

$$-\frac{(1+q)^2}{k+\overline{k-2}q^2}\frac{\partial h}{\partial F_1}=0. \quad (124)$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_2}-\frac{P}{F_1^2}\left\{F_1(1+q)\frac{\partial h}{\partial F_1}-2k\left(W-F_1^2\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)\right\}+W\frac{(1+q)^2}{F_1^2(k+\overline{k-2}q^2)}-$$

$$-\frac{(1+q)^2}{k+\overline{k-2}q^2}\frac{\partial h}{\partial F_2}=0. \quad (125)$$

если

$$M=\frac{2(1+q)(k-\overline{k-2}q^2)}{q(k+\overline{k-2}q^2)^2}; \quad P=\frac{(1+q)^2}{q(k+\overline{k-2}q^2)^2}. \quad \ldots (126)$$

Составляя скобки изъ (123) и (124), получимъ:

$$\frac{\partial h}{\partial F_1}\left\{(1+q)\frac{\partial M}{\partial q}+M-\frac{6k(1+q)^2}{q(k+\overline{k-2}q^2)^2}\right\}+\frac{2k}{F_1}\frac{\partial M}{\partial q}\left(F_1^2\frac{\partial h}{\partial F_2}-W\right)+$$

$$+\frac{2F_1}{q(k+\overline{k-2}q^2)}\left\{(1+q)\frac{\partial^2 h}{\partial F_1^2}+2kF_1\frac{\partial^2 h}{\partial F_1\partial F_2}\right\}=0. \quad \ldots (127)$$

Скобки изъ (123) и (125) будутъ:

$$\frac{\partial h}{\partial F_1}\left\{-\frac{1+q}{F_1}\frac{\partial P}{\partial q}-\frac{P}{F_1}+\frac{4(1+q)^3}{F_1q(k+\overline{k-2}q^2)^3}\right\}+$$

$$+\frac{2}{F_1^2}\left\{k\frac{\partial P}{\partial q}+\frac{(1+q)(k-\overline{k-2}q)}{(k+\overline{k-2}q^2)^2}\right\}\left(W-F_1^2\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)+$$

$$+\frac{2F_1}{q(k+\overline{k-2}q^2)}\left\{(1+q)\frac{\partial^2 h}{\partial F_1\partial F_2}+2kF_1\frac{\partial^2 h}{\partial F_2^2}\right\}=0. \quad \ldots (128)$$

Скобки, получаемыя отъ соединенія (123) съ прочими уравненіями (122), будутъ тождественно нули.

Уравненія (127) и (128) можемъ представить подъ такимъ видомъ:

$$F_1\frac{\partial h}{\partial F_1}A(q)+\left(F_1^2\frac{\partial h}{\partial F_2}-W\right)B(q)+2F_1^2q(k+\sqrt{k-2}\,q^2)^2\left\{(1+q)\frac{\partial h}{\partial F_2^2}+\right.$$

$$\left.+2kF_1\frac{\partial^2 h}{\partial F_1\partial F_2}\right\}=0;$$

$$F_1\frac{\partial h}{\partial F_1}C(q)+\left(W-F_1^2\frac{\partial h}{\partial F_2}\right)D(q)+2F_1^3q(k+\sqrt{k-2}\,q^2)^2\left\{(1+q)\frac{\partial^2 h}{\partial F_1\partial F_2}+\right.$$

$$\left.+2kF_1\frac{\partial^2 h}{\partial F_2^2}\right\}=0;$$

гдѣ

$$A(q)=2q(1+q)(k-\sqrt{k-2}q^3)(k+\sqrt{k-2}q^2)\left\{2-\frac{1}{q}+\frac{4(k-2)q}{k+\sqrt{k-2}\,q^2}\right\}-$$

$$-6q^2(1+q)(k+\sqrt{k-2}\,q^2)^3\left\{\frac{k}{(k+\sqrt{k-2}q^2)^2}+\frac{1}{q(k+\sqrt{k-2}q^2)}\right\};$$

$$B(q)=4kq(1+q)(k-\sqrt{k-2}q^3)(k+\sqrt{k-2}q^2)\left\{\frac{1}{1+q}-\frac{3\sqrt{k-2}q^2}{k-\sqrt{k-2}q^3}-\frac{1}{q}-\right.$$

$$\left.-\frac{4\sqrt{k-2}q}{k+\sqrt{k-2}q^2}\right\};$$

$$C(q)=(1+q)^3(k+5\sqrt{k-2}\,q^2);$$

$$D(q)=2q^2(k+\sqrt{k-2}\,q^2)^3\left\{\frac{k(1+q)^3}{q(k+\sqrt{k-2}q^2)^2}\left[\frac{3}{1+q}-\frac{1}{q}-\frac{4\sqrt{k-2}q}{k+\sqrt{k-2}\,q^2}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{(1+q)(k-\sqrt{k-2}\,q)}{(k+\sqrt{k-2}\,q^2)^2}\right\}.$$

Исключая изъ предъидущихъ уравненій функцію W, найдемъ:

$$\frac{\partial h}{\partial F_1}(AD+BC)+2F_1^2(k+\overline{k-2}\,q^2)^2\left\{(1+q)\left[D\frac{\partial^2 h}{\partial F_1^2}+BF_1\frac{\partial^2 h}{\partial F_1\partial F_2}\right]+\right.$$

$$\left.+2kF_1\left[D\frac{\partial^2 h}{\partial F_1\partial F_2}+BF_1\frac{\partial^2 h}{\partial F_2^2}\right]\right\}=0 \quad \ldots\ldots (129)$$

Даемъ здѣсь q значеніе, равное -1; тогда, замѣчая, что

$$A(-1)=0;\quad B(-1)=-16k(k-1)^2;\quad C(-1)=0;\quad D(-1)=0;$$

получаемъ:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial F_2^2}=0. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (130)$$

Затѣмъ даемъ въ (129) для q значеніе, обращающее въ нуль двучленъ $(k+\overline{k-2}\,q^2)$, т. е. пусть

$$q=\alpha=\sqrt{\frac{-k}{k-2}};$$

тогда, замѣчая, что

$$A(\alpha)=8(k-2)\alpha^2(1+\alpha)(k-\overline{k-2}\alpha^2)=-8k^2(1+\alpha)^2;$$

$$B(\alpha)=-16k(k-2)(1+\alpha)(k-\overline{k-2}\alpha^2)\alpha^2=16k^3(1+\alpha)^2;$$

$$C(\alpha)=(1+\alpha)^3(k+5\overline{k-2}\alpha^2)=-4k(1+\alpha)^3;$$

$$D(\alpha)=8k^2(1+\alpha)^3;$$

и слѣдовательно

$$AD+BC=-128k^4(1+\alpha)^5;$$

найдемъ

$$\frac{\partial h}{\partial F_1}=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (131)$$

Пользуясь (130) и (131) изъ любаго уравненія (127) или (128) имѣемъ, какъ самое общее значеніе W, удовлетворяющее системѣ (122):

$$W = EF_1^2,$$

гдѣ E произвольная постоянная.

Отсюда изъ (121) самое общее значеніе U:

$$U = -EF_2 + \frac{EF_1^2(k+\overline{k-2}q^2)}{(1+q)^2};$$

т. е. для заданной системы интеграловъ единственная возможная силовая функція та, которая дается формулою (96).

§ 8.

Перейдемъ теперь ко второму способу задаванія и начнемъ съ Декартовыхъ координатъ.

a) Въ уравненіяхъ (83) примемъ за V такую функцію:

$$a_1\xi_1 + a_2\xi_2 + \ldots + a_k\xi_k;$$

тогда система наша будетъ:

$$\frac{d\xi_1}{a_1} = \frac{d\xi_2}{a_2} = \ldots = \frac{d\xi_k}{a_k};$$

и слѣдовательно за независимые интегралы можемъ взять:

$$a_k\xi_1 - a_1\xi_k = a_1F_1;$$

$$a_k\xi_2 - a_2\xi_k = a_2F_2;$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$a_k\xi_{k-1} - a_{k-1}\xi_k = a_{k-1}F_{k-1}.$$

Отсюда вытекаетъ для $j=1, 2, \ldots (k-1)$:

$$\xi_j = \frac{a_j(F_j + \xi_k)}{a_k},$$

такъ что живая сила принимаетъ видъ:

$$2T=\sum_{j=1}^{k-1}\frac{a_j^2}{a_k^2}(F_j'+\xi_k')^2+\xi_k'^2;$$

и слѣдовательно

$$A_{kk}=\frac{1}{a_k^2}\sum_{i=1}^{k}a_i^2; \quad A_{pk}=\frac{a_p^2}{a_k^2}.$$

Такъ какъ всѣ N_p оказываются нулями, то h можетъ быть произвольною функціею отъ F_p.

Уравненія (19) для U при $p=1, 2, \ldots (k-1)$:

$$\sum_{i=1}^{k}a_i^2\frac{\partial U}{\partial F_p}-a_p^2\frac{\partial U}{\partial \xi_k}=0;$$

общимъ интеграломъ ихъ будетъ:

$$U=\Pi\left(a_1^2F_1+a_2^2F_2+\ldots+a_{k-1}^2F_{k-1}+\xi_k\sum_{i=1}^{k}a_i^2\right)$$

гдѣ Π знакъ произвольной функціи.

Если въ частномъ случаѣ взять $a_i=\sqrt{m_i}$, то найдемъ:

$$U=\Pi(x_c+y_c+z_c),$$

гдѣ значкомъ c отмѣчены координаты центра инерціи системы.

b) Возьмемъ

$$2V=\xi_2^2+\xi_3^2+\ldots+\xi_k^2,$$

тогда (83) даютъ:

$$\frac{d\xi_1}{\xi_1}=\frac{d\xi_2}{\xi_2}=\ldots=\frac{d\xi_k}{\xi_k},$$

и слѣдовательно интегралы

$$\frac{\xi_j}{\xi_k}=F_j, \quad \text{при} \quad j=1, 2, \ldots (k-1).$$

Изъ выраженія для живой силы:

$$2T=\sum_{j=1}^{k-1}(F_j'\xi_k+F_j\xi_k')^2+\xi_k'^2,$$

слѣдуетъ

$$A_{kk}=1+\sum_{j=1}^{k-1}F_j^2\,;\quad A_{pk}=F_p\xi_k\,;\quad N_p=0\,;$$

а потому уравненія для U:

$$\left(1+\sum_{j=1}^{k-1}F_j^2\right)\frac{\partial U}{\partial F_p}-F_p\,\xi_k\frac{\partial U}{\partial \xi_k}=0\,;$$

общій интегралъ которыхъ

$$U=\Pi(\xi_k^2+\xi_k^2[F_1^2+F_2^2+\ldots+F^2_{k-1}])\,,$$

или

$$U=\Pi\{m_1(x_1^2+y_1^2+z_1^2)+m_2(x_2^2+y_2^2+z_2^2)+\ldots+m_n(x_n^2+z_n^2+z_n^2)\}\,.$$

c) Еслиже примемъ

$$2V=\xi_1^2+\xi_2^2+\ldots\xi^2_{k-1}-\xi_k^2,$$

то система:

$$\frac{d\xi_1}{\xi_1}=\frac{d\xi_2}{\xi_2}=\ldots=\frac{d\xi_{k-1}}{\xi_{k-1}}=-\frac{d\xi_k}{\xi_k},$$

будетъ имѣть интегралами:

$$\xi_k\,\xi_j=F_j\,;$$

откуда выраженіе живой силы:

$$2T=\frac{1}{\xi_k^2}(\xi_kF_j'-F_j\xi_k')^2+\xi_k'^2$$

и слѣдовательно

$$A_{kk}=\frac{1}{\xi_k^4}\left(\sum_{j=1}^{k-1}F_j^2+\xi_k^2\right);\quad A_{pk}=-\frac{F_p}{\xi_k^2};$$

$$N_p=\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_p}+\frac{A_{pk}}{A_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial \xi_k}-2\frac{\partial A_{pk}}{\partial \xi_k}=-\frac{4F_p}{\xi_k^2+\sum_{j=1}^{k-1}F_j^2}.$$

Въ разсматриваемомъ случаѣ система (45) будетъ:

$$\frac{1}{F_1}\frac{\partial h}{\partial F_1}=\frac{1}{F_2}\frac{\partial h}{\partial F_2}=\ldots=\frac{1}{F_{k-1}}\frac{\partial h}{\partial F_{k-1}};$$

слѣдовательно

$$h=\varphi(F_1^2+F_2^2+\ldots+F_{k-1}^2),\quad\ldots\ldots\quad(132)$$

гдѣ φ знакъ произвольной функціи.

Уравненія для U будутъ:

$$\left(\xi_k^4+\sum_{j=1}^{k-1}F_j^2\right)\frac{\partial U}{\partial F_p}+F_p\xi_k\frac{\partial U}{\partial \xi_k}-4(U+h)\frac{F_p\xi_k^2}{\xi_k^2+\sum_j F_j^2}=0,$$

гдѣ h дано (132).

Въ этихъ уравненіяхъ можно было бы исключить h изъ $(k-2)$ уравненій, такъ что произвольная функція φ входила бы лишь въ одно уравненіе, но для такого простаго случая дѣлать этого нестоитъ.

Система совокупныхъ для выписаннаго уравненія:

$$\frac{dF_p}{\xi_k^2+\sum_j F_j^2}=\frac{d\xi_k}{F_p\xi_k}=\frac{dU\left(\xi_k^2+\sum_j F_j^2\right)}{4(U+h)F_p\xi_k^2};$$

изъ первыхъ двухъ отношеній находимъ:

$$\frac{\sum_j F_j^2-\xi_k^2}{\xi_k^2}=A;\quad\ldots\ldots\ldots\quad(133)$$

а изъ послѣднихъ двухъ:

$$U=E(A+2\xi_k^2),$$

гдѣ

$$E=\int\varphi\{\xi_k^2(A+\xi_k^2)\}\frac{\xi_k\,d\xi_k}{(A+2\xi_k^2)^2},$$

такъ что искомая силовая функція

$$U=\left(\frac{1}{\xi_k^2}\sum_j F_j^2+\xi_k^2\right)\left\{E+\Pi\left(\frac{\sum_j F_j^2-\xi_k^4}{\xi_k^2}\right)\right\},$$

гдѣ въ E послѣ интеграціи надо исключить постоянную A при помощи (133). Очевидно, это рѣшеніе общее всѣмъ уравненіямъ.

Иначе

$$U=(\xi_1^2+\xi_2^2+\ldots+\xi_k^2)\{E+\Pi(\xi_1^2+\xi_2^2+\ldots+\xi_{k-1}^2-\xi_k^2)\}.$$

d) Пусть имѣемъ матеріальную точку, отнесенную къ сферическимъ координатамъ: ρ, θ, ϕ. Система (102) тогда будетъ:

$$\frac{d\rho}{\frac{\partial V}{\partial\rho}}=\frac{\rho^2 d\theta}{\frac{\partial V}{\partial\theta}}=\frac{\rho^2\mathrm{Sin}^2\theta\,d\phi}{\frac{\partial V}{\partial\phi}}\quad\ldots\ldots\ldots(134)$$

Примемъ за V функцію: $\frac{1}{\rho}-\theta$, тогда интегралами нашей системы будутъ:

$$\rho-\theta=F_1;$$

$$\phi=F_2.$$

Живая сила при массѣ $=1$ представится такъ:

$$2T=\rho'^2+\rho^2(\rho'-F_1')^2+\rho^2\mathrm{Sin}^2(\rho-F_1)F_2'^2,$$

откуда

$$A_{kk}=1+\rho^2;\quad A_{1k}=-\rho^2;\quad A_{2k}=0;$$

$$N_1=\frac{2\rho(2+\rho^2)}{1+\rho^2},\quad N_2=0.$$

Такимъ образомъ находимъ уравненія для U:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}(1+\rho^2)+\rho^2\frac{\partial U}{\partial \rho}+(U+h)\frac{2\rho}{1+\rho^2}(2+\rho^2)=0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial F_2}=0;$$

здѣсь $h=\varphi(F_1)$.

Система совокупныхъ для перваго уравненія:

$$\frac{dF_1}{1+\rho^2}=\frac{d\rho}{\rho^2}=-\frac{(1+\rho^2)\,dU}{2\rho(1+\rho^2)(U+h)}$$

даетъ для U такое значеніе:

$$U=\frac{1+\rho^2}{\rho^4}\left\{\Pi(A)-2\int\varphi\left(A+\rho-\frac{1}{\rho}\right)\frac{(2+\rho^2)\rho^3 d\rho}{(1+\rho^2)^2}\right\},$$

гдѣ послѣ интеграціи надо положить

$$A=F_1+\frac{1}{\rho}-\rho=\frac{1}{\rho}-\theta.$$

Частный случай: $U=\frac{1}{\rho^4}+\frac{1}{\rho^2}$.

e) Въ уравненіяхъ (134) возьмемъ за V такую функцію: $\phi-\frac{1}{\rho}$; тогда независимыми интегралами этой системы будутъ:

$$\theta=F_1;$$

$$\rho-\mathrm{Sin}^2\theta.\phi=F_2,$$

Замѣчая, что

$$\phi=\frac{\rho-F_2}{\mathrm{Sin}^2\theta},$$

и слѣдовательно

$$\phi'=\frac{(\rho'-F_2')\,\mathrm{Sin}F_1-2\,(\rho-F_2)\,\mathrm{Cos}F_1F_1'}{\mathrm{Sin}^3F_1},$$

а изъ послѣднихъ двухъ:

$$U=E(A+2\xi_k^2),$$

гдѣ

$$E=\int\varphi\{\xi_k^2(A+\xi_k^2)\}\frac{\xi_k\,d\xi_k}{(A+2\xi_k^2)^2},$$

такъ что искомая силовая функція

$$U=\left(\frac{1}{\xi_k^2}\sum_j F_j^2+\xi_k^2\right)\left\{E+\Pi\left(\frac{\sum_j F_j^2-\xi_k^4}{\xi_k^2}\right)\right\},$$

гдѣ въ E послѣ интеграціи надо исключить постоянную A при помощи (133). Очевидно, это рѣшеніе общее всѣмъ уравненіямъ.

Иначе

$$U=(\xi_1^2+\xi_2^2+\ldots+\xi_k^2)\{E+\Pi(\xi_1^2+\xi_2^2+\ldots+\xi_{k-1}^2-\xi_k^2)\}.$$

d) Пусть имѣемъ матеріальную точку, отнесенную къ сферическимъ координатамъ: ρ, θ, ϕ. Система (102) тогда будетъ:

$$\frac{d\rho}{\frac{\partial V}{\partial\rho}}=\frac{\rho^2 d\theta}{\frac{\partial V}{\partial\theta}}=\frac{\rho^2\mathrm{Sin}^2\theta\,d\phi}{\frac{\partial V}{\partial\phi}}\quad\ldots\ldots\ldots(134)$$

Примемъ за V функцію: $\frac{1}{\rho}-\theta$, тогда интегралами нашей системы будутъ:

$$\rho-\theta=F_1;$$

$$\phi=F_2.$$

Живая сила при массѣ $=1$ представится такъ:

$$2T=\rho'^2+\rho^2(\rho'-F_1')^2+\rho^2\mathrm{Sin}^2(\rho-F_1)F_2'^2,$$

откуда

$$A_{kk}=1+\rho^2;\quad A_{1k}=-\rho^2;\quad A_{2k}=0;$$

$$N_1=\frac{2\rho(2+\rho^2)}{1+\rho^2},\quad N_2=0.$$

Такимъ образомъ находимъ уравненія для U:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}(1+\rho^2)+\rho^2\frac{\partial U}{\partial \rho}+(U+h)\frac{2\rho}{1+\rho^2}(2+\rho^2)=0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial F_2}=0;$$

здѣсь $h=\varphi(F_1)$.

Система совокупныхъ для перваго уравненія:

$$\frac{dF_1}{1+\rho^2}=\frac{d\rho}{\rho^2}=-\frac{(1+\rho^2)\,dU}{2\rho(1+\rho^2)(U+h)}$$

даетъ для U такое значеніе:

$$U=\frac{1+\rho^2}{\rho^4}\left\{\Pi(A)-2\int\varphi\left(A+\rho-\frac{1}{\rho}\right)\frac{(2+\rho^2)\rho^3 d\rho}{(1+\rho^2)^2}\right\},$$

гдѣ послѣ интеграціи надо положить

$$A=F_1+\frac{1}{\rho}-\rho=\frac{1}{\rho}-\theta.$$

Частный случай: $U=\frac{1}{\rho^4}+\frac{1}{\rho^2}$.

e) Въ уравненіяхъ (134) возьмемъ за V такую функцію: $\phi-\frac{1}{\rho}$; тогда независимыми интегралами этой системы будутъ:

$$\theta=F_1;$$

$$\rho-\mathrm{Sin}^2\theta.\phi=F_2,$$

Замѣчая, что

$$\phi=\frac{\rho-F_2}{\mathrm{Sin}^2\theta},$$

и слѣдовательно

$$\phi'=\frac{(\rho'-F_2')\,\mathrm{Sin}F_1-2\,(\rho-F_2)\,\mathrm{Cos}F_1F_1'}{\mathrm{Sin}^3F_1},$$

находимъ для живой силы выраженіе:

$$2T=\rho'^2+\rho^2F_1'^2+\frac{\rho^2}{\operatorname{Sin}^4F_1}\{(\rho'-F_2')\operatorname{Sin}F_1-2(\rho-F_2)\operatorname{Cos}F_1F_1'\}^2;$$

откуда

$$A_{11}=1+\frac{\rho^2}{\operatorname{Sin}^2F_1};\quad A_{12}=-\frac{2\rho^2(\rho-F_2)\operatorname{Cos}F_1}{\operatorname{Sin}^3F_1};\quad A_{22}=-\frac{\rho^2}{\operatorname{Sin}^2F_1};$$

такъ что по (20):

$$N_1=\frac{2\rho\operatorname{Cos}F_1}{\operatorname{Sin}^2F_1(\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)}\{(5\rho-4F_2)(\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)-2\rho^2(\rho-F_2)\};$$

$$N_2=\frac{2\rho(2\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)}{\operatorname{Sin}^2F_1(\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)}.$$

Отсюда вытекаетъ, что h по (45) не должно зависѣть отъ F_1 и F_2, и слѣдовательно безъ нарушенія общности можетъ быть положено равнымъ нулю, такъ какъ прибавка постоянной къ потенціальной функціи ничего не измѣняетъ.

Такимъ образомъ уравненія для U будутъ:

$$\left(1+\frac{\rho^2}{\operatorname{Sin}^2F_1}\right)\frac{\partial U}{\partial F_1}+\frac{2\rho^2(\rho-F_2)\operatorname{Cos}F_1}{\operatorname{Sin}^3F_1}\frac{\partial U}{\partial\rho}+$$

$$+U\frac{2\rho\operatorname{Cos}F_1}{\operatorname{Sin}^3F_1(\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)}\{(5\rho-4F_2)(\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)-2\rho^2(\rho-F_2)\}=0;$$

$$\left(1+\frac{\rho^2}{\operatorname{Sin}^2F_1}\right)\frac{\partial U}{\partial F_2}+\frac{\rho^2}{\operatorname{Sin}^2F_1}\frac{\partial U}{\partial\rho}+U\frac{2\rho(2\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)}{\operatorname{Sin}^2F_1(\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)}=0.$$

Для втораго уравненія система совокупныхъ будетъ:

$$\frac{dF_2}{1+\frac{\rho^2}{\operatorname{Sin}^2F_1}}=\frac{d\rho}{\frac{\rho^2}{\operatorname{Sin}^2F_1}}=-\frac{dU\operatorname{Sin}^2F_1(\operatorname{Sin}^2F_1+\rho^2)}{2\rho U(2\operatorname{Sin}^2F_1-\rho^2)}.$$

Первыя два отношенія даютъ:

$$\frac{\rho - F_2}{\mathrm{Sin}^2 F_1} - \frac{1}{\rho} = A; \quad \ldots\ldots\ldots (135)$$

послѣднія же два могутъ быть переписаны такъ:

$$\frac{dU}{U} = -\frac{2(2\mathrm{Sin}^2 F_1 + \rho^2)}{\rho(\mathrm{Sin}^2 F_1 + \rho^2)} d\rho = -\frac{4d\rho}{\rho} + \frac{2\rho d\rho}{\mathrm{Sin}^2 F_1 + \rho^2},$$

такъ что общимъ интеграломъ втораго уравненія будетъ

$$U = \frac{\mathrm{Sin}^2 F_1 + \rho^2}{\rho^4} \Pi_1 \left(\frac{\rho - F_2}{\mathrm{Sin}^2 F_1} - \frac{1}{\rho}, \quad F_1 \right) \ldots\ldots (136)$$

Для перваго же уравненія система совокупныхъ:

$$\frac{dF_1}{1 + \frac{\rho^2}{\mathrm{Sin}^2 F_1}} = \frac{d\rho}{\frac{2\rho^2(\rho - F_2)\mathrm{Cos} F_1}{\mathrm{Sin}^3 F_1}} = -\frac{(\mathrm{Sin}^2 F_1 + \rho^2) dU}{U\{(5\rho - 4F_2)(\mathrm{Sin}^2 F_1 + \rho^2) - 2\rho^2(\rho - F_2)\}};$$

первыя два отношенія приводятъ къ (135), а послѣднія два могутъ быть переписаны такъ:

$$-\frac{dU}{U} = \frac{4d\rho}{\rho} + \frac{d\rho}{\rho - F_2} - \frac{2d\rho(A\rho + 1)}{A\rho^2 + 2\rho - F_2};$$

такъ что общимъ интеграломъ уравненія перваго служитъ

$$U = \frac{\mathrm{Sin}^2 F_1 + \rho^2}{\rho^2 \mathrm{Sin}^2 F_1} \Pi_2 \left(\frac{\rho - F_2}{\mathrm{Sin}^2 F_1} - \frac{1}{\rho}, \quad F_2 \right) \ldots\ldots (137)$$

Сравненіе формулъ (136) и (137) приводитъ къ общему рѣшенію двухъ уравненій подъ видомъ:

$$U = \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{\mathrm{Sin}^2 \theta} \right) \Pi \left(\phi - \frac{1}{\rho} \right).$$

f) Положимъ теперь, что разсматриваемая система твердое тѣло вращенія, имѣющее неподвижную точку на оси. Тогда живая сила этой системы выразится такъ:

$$2T = A(\varphi'^2 + \operatorname{Sin}^2\varphi\psi'^2) + C(\theta' + \psi'\operatorname{Cos}\theta)^2,$$

гдѣ C и A моменты инерціи системы, первый около оси вращенія, а второй около любой оси, перпендикулярной къ оси вращенія и проходящей черезъ неподвижную точку; φ, ψ, θ извѣстные углы.

Изъ предъидущаго выраженія находимъ:

$$a_{11} = A;\ a_{22} = A\operatorname{Sin}^2\varphi + C\operatorname{Cos}^2\varphi;\ a_{33} = C;\ a_{12} = 0;\ a_{13} = 0;\ a_{23} = C\operatorname{Cos}\varphi;$$

такъ что уравненія (102) теперь будутъ:

$$\frac{Ad\varphi}{\frac{\partial V}{\partial\varphi}} = \frac{(A\operatorname{Sin}^2\varphi + C\operatorname{Cos}^2\varphi)\,d\psi + C\operatorname{Cos}\varphi\, d\theta}{\frac{\partial V}{\partial\psi}} = \frac{C\operatorname{Cos}\varphi\, d\psi + C d\theta}{\frac{\partial V}{\partial\theta}}.$$

Возьмемъ за V функцію: $(\psi + \theta)$, тогда предъидущая система имѣетъ очевидный интегралъ:

$$\varphi = F_1;$$

затѣмъ, если для сокращенія положимъ:

$$n = \frac{A}{C}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (138)$$

то два послѣднихъ отношенія можемъ переписать такъ:

$$[n(1 + \operatorname{Cos}\varphi) - \operatorname{Cos}\varphi]\, d\psi - d\theta = 0,$$

и слѣдовательно вторымъ интеграломъ будетъ:

$$[n(1 + \operatorname{Cos}\varphi) - \operatorname{Cos}\varphi]\,\psi - \theta = F_2.$$

Замѣчая, что

$$\theta' = (n + \sqrt{n-1}\operatorname{Cos}\varphi)\,\psi' - \psi(n-1)\operatorname{Sin}\varphi\varphi' - F_2',$$

найдемъ, что

$$2T=AF_1'^2+A\operatorname{Sin}^2F_1\psi'^2+C\{n\psi'(1+\operatorname{Cos}F_1)-\psi(n-1)\operatorname{Sin}F_1F_1'-F_2'\}^2;$$

а потому

$$A_{22}=A\{\operatorname{Sin}^2F_1+n(1+\operatorname{Cos}F_1)^2\};$$

$$A_{13}=-A\psi(n-1)\operatorname{Sin}F_1(1+\operatorname{Cos}F_1);$$

$$A_{33}=-A(1+\operatorname{Cos}F_1).$$

и слѣдовательно по (20):

$$N_1=-2A\operatorname{Sin}F_1;$$

$$N_2=0.$$

Изъ послѣдняго равенства слѣдуетъ, что h произвольная функція отъ F_1:

$$h=f(F_1).$$

Уравненія для U принимаютъ видъ:

$$[\operatorname{Sin}^2F_1+n(1+\operatorname{Cos}F_1)^2]\frac{\partial U}{\partial F_1}+\psi(n-1)\operatorname{Sin}F_1(1+\operatorname{Cos}F_1)\frac{\partial U}{\partial\psi}-$$

$$-2(U+h)\operatorname{Sin}F_1=0;$$

$$[\operatorname{Sin}^2F_1+n(1+\operatorname{Cos}F_1)^2]\frac{\partial U}{\partial F_2}+(1+\operatorname{Cos}F_1)\frac{\partial U}{\partial\psi}=0.$$

Система совокупныхъ для перваго уравненія:

$$\frac{dF_1}{(1+\operatorname{Cos}F_1)\{1+n+n-1\operatorname{Cos}F_1\}}=\frac{d\psi}{(1+\operatorname{Cos}F_1)\psi(n-1)\operatorname{Sin}F_1}=\frac{dU}{2(U+h)\operatorname{Sin}F_1}.$$

Замѣчая, что крайнія отношенія могутъ быть переписаны такъ:

$$\frac{dU}{U+h}=\frac{2\operatorname{Sin}F_1dF_1}{\operatorname{Sin}^2F_1+n(1+\operatorname{Cos}F_1)^2}=d\log\left(\operatorname{tg}^2\frac{F_1}{2}+n\right),$$

находимъ для U слѣдующее выраженіе:

$$U=\left(\operatorname{tg}^2\frac{F_1}{2}+n\right)\{\Pi_1(F_1)+\Pi_2(A)\},$$

гдѣ $A=F_2-\psi(1+n+\overline{n-1}\operatorname{Cos}F_1)$.

Очевидно, это же значеніе U удовлетворяетъ и второму уравненію.

Иначе

$$U=\left(\operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}+\frac{A}{C}\right)\{\Pi_1(\varphi)+\Pi_2(\psi+\theta)\}.$$

§ 9.

Уравненія (103) могутъ быть удобно примѣнены въ томъ случаѣ, когда, взявши напередъ нѣкоторое число частныхъ интеграловъ, мы желаемъ опредѣлить остальные, если возможно, такъ, чтобы система (19) была замкнутою.

Съ этою цѣлью задуманные нами интегралы

$$\omega_1=C_1\,,\quad \omega_2=C_2\,,\ \ldots\ \omega_p=C_p\ \ldots\ldots\ (139)$$

мы вводимъ, какъ координаты системы; затѣмъ въ уравненіяхъ (103) выбираемъ за V общее рѣшеніе системы,

$$\frac{DV}{D\omega_1}=0;\quad \frac{DV}{D\omega_2}=0\ \ldots\ \frac{DV}{D\omega_p}=0;$$

недостающіе же $(k-1-p)$ интегралы получатся, какъ независимые интегралы системы совокупныхъ:

$$\frac{d\omega_{p+1}}{\frac{DV}{D\omega_{p+1}}}=\ldots=\frac{d\omega_{k-1}}{\frac{DV}{D\omega_{k-1}}}=\frac{d\omega_k}{\frac{DV}{D\omega_k}},$$

при вышеупомянутомъ значеніи для V.

g) Пусть мы имѣемъ три точки, движущіяся по одной прямой $0x$; за произвольно выбранный интегралъ беремъ:

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 = MF_1 ,$$

гдѣ $M = m_1 + m_2 + m_3 =$ суммѣ массъ точекъ.

Исключая x_3, найдемъ для живой силы такое выраженіе:

$$2T = \frac{M^2}{m_3} F_1'^2 + \frac{m_1}{m_3}(m_1 + m_3) x_1'^2 + \frac{m_2}{m_3}(m_2 + m_3) x_2'^2 - 2\frac{Mm_1}{m_3} x_1' F_1' -$$

$$- 2M\frac{m_2}{m_3} x_2' F_1' + \frac{2m_1 m_2}{m_3} x_1' x_2';$$

слѣдовательно, если означимъ:

$$a_{11} = \frac{M^2}{m_3}; \quad a_{22} = \frac{m_1}{m_3}(m_1 + m_3); \quad a_{33} = \frac{m_2}{m_2}(m_2 + m_3); \quad a_{12} = -M\frac{m_1}{m_3},$$

$$a_{13} = -M\frac{m_2}{m_3}; \quad a_{23} = \frac{m_1 m_2}{m_3},$$

то найдемъ:

$$\Delta_{11} = \Delta_{12} = \Delta_{13} = M\frac{m_1 m_2}{m_3}; \quad \Delta_{22} = M^2\frac{m_2}{m_3}; \quad \Delta_{23} = 0; \quad \Delta_{33} = M^2\frac{m_1}{m_3}.$$

Откуда уравненіе

$$\frac{DV}{DF_1} = 0 ,$$

напишется такъ:

$$\frac{\partial V}{\partial F_1} + \frac{\partial V}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_2} = 0;$$

слѣдовательно

$$V = \Pi(x_1 - F_1, \quad x_2 - F_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (140)$$

Второй же интегралъ найдемъ изъ уравненія:

$$\frac{m_1 dx_1}{(m_2 + m_3)\frac{\partial V}{\partial x_1} - m_1\frac{\partial V}{\partial x_2}} = \frac{m_2 dx_2}{-m_2\frac{\partial V}{\partial x_1} + (m_2 + m_3)\frac{\partial V}{\partial x_2}},$$

гдѣ V дано въ (140).

Въ частномъ случаѣ беремъ:

$$V=\frac{x_1-F_1}{x_2-F_1};$$

тогда вторымъ интеграломъ будетъ:

$$m_2(m_2+m_3)x_2^2+m_1(m_1+m_3)x_1^2+2m_1m_2x_1x_2-2MF_1(m_1x_1+m_2x_2)+$$
$$+M^2F_1^2=M^2F_2^2$$

или иначе:

$$m_1x_1^2+m_2x_2^2+m_3x_3^2=MF_2^2.$$

Займемся нахожденіемъ U для этого частнаго случая.

Если выраженіе

$$x_3=\frac{MF_1-m_1x_1-m_2x_2}{m_3},$$

вставимъ во второй интегралъ, то получимъ:

$$m_2(m_2+m_3)x_2^2-2m_2x_2(MF_1-m_1x_1)+M^2F_1^2-Mm_3F_2^2+m_1(m_1+m_3)x_1^2-$$
$$-2Mm_1x_1F_1=0;$$

откуда

$$x_2=\frac{m_2(MF_1-m_1x_1)+\delta}{m_2(m_2+m_3)};$$

$$x_3=\frac{m_3(MF_1-m_1x_1)-\delta}{m_3(m_2+m_3)}; \quad \ldots\ldots\ldots (141)$$

гдѣ

$$\delta^2=Mm_2m_3\{(m_2+m_3)F_2^2-MF_1^2+2m_1x_1F_1-m_1x_1^2\}=$$
$$=Mm_2m_3\{(m_2+m_3)(F_2^2-F_1^2)-m_1(F_1-x_1)^2\}.$$

Изъ предъидущаго выраженія слѣдуетъ:

$$\delta\delta'=Mm_2m_3\{(m_2+m_3)F_2F_2'-F_1'(MF_1-m_1x_1)+m_1x_1'(F_1-x_1)\} \quad \ldots (142)$$

Подставляя изъ (141) въ живую силу, получимъ послѣ упрощеній:

$$2T = m_1 x_1'^2 + \frac{1}{m_2+m_3}(MF_1' - m_1 x_1')^2 + \frac{1}{m_2 m_3 (m_2+m_3)}\delta'^2;$$

или по (142):

$$2T = m_1 x_1'^2 + \frac{1}{m_2+m_3}(MF_1' - m_1 x_1')^2 +$$

$$+ \frac{M}{m_2+m_3}\cdot\frac{\{(m_2+m_3)F_2F_2' - F_1'(MF_1 - m_1x_1) + m_1x_1'(F_1 - x_1)\}^2}{(m_2+m_3)(F_2^2 - F_1^2) - m_1(F_1 - x_1)^2}$$

Предъидущая формула, послѣ сокращеній, даетъ:

$$A_{33} = \frac{Mm_1(F_2^2 - F_1^2)}{P};$$

$$A_{13} = -\frac{Mm_1(F_2^2 - F_1x_1)}{P};$$

$$A_{23} = \frac{Mm_1F_2(F_1 - x_1)}{P};$$

если положить

$$P = (m_2+m_3)(F_2^2 - F_1^2) - m_1(F_1 - x_1)^2.$$

Замѣчая, что

$$\frac{\partial A_{33}}{\partial F_1} = \frac{2Mm_1^2}{P^2}(F_1 - x_1)(F_2^2 - F_1x_1);$$

$$\frac{\partial A_{33}}{\partial F_2} = -\frac{2F_2Mm_1^2(F_1 - x_1)^2}{P^2};$$

$$\frac{\partial A_{33}}{\partial x_1} = -\frac{2Mm_1^2}{P^2}(F_1 - x_1)(F_2^2 - F_1^2);$$

$$\frac{\partial A_{13}}{\partial x_1} = \frac{Mm_1}{P^2}\{PF_1 + 2m_1(F_1 - x_1)(F_2^2 - F_1x_1)\};$$

$$\frac{\partial A_{23}}{\partial x_1} = -\frac{Mm_1F_2}{P^2}\{P + 2m_1(F_1 - x_1)^2\};$$

найдемъ:

$$N_1 = -\frac{2Mm_1F_1}{P}, \quad N_2 = \frac{2Mm_1F_2}{P}.$$

Поэтому уравненія для h:

$$-\frac{1}{F_1}\frac{\partial h}{\partial F_1} = \frac{1}{F_2}\frac{\partial h}{\partial F_2},$$

дають

$$h = \text{fonct}\,(F_2^2 - F_1^2). \quad \ldots\ldots\ldots (143)$$

Уравненія для силовой функціи

$$(F_2^2 - F_1^2)\frac{\partial U}{\partial F_1} + (F_2^2 - F_1x_1)\frac{\partial U}{\partial x_1} - 2F_1(U+h) = 0;$$

$$(F_2^2 - F_1^2)\frac{\partial U}{\partial F_2} - F_2(F_1 - x_1)\frac{\partial U}{\partial x_1} + 2F_2(U+h) = 0;$$

при h данномъ (143) имѣютъ своимъ рѣшеніемъ:

$$U = \frac{1}{F_2^2 - F_1^2}\left\{\Pi_1(F_2^2 - F_1^2) + \Pi_2\left(\frac{F_2^2 - F_1^2}{(F_1 - x_1)^2}\right)\right\} \ldots (144)$$

Легко повѣрить полученный результатъ въ частномъ случаѣ. Извѣстно, что интегралы F_1 и F_2 могутъ имѣть мѣсто для

$$U = \frac{m_1m_2}{(x_2 - x_1)^2} + \frac{m_1m_3}{(x_3 - x_1)^2} + \frac{m_3m_2}{(x_3 - x_2)^2}.$$

Но по (141):

$$x_2 - x_1 = \frac{Mm_2(F_1 - x_1) + \delta}{m_2(m_2 + m_3)};$$

$$x_2 - x_3 = \frac{\delta}{m_2m_3};$$

$$x_3 - x_1 = \frac{Mm_3(F_1 - x_1) - \delta}{m_3(m_2 + m_3)};$$

кромѣ того

$$\delta=(F_1-x_1)\sqrt{(m_2+m_3)\frac{F_2^{\,2}-F_1^{\,2}}{(F_1-x_1)^2}-m_1},$$

такъ что, очевидно, выписанная нами силовая функція можетъ быть представлена такъ:

$$U=\frac{1}{F_2^{\,2}-F_1^{\,2}}\,\text{fonct}\left(\frac{F_2^{\,2}-F_1^{\,2}}{(F_1-x_1)^2}\right),$$

что и согласуется съ (144).

h) Какъ другой примѣръ, возьмемъ систему n точекъ массъ m_1, m_2, ... m_n, движущихся въ плоскости; отнесемъ эти точки къ полярнымъ координатамъ: ρ_1, ρ_2 .... ρ_n; θ_1, θ_2, ... θ_n. Пусть напередъ взятыми интегралами служатъ:

$$\theta_1-\theta_n=F_1;\quad \theta_2-\theta_n=F_2;\quad \ldots\quad \theta_{n-1}-\theta_n=F_{n-1}\quad \ldots\quad (145)$$

Введя ихъ, какъ новыя координаты, живой силѣ дадимъ видъ:

$$2T=m_1\rho_1'^2+m_2\rho_2'^2+\ldots+m_n\rho_n'^2+m_1\rho_1^2(\theta_n'+F_1')^2+\ldots+$$

$$+\,m_{n-1}\rho^2{}_{n-1}(\theta_n'+F'_{n-1})^2+m_n\rho_n{}^2\theta_n'^2.$$

Поэтому система (103) здѣсь будетъ:

$$\frac{m_1\,d\rho_1}{\dfrac{\partial V}{\partial\rho_1}}=\frac{m_2\,d\rho_2}{\dfrac{\partial V}{\partial\rho_2}}=\ldots=\frac{m_n\,d\rho_n}{\dfrac{\partial V}{\partial\rho_n}}=\frac{m_n\rho_n{}^2\,d\theta_n}{\dfrac{\partial V}{\partial\theta_n}-\dfrac{\partial V}{\partial F_1}-\ldots-\dfrac{\partial V}{\partial F_{n-1}}}=$$

$$=\frac{-\,m_1m_n\rho_1{}^2\rho_n{}^2\,dF_1}{m_1\rho_1{}^2\left(\dfrac{\partial V}{\partial\theta_n}-\dfrac{\partial V}{\partial F_1}-\ldots-\dfrac{\partial V}{\partial F_{n-1}}\right)-m_n\rho_n{}^2\dfrac{\partial V}{\partial F_1}}=\ldots=$$

$$=\frac{-\,m_{n-1}m_n\rho^2{}_{n-1}\rho_n{}^2\,dF_{n-1}}{m_{n-1}\rho^2{}_{n-1}\left(\dfrac{\partial V}{\partial\theta_n}-\dfrac{\partial V}{\partial F_1}-\ldots-\dfrac{\partial V}{\partial F_{n-1}}\right)-m_n\rho_n{}^2\dfrac{\partial V}{\partial F_{n-1}}}.$$

Слѣдовательно, чтобы интегралы (145) могли имѣть мѣсто, произвольная функція V должна быть рѣшеніемъ уравненій:

$$\frac{1}{m_n\rho^2_n}\left(\frac{\partial V}{\partial\theta_n}-\sum_{p=1}^{n-1}\frac{\partial V}{\partial F_p}\right)=\frac{1}{m_1\rho_1{}^2}\frac{\partial V}{\partial F_1}=\frac{1}{m_2\rho_2{}^2}\frac{\partial V}{\partial F_2}=\ldots=\frac{1}{m_{n-1}\rho^2_{n-1}}\frac{\partial V}{\partial F_{n-1}}$$

т. е.

$$V=\Pi(\omega,\ \rho_1,\ \rho_2,\ \ldots\ \rho_n),$$

если

$$\omega=\theta_n\sum_{i=1}^{n}m_i\rho_i{}^2+\sum_{p=1}^{n-1}m_pF_p\rho_p{}^2.$$

Остальные n интеграловъ найдутся изъ уравненій:

$$\frac{m_1d\rho_1}{\frac{\partial V}{\partial\rho_1}}=\frac{m_2d\rho_2}{\frac{\partial V}{\partial\rho_2}}=\ldots=\frac{m_nd\rho_n}{\frac{\partial V}{\partial\rho_n}}=\frac{d\theta_n}{\frac{\partial V}{\partial\omega}}.$$

Пусть напримѣръ $V=\omega$; тогда предъидущая система будетъ:

$$\frac{d\rho_1}{2\rho_1(\theta_n+F_1)}=\frac{d\rho_2}{2\rho_2(\theta_n+F_2)}=\ldots=\frac{d\rho_n}{2\rho_n\theta_n}=d\theta_n.$$

А потому за интегралы ея можемъ взять:

$$\rho_1e^{-(\theta_n+F_1)^2}=\varphi_1;$$

$$\rho_2e^{-(\theta_n+F_2)^2}=\varphi_2;$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$\rho_{n-1}e^{-(\theta_n+F_{n-1})^2}=\varphi_{n-1};$$

$$\rho_ne^{-\theta^2_n}=\varphi_n.$$

Оставляя перемѣнною координатою ϑ_n, находимъ живую силу:

$$2T = m_1\{\varphi_1' e^{(\vartheta_n+F_1)^2}+2\varphi_1(\vartheta_n+F_1)e^{(\vartheta_n+F_1)^2}(\vartheta_n'+F_1')\}^2+$$

$$+m_1\varphi_1^2 e^{2(\vartheta_n+F_1)^2}(\vartheta_n'+F_1')^2+\ldots\ldots\ldots+$$

$$+m_{n-1}\{\varphi'_{n-1}e^{(\vartheta_n+F_{n-1})^2}+2\varphi_{n-1}(\vartheta_n+F_{n-1})e^{(\vartheta_n+F_{n-1})^2}(\vartheta_n'+F''_{n-1})\}^2+$$

$$+m_{n-1}\varphi^2_{n-1}e^{2(\vartheta_n+F_{n-1})^2}(\vartheta'_n+F_n'_{-1})^2+m_n(\varphi'_n e^{\vartheta^2_n}+2\varphi_n\vartheta_n\vartheta_n' e^{\vartheta^2_n})^2+$$

$$+m_n\varphi_n^2 e^{2\vartheta^2_n}\vartheta_n'^2.$$

Откуда составляемъ выраженія для коэффиціентовъ:

$$A_{2n2n}=m_1\varphi_1^2 e^{2(\vartheta_n+F_1)^2}[1+4(\vartheta_n+F_1)^2]+\ldots+m_{n-1}\varphi^2_{n-1}e^{2(\vartheta_n+F_{n-1})^2}[1+$$

$$+4(\vartheta_n+F_1)^2]+m_n\varphi_n^2 e^{2\vartheta^2_n}(1+4\vartheta^2_n);$$

$$A_{12n}=2m_1\varphi_1(\vartheta_n+F_1)e^{2(\vartheta_n+F_1)^2};$$

. . . . . .

$$A_{n2n}=2m_n\varphi_n\vartheta_n e^{2\vartheta^2_n};$$

$$A_{n+12n}=m_1\varphi_1^2 e^{2(\vartheta_n+F_1)^2}[1+4(\vartheta_n+F_1)^2];$$

. . . . . .

$$A_{2n-12n}=m_{n-1}\varphi^2_{n-1}e^{2(\vartheta_n+F_{n-1})^2}[1+4(\vartheta_n+F_{n-1})^2].$$

Переходимъ теперь къ коэффиціентамъ N. Замѣчая, что

$$\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial\varphi_n}=2m_n\varphi_n e^{2\vartheta^2_n}(1+4\vartheta^2_n);$$

$$\frac{\partial A_{n2n}}{\partial\vartheta_n}=2m_n\varphi_n e^{2\vartheta^2_n}(1+4\vartheta^2_n)$$

и слѣдовательно

$$\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial \varphi_n} - 2\frac{\partial A_{n2n}}{\partial \theta_n} = -A_{n2n}\frac{1+4\theta_n^2}{\theta_n},$$

получаемъ

$$N_n = \frac{A_{n2n}}{A_{2n2n}}\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial \theta_n} - A_{n2n}\frac{1+4\theta_n^2}{\theta_n}.$$

Отсюда же получаются $N_1, N_2, \ldots N_{n-1}$ черезъ замѣну θ_n двучленами $F_1+\theta_n$, $F_2+\theta_n, \ldots F_{n-1}+\theta_n$.

Подобнымъ же образомъ опредѣлится

$$N_{n+1} = \frac{A_{n+1\,2n}}{A_{2n2n}}\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial \theta_n} - 4A_{n+1\,2n}\frac{3+4(\theta_n+F_1)^2}{1+4(\theta_n+F_1)^2}$$

и остальные $N_{n+2}, \ldots N_{2n-1}$ черезъ соотвѣтственную замѣну.

Выраженія для коэффиціентовъ N показываютъ, что h не должно зависѣть ни отъ F, ни отъ φ и потому можетъ быть положено равнымъ нулю.

Такимъ образомъ уравненія для нахожденія U будутъ:

$$A_{2n2n}\frac{\partial U}{\partial \varphi_1} - A_{12n}\frac{\partial U}{\partial \theta_n} + UA_{12n}\left\{\frac{1}{A_{2n2n}}\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial \theta_n} - \frac{1+4(\theta_n+F_1)^2}{\theta_n+F_1}\right\} = 0;$$

. . . . . .

$$A_{2n2n}\frac{\partial U}{\partial \varphi_n} - A_{n2n}\frac{\partial U}{\partial \theta_n} + UA_{n2n}\left\{\frac{1}{A_{2n2n}}\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial \theta_n} - \frac{1+4\theta_n^2}{\theta_n}\right\} = 0;$$

$$A_{2n2n}\frac{\partial U}{\partial F_1} - A_{n+12n}\frac{\partial U}{\partial \theta_n} + UA_{n+12n}\left\{\frac{1}{A_{2n2n}}\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial \theta_n} - \frac{4[3+4(\theta_n+F_1)^2]}{1+4(\theta_n+F_1)^2}\right\} = 0;$$

. . . . . .

$$A_{2n2n}\frac{\partial U}{\partial F_{n-1}} - A_{2n-12n}\frac{\partial U}{\partial \theta_n} + UA_{2n-12n}\left\{\frac{1}{A_{2n2n}}\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial \theta_n} - \frac{4[3+4(\theta_n+F_{n-1})^2]}{1+4(\theta_n+F_{n-1})^2}\right\} = 0.$$

Займемся n-тымъ изъ этихъ уравненій; система совокупныхъ для него:

$$\frac{d\varphi_n}{A_{2n2n}} = -\frac{d\vartheta_n}{A_{n2n}} = -\frac{dU}{UA_{n2n}\left\{\frac{1}{A_{2n2n}}\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial\vartheta_n} - \frac{1+4\vartheta^2{}_n}{\vartheta_n}\right\}}.$$

Первыя отношенія приводятъ къ интегралу:

$$m_1\varphi_1{}^2(\vartheta_n+F_1)\,e^{2(\vartheta_n+F_1)^2}+\ldots+m_{n-1}\varphi^2{}_{n-1}(\vartheta_n+F_{n-1})\,e^{2(\vartheta_n+F_{n-1})^2}+$$
$$+m_n\varphi^2{}_n\vartheta_n e^{2\vartheta^2{}_n}=E. \quad\ldots\ldots\ldots (146)$$

Прежде чѣмъ перейдти къ двумъ послѣднимъ отношеніямъ, замѣчаемъ, что, если разсматривать $\varphi_n{}^2$ какъ функцію ϑ_n изъ (146) и производную въ этомъ смыслѣ означить прямыми буквами:

$$\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial\vartheta_n} = \frac{dA_{2n2n}}{d\vartheta_n} - \frac{\partial A_{2n2n}}{\partial(\varphi_n{}^2)}\frac{\partial(\varphi_n{}^2)}{\partial\vartheta_n};$$

но

$$\frac{\partial A_{2n2n}}{\partial(\varphi_n{}^2)} = m_n e^{2\vartheta^2{}_n}(1+4\vartheta^2{}_n),$$

а изъ (146):

$$\frac{\partial(\varphi_n{}^2)}{\partial\vartheta_n} = -\frac{A_{2n2n}}{m_n\vartheta_n e^{2\vartheta^2{}_n}},$$

такъ что

$$\frac{1}{A_{2n2n}}\frac{\partial A_{2n2n}}{d\vartheta_n} = \frac{d\log A_{2n2n}}{d\vartheta_n} + \frac{1}{\vartheta_n}(1+4\vartheta^2{}_n)$$

Отсюда видимъ, что два послѣднихъ отношенія даютъ

$$U = CA_{2n2n},$$

гдѣ C произвольная постоянная, такъ что окончательно:

$$U=\left\{\sum_{j=1}^{n-1} m_j\varphi_j{}^2 e^{2(\vartheta_n+F_j)^2}[1+4(\vartheta_n+F_j)^2]+m_n\varphi^2{}_n e^{2\vartheta^2{}_n}(1+4\vartheta^2{}_n)\right\}\cdot$$
$$\cdot\Pi\left\{\sum_{j=1}^{n-1} m_j\varphi_j{}^2(\vartheta+F_j)e^{2(\vartheta_n+F_j)^2}+m_n\varphi^2{}_n\vartheta_n e^{2\vartheta^2{}_n}\right\} \quad (147)$$

Нетрудно убѣдиться, что полученное рѣшеніе общее всѣмъ выписаннымъ уравненіямъ для U.

Иначе (147) можно переписать:

$$U=\sum_{i=1}^{n} m_i\rho_i^2(1+4\theta_i^2)\,.\,\Pi\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\,\rho_i^2\,\theta_i\right).$$

§ 10.

Въ заключеніе сдѣлаемъ нѣкоторые общіе выводы.

Разсмотримъ, какимъ механическимъ свойствомъ отличаются тѣ частные интегралы, для которыхъ выраженіе (43) обращается въ полный дифференціалъ. Мы уже видѣли, что для такихъ интеграловъ система (38) всегда замкнутая, если $h=\text{Const}$, т. е. не содержитъ вовсе F_1, F_2, ... F_{k-1}.

Наоборотъ изъ (68) заключаемъ, что, если заданные интегралы могутъ имѣть мѣсто при $h=\text{Const.}$, то обязательно (43) обладаетъ вышеупомянутымъ свойствомъ, ибо всѣ L_{ij} нули.

Такимъ образомъ получаемъ теорему:

Если кривыя конгруэнціи (въ пространствѣ n измѣреній):

$$F_1(\omega_1,\ \omega_2\ \ldots\ \omega_n)=C_1\,;\quad F_2(\omega_1,\ \omega_2\ \ldots\ \omega_n)=C_2\,;\ \ldots$$

$$\ldots\,;\ F_{n-1}(\omega_1,\ \omega_2\ \ldots\ \omega_n)=C_{n-1}\,,$$

гдѣ C_1, C_2 ... C_{n-1} произвольные параметры, могутъ служить траэкторіями при силахъ, имѣющихъ потенціалъ, и притомъ при начальной энергіи, не зависящей отъ начальнаго положенія системы ($h=\text{Const}$), то онѣ обязательно нормальны къ нѣкоторой системѣ поверхностей:

$$V(\omega_1,\ \omega_2\ \ldots\ \omega_n)=\text{Const.}$$

Обратная теорема будетъ такая:

Если кривыя конгруэнціи нормальны къ нѣкоторой системѣ поверхностей, то всегда можно найдти такія силы, имѣющія потенціалъ, чтобы подъ дѣйствіемъ ихъ система могла описывать эти кривыя съ начальною энергіею, не зависящею отъ начальнаго ея положенія.

Далѣе замѣтимъ, что изъ линейности уравненій для U можемъ вывести, что, если эти уравненія удовлетворяются при $U=U_1, U_2, \ldots U_n$ и $h=h_1, h_2, \ldots h_n$, то имъ также удовлетворитъ

$$U=A_1U_1+A_2U_2+\ldots+A_nU_n,$$

если $h=A_1h_1+A_2h_2+\ldots+A_nh_n$ и $A_1, A_2, \ldots A_n$ какія хотимъ постоянныя.

Отсюда тотчасъ же вытекаетъ обобщеніе теоремы, доказанной Curtis'омъ*) для матеріальной точки:

Если матеріальная система о k степеняхъ свободы можетъ имѣть систему частныхъ интеграловъ (1) при каждой изъ n силовыхъ функцій:

$$U_1, U_2, \ldots U_n,$$

то она можетъ имѣть туже самую систему частныхъ интеграловъ при силовой функціи

$$U=A_1U_1+A_2U_2+\ldots+A_nU_n,$$

гдѣ $A_1, A_2 \ldots A_n$ постоянныя.

Кромѣ того, если начальныя энергіи при силовыхъ функціяхъ $U_1, U_2 \ldots U_n$ были $h_1, h_2, \ldots h_n$, то начальная энергія при силовой функціи U будетъ

$$h=A_1h_1+A_2h_2+\ldots+A_nh_n.$$

---

*) *Curtis.* On free motion under the action of several central forces, Messenger of Mathematics № 1 Vol X 1880.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.

Нахожденіе силовой функціи, если она подчинена особому условію.

§ 1.

Въ предъидущихъ главахъ были составлены уравненія и разсмотрѣна ихъ совмѣстность для силовой функціи, допускающей интегралы (1). Какъ мы видѣли, во многихъ случаяхъ окончательное рѣшеніе содержитъ одну или двѣ произвольныя функціи, такъ что, вообще говоря, вопросъ о нахожденіи силовой функціи, такимъ образомъ поставленный, слишкомъ общъ. Сдѣлать его болѣе частнымъ можно двоякимъ образомъ: или увеличить число заданныхъ интеграловъ, о чемъ будемъ говорить впослѣдствіи, или подчинить силовую функцію еще какому нибудь условію. Такимъ условіемъ можетъ быть требованіе, чтобы силовая функція содержала координаты лишь въ опредѣленной комбинаціи. Какъ найдти силовую функцію, подчиненную этому ограниченію, объ этомъ и будетъ рѣчь въ настоящей главѣ.

§ 2.

Начнемъ съ случая двухъ перемѣнныхъ и положимъ, что данная матеріальная система имѣетъ своими координатами ω_1 и ω_2. Станемъ искать силовую функцію U, допускающую интегралъ:

$$F(\omega_1, \omega_2) = C, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (148)$$

притомъ желательно, чтобы въ выраженіе для U входили координаты лишь подъ видомъ данной функціи:

$$\varphi(\omega_1, \omega_2) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (149)$$

Само собою разумѣется, что всего удобнѣе взять вмѣсто ω_1 и ω_2 новыя координаты $F=F(\omega_1, \omega_2)$ и $\varphi=\varphi(\omega_1, \omega_2)$. Пусть живая сила для новой системы координатъ приметъ видъ:

$$2T=A_{11}F'^2+2A_{12}F'\varphi'+A_{22}\varphi'^2, \quad \ldots\ldots (150)$$

гдѣ всѣ коэффиціенты конечны, если только не имѣетъ мѣста равенство: $\Pi(F, \omega)=0$; чего не предполагается.

По предъидущему искомая функція U должна быть рѣшеніемъ уравненія

$$\frac{A_{22}}{A_{12}}\frac{\partial U}{\partial F}-\frac{\partial U}{\partial \varphi}+(U+h)\left\{\frac{1}{A_{12}}\frac{\partial A_{22}}{\partial F}+\frac{1}{A_{22}}\frac{\partial A_{22}}{\partial \varphi}-\frac{2}{A_{12}}\frac{\partial A_{12}}{\partial \varphi}\right\}=0$$

или короче

$$\frac{A_{22}}{A_{12}}\frac{\partial U}{\partial F}-\frac{\partial U}{\partial \varphi}+(U+h)P=0, \quad \ldots\ldots (151)$$

причемъ мы положили:

$$P=\frac{1}{A_{12}}\frac{\partial A_{22}}{\partial F}+\frac{1}{A_{22}}\frac{\partial A_{22}}{\partial \varphi}-\frac{2}{A_{12}}\frac{\partial A_{12}}{\partial \varphi}. \quad \ldots\ldots (152)$$

Еслибы оказалось $A_{12}=0$, то уравненіе приняло бы видъ:

$$\frac{\partial U}{\partial F}+(U+h)\frac{\partial \log A_{22}}{\partial F}=0. \quad \ldots\ldots (153)$$

Въ разсматриваемомъ случаѣ U зависитъ по условію только отъ φ, слѣдовательно (151) даетъ:

$$-\frac{\partial U}{\partial \varphi}+(U+h)P=0. \quad \ldots\ldots (154)$$

Дифференцируя по F и помня, что U отъ F не зависитъ, имѣемъ:

$$(U+h)\frac{\partial P}{\partial F}+P\frac{dh}{dF}=0 \quad \ldots\ldots (155)$$

или

$$U+h+K\frac{dh}{dF}=0 \quad \ldots\ldots\ldots (156)$$

при

$$K=-\frac{P}{\frac{\partial P}{\partial F}} \quad \ldots\ldots\ldots (157)$$

Дифференцируя еще разъ по F, найдемъ:

$$\frac{dh}{dF}\left(1+\frac{\partial K}{\partial F}\right)+K\frac{d^2h}{\partial F^2}=0 \quad \ldots\ldots\ldots (158)$$

Предъидущее равенство возможно лишь въ томъ случаѣ, когда

$$\frac{1}{K}\left(1+\frac{\partial K}{\partial F}\right)=\text{fonct}\,(F)=f(F)\,; \quad \ldots\ldots\ldots (159)$$

т. е.

$$\frac{\partial K}{\partial F}-f(F)K=-1\,.$$

Пусть $f(F)=\dfrac{\varphi'(F)}{\varphi(F)}$; тогда

$$K=\varphi(F)\left\{-\int\frac{dF}{\varphi(F)}+\psi(\varphi)\right\},$$

гдѣ ψ знакъ произвольной функціи.

Для упрощенія положимъ

$$-\frac{1}{\varphi(F)}=\sigma'(F)\,;$$

тогда

$$K=-\frac{1}{\sigma'(F)}\{\sigma(F)+\psi(\varphi)\}.$$

Слѣдовательно по (157):

$$P\left(\frac{\partial P}{\partial F}\right)^{-1}=-\frac{1}{\sigma'(F)}\{\sigma(F)+\psi(\varphi)\}$$

или

$$\frac{\partial P}{P} = -\frac{\sigma'(F)\partial F}{\sigma(F)+\psi(\varphi)},$$

откуда

$$P = \frac{\Pi(\varphi)}{\sigma(F)+\psi(\varphi)},$$

гдѣ Π знакъ произвольной функціи.

Обращаемся къ уравненію (158). На основаніи (159) получаемъ:

$$\frac{d^2h}{dF^2} : \frac{dh}{dF} = -f(F) = -\frac{\varphi'(F)}{\varphi(F)},$$

т. е.

$$\frac{dh}{dF} = \frac{E}{\varphi(F)},$$

гдѣ E постоянная произвольная.

Далѣе

$$h = E\int\frac{dF}{\varphi(F)} = -E\sigma(F)+D;$$

D вторая произвольная постоянная.

Наконецъ (156) даетъ:

$$U - E\sigma(F)+D+E\{\sigma(F)+\psi(\varphi)\} = 0.$$

Такъ какъ прибавка постоянной къ силовой функціи не существенна, то полагаемъ $D=0$ и, послѣ замѣны $(-E)$ черезъ B, окончательно получаемъ:

$$h = B\sigma(F);$$

$$U = B\psi(\varphi). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (160)$$

Найденные результаты можно формулировать такъ:

Чтобы узнать, существуетъ ли силовая функція U, зависящая отъ $\varphi(\omega_1, \omega_2)$ и допускающая интегралъ (148), мѣняемъ систему координатъ

ω_1, ω_2 на F, φ; если коэффиціенты A_{12}, A_{22} выраженія для живой силы удовлетворяютъ условію:

$$P=-\frac{1}{A_{12}}\frac{\partial A_{22}}{\partial F}+\frac{1}{A_{22}}\frac{\partial A_{22}}{\partial \varphi}-\frac{2}{A_{12}}\frac{\partial A_{12}}{\partial \varphi}=\frac{\Pi(\varphi)}{\sigma(F)+\psi(\varphi)}, \quad \ldots (161)$$

то такая функція U существуетъ, а именно, она равняется постоянной, умноженной на $\psi(\varphi)$; если же условіе (161) несоблюдено, задача невозможна.

Другая функція $\sigma(F)$, стоящая въ знаменателѣ, будучи умножена на постоянную, даетъ то значеніе h, при которомъ возможенъ интегралъ (148).

Когда имѣетъ мѣсто уравненіе (153), условіе (161) замѣняется такимъ:

$$\frac{\partial A_{22}}{\partial F}=0, \quad \ldots (162)$$

и, если это равенство выполнено, всякая функція отъ φ можетъ быть силовою функціею, допускающею данный интегралъ.

Предъидущія разсужденія не приложимы, если $\frac{\partial P}{\partial F}=0$, но тогда уравненіе (155) даетъ $\frac{dh}{\partial F}=0$, а изъ (153):

$$U=e^{\int P d\omega} \quad \ldots (163)$$

Этою формулою надо пользоваться, если въ (161) $\sigma(F)$ окажется равною нулю или какой либо постоянной.

§ 3.

Подтвердимъ предъидущіе выводы примѣрами.

Положимъ, что мы имѣемъ дѣло съ матеріальною точкою, движущеюся по плоскости, и что положеніе ея опредѣляется полярными координатами ρ и ϑ. Пусть данный интегралъ:

$$F=\rho(1+e\operatorname{Cos}\vartheta)=C. \quad \ldots (164)$$

Станемъ искать функцію U, зависящую лишь отъ ρ. Тогда надо координаты ρ и ϑ замѣнить координатами F и ρ.

Изъ (164) имѣемъ:

$$\vartheta = \arccos\left\{\frac{1}{e}\left(\frac{F}{\rho}-1\right)\right\},$$

откуда

$$\vartheta' = -\frac{\rho F' - F\rho'}{\rho\sqrt{\rho^2(e^2-1)+2F\rho-F^2}}.$$

А потому выраженіе для живой силы при массѣ, равной единицѣ:

$$2T = \rho'^2 + \frac{(\rho F' - F\rho')^2}{(e^2-1)\rho^2+2F\rho-F^2},$$

и слѣдовательно

$$A_{22} = \frac{(e^2-1)\rho^2+2F\rho}{(e^2-1)\rho^2+2F\rho-F^2};$$

$$A_{12} = \frac{-\rho F}{(e^2-1)\rho^2+2F\rho-F^2}.$$

Составляя производныя, получимъ:

$$\frac{\partial A_{22}}{\partial F} = \frac{2\rho F[(e^2-1)\rho+F]}{[(e^2-1)\rho^2+2F\rho-F^2]^2};$$

$$\frac{\partial A_{22}}{\partial \rho} = \frac{-2F^2[(e^2-1)\rho+F]}{[(e^2-1)\rho^2+2\rho F-F^2]^2};$$

$$\frac{\partial A_{12}}{\partial \rho} = \frac{F[\rho^2(e^2-1)+F^2]}{[(e^2-1)\rho^2+2\rho F-F^2]^2}.$$

Подставляя предъидущія формулы въ выраженіе (152) для P, найдемъ, послѣ сокращеній:

$$P = -\frac{2F}{(e^2-1)\rho^2+2F\rho},$$

что можно представить такъ:

$$P = \frac{-\frac{1}{\rho^2}}{\frac{e^2-1}{2F}+\frac{1}{\rho}}$$

и слѣдовательно

$$U=\frac{k}{\rho}; \quad h=\frac{k(e^2-1)}{2F}.$$

Какъ примѣръ на условія (162) можетъ служить выраженіе для живой силы точки въ полярныхъ координатахъ:

$$2T=m(\rho'^2+\rho^2\vartheta'^2),$$

изъ котораго по (162) заключаемъ, что интегралъ $\vartheta=C$ имѣетъ мѣсто для $U=$ произвольной функціи отъ ρ.

Для примѣра на (163) отнесемъ движеніе точки по плоскости къ Декартовымъ координатамъ и пусть данный интегралъ:

$$F=y-x-\operatorname{Sin}x=C.$$

Тогда при массѣ $=1$, получаемъ

$$2T=x'^2\{1+(1+\operatorname{Cos}x)^2\}+F'^2+2x'F'(1+\operatorname{Cos}x),$$

если ищемъ силовую функцію, не содержащую вовсе y.

Такимъ образомъ

$$A_{12}=1+\operatorname{Cos}x; \quad A_{22}=1+(1+\operatorname{Cos}x)^2;$$

$$\frac{\partial A_{22}}{\partial F}=0; \quad \frac{\partial A_{22}}{\partial x}=-2(1+\operatorname{Cos}x)\operatorname{Sin}x; \quad \frac{\partial A_{12}}{\partial x}=-\operatorname{Sin}x.$$

А потому, послѣ сокращенія:

$$P=-\frac{2\operatorname{Sin}x}{1+\operatorname{Cos}x}.$$

Такъ какъ P не содержитъ вовсе F, то по (163)

$$U=C(1+\operatorname{Cos}x)^2;$$

что нетрудно повѣрить.

§ 4.

На первый взглядъ кажется, что приложеніе нашего критеріума требуетъ, чтобы уравненія:

$$F=F(\omega_1, \omega_2);$$

$$\varphi=\varphi(\omega_1, \omega_2);$$

рѣшались относительно ω_1 и ω_2. Но нетрудно видѣть, что въ этомъ нѣтъ необходимости. Дѣйствительно, если предъидущія уравненія не рѣшимы, то, конечно, значенія коэффиціентовъ, A_{22} и A_{12} черезъ φ и F найдены быть не могутъ, но на основаніи очевидныхъ равенствъ:

$$\frac{d\varphi}{d\omega_1}\frac{d\omega_1}{dF}+\frac{d\varphi}{d\omega_2}\frac{d\omega_2}{dF}=0;$$

$$\frac{d\varphi}{d\omega_1}\frac{d\omega_1}{d\varphi}+\frac{d\varphi}{d\omega_2}\frac{d\omega_2}{d\varphi}=0; \quad \ldots\ldots\ldots (165)$$

и т. д. ничто не мѣшаетъ намъ выразить ихъ черезъ ω_1 и ω_2. Правда, въ P входятъ еще производныя отъ этихъ коэффиціентовъ по F и ω, но при помощи тѣхже равенствъ (165) производная отъ любой функціи: $\psi(\omega_1, \omega_2)$, по F или φ можетъ быть выражена черезъ ω_1 и ω_2. Самая форма (161), которую должно принять это выраженіе, показываетъ, что отвѣтъ на нашу задачу можетъ быть полученъ независимо отъ рѣшимости уравненій. Выраженіе P должно удовлетворять уравненію:

$$\frac{\partial^2}{\partial\varphi\partial F}\log\frac{\partial}{\partial F}\frac{1}{P}=0.$$

Замѣтимъ далѣе, что если выраженіе P можетъ быть приведено къ виду (161), то только однимъ способомъ; при этомъ мы не принимаемъ въ разсчетъ такія различія въ постоянныхъ, которыя на видъ (160) функціи U вліянія не оказываютъ. Въ самомъ дѣлѣ, пусть приведеніе возможно двумя способами; тогда тождественно:

$$\frac{\Pi(\varphi)}{\sigma(F)+\psi(\varphi)}=\frac{\Pi_1(\varphi)}{\sigma_1(F)+\psi_1(\varphi)}$$

или

$$\sigma(F)+\psi(\varphi)=\frac{\Pi(\varphi)}{\Pi_1(\varphi)}\{\sigma_1(F)+\psi_1(\varphi)\}.$$

Дифференцируя по F, находимъ:

$$\sigma'(F)=\frac{\Pi(\varphi)}{\Pi_1(\varphi)}\sigma_1'(F);$$

откуда необходимо

$$\Pi(\varphi)=C\Pi_1(\varphi),$$

гдѣ C постоянная, независящая ни отъ φ, ни отъ F; и слѣдовательно

$$\sigma(F)=C\sigma_1(F)+D;$$

$$\psi(\varphi)=C\psi_1(\varphi)-D;$$

гдѣ D новая постоянная, что и доказываетъ наше положеніе.

Такимъ образомъ, если исключить частный случай (162), для котораго наша задача имѣетъ безчисленное множество рѣшеній, мы можемъ сказать что искомыхъ функцій U или одна или вовсе нѣтъ.

§ 5.

Положимъ теперь что наша система о k степеняхъ свободы и пусть ищется силовая функція, которая содержитъ координаты $\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k$ лишь подъ видомъ функціи:

$$\omega=\omega(\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_k).$$

При новой системѣ координатъ: $\omega, F_1, F_2, \ldots F_{k-1}$; U должно быть рѣшеніемъ уравненій:

$$\frac{A_{kk}}{A_{1k}}\frac{\partial U}{\partial F_1}-\frac{\partial U}{\partial\omega}+(U+h)P_1=0;$$

. . . . . .

$$\frac{A_{kk}}{A_{k-1.k}}\frac{\partial U}{\partial F_{k-1}}-\frac{\partial U}{\partial\omega}+(U+h)P_{k-1}=0;$$

если

$$P_j=\frac{1}{A_{jk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial F_j}+\frac{1}{A_{kk}}\frac{\partial A_{kk}}{\partial \omega}-\frac{2}{A_{jk}}\frac{\partial A_{jk}}{\partial \omega}=\frac{N_j}{A_{jk}},$$

по прежнему обозначенію.

Изъ перваго уравненія послѣдовательнымъ дифференцированіемъ по F_1 совершенно также, какъ и раньше, найдемъ, что

$$P_1=\frac{\Pi_1(\omega, F_2, \ldots F_{k-1})}{\sigma_1(F_1, F_2, \ldots F_{k-1})+\psi_1(\omega, F_2, \ldots F_{k-1})},$$

затѣмъ

$$h=-\xi_1(F_2, \ldots F_{k-1})\sigma_1+\chi_1(F_2, \ldots F_{k-1});$$

$$U=-\xi_1(F_2, \ldots F_{k-1})\psi_1-\chi_1.$$

Но по условію U должно зависѣть отъ одного ω, слѣдовательно

$$-\chi_1-\xi_1\psi_1=f(\omega);$$

или

$$\psi_1=-\frac{1}{\xi_1}[f(\omega)+\chi_1].$$

Такимъ образомъ

$$P_1=\frac{\Pi_1}{\sigma_1-\frac{1}{\xi_1}(f+\chi_1)}=\frac{\Phi_1(\omega, F_2, \ldots F_{k-1})}{-\sigma_1\xi_1+\chi_1+f}=$$

$$=\frac{\Phi_1(\omega, F_2, \ldots F_{k-1})}{\sigma+f} \quad \ldots\ldots\ldots (166)$$

и слѣдовательно самыя общія значенія для h и U:

$$U=Af(\omega); \quad h=A\sigma(F_1, F_2, \ldots F_{k-1}),$$

гдѣ A произвольная постоянная.

Но замѣтимъ, что, если одно изъ промежуточныхъ равенствъ:

$$(U+h)\frac{\partial P_1}{\partial F_1}+P_1\frac{\partial h}{\partial F_1}=0;$$

сравнимъ съ тѣмъ, которое получается дифференцированіемъ по F_2:

$$(U+h)\frac{\partial P}{\partial F_2}+P_1\frac{\partial h}{\partial F_2}=0;$$

то получимъ, если P_1 не 0:

$$\frac{\partial h}{\partial F_1}:\frac{\partial h}{\partial F_2}=\frac{\partial P_1}{\partial F_1}:\frac{\partial P_1}{\partial F_2}.$$

Подобнымъ образомъ, вообще найдемъ:

$$\frac{\partial h}{\partial F_1}:\frac{\partial h}{\partial F_2}:\ \ldots\ :\frac{\partial h}{\partial F_{k-1}}=\frac{\partial P_j}{\partial F_1}:\frac{\partial P_j}{\partial F_2}:\ \ldots\ :\frac{\partial P_j}{\partial F_{k-1}};$$

т. е.

$$P_j=\text{fonct}\,(h,\ \omega)$$

слѣдовательно въ (166) Φ_1 можетъ содержать лишь ω, а потому вообще

$$P_j=\frac{\Phi_j(\omega)}{\sigma(F_1,\ \ldots\ F_{k-1})+f(\omega)}.$$

Если бы оказалось $\frac{\partial P_j}{\partial F_p}=0$, то и $\frac{\partial h}{\partial F_p}=0$ и всѣ остальныя P не должны содержать F_p.

Когда P_j не содержатъ вовсе $F_1, \ldots F_{k-1}$, то, какъ нетрудно видѣть:

$$P_1=P_2=\ \ldots\ =P_{k-1}$$

и

$$U=e^{\int P_j d\omega}$$

Легко также убѣдиться, что задача или вовсе не имѣетъ рѣшеній или только одно, за исключеніемъ того случая, когда

$$A_{1k}=A_{2k}=\ \ldots\ =A_{k-1.k}=0,$$

и A_{kk} вовсе не содержитъ $F_1, F_2, \ldots F_{k-1}$, тогда всякая функція отъ ω можетъ быть искомою силовою.

Пусть напримѣръ наша система состоитъ изъ двухъ точекъ, движущихся въ плоскости; пусть заданные интегралы:

$$m_1x_1+m_2x_2=MF_1\ ;$$

$$m_1y_1+m_2y_2=MF_2\ ;$$

$$(x_1-x_2)^2+b(y_1-y_2)^2=2F_3\ ;$$

а U должна зависѣть лишь отъ ω, гдѣ

$$2\omega=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2.$$

Изъ предъидущихъ равенствъ слѣдуетъ:

$$x_1=F_1+\frac{m_2}{M}\Delta_1\ ;$$

$$x_2=F_1-\frac{m_1}{M}\Delta_1\ ;$$

$$y_1=F_2+\frac{m_2}{M}\Delta_2\ ;$$

$$y_2=F_2-\frac{m_1}{M}\Delta_2\ ;$$

если

$$M=m_1+m_2\ ;$$

$$\Delta_1^2=\frac{2(b\omega-F_3)}{b-1}\ ;$$

$$\Delta_2^2=\frac{2(F_3-\omega)}{b-1}\ .$$

Отсюда живая сила представляется такъ:

$$2T=M(F_1'^2+F_2'^2)+\frac{m_1m_2}{M}(\Delta_1'^2+\Delta_2'^2)=$$

$$=M(F_1'^2+F_2'^2)+\frac{m_1m_2}{2M(b-1)}\left\{\frac{(b\omega'-F_3')^2}{b\omega-F_3}+\frac{(F_3'-\omega')^2}{F_3-\omega}\right\},$$

и слѣдовательно коэффиціенты:

$$A_{44}=\frac{m_1m_2\{(b+1)F_3-b\omega\}}{2M(b\omega-F_3)(F_3-\omega)};$$

$$A_{14}=0\,,\quad A_{24}=0\,;$$

$$A_{34}=-\frac{m_1m_3F_3}{4M(b\omega-F_3)(F_3-\omega)}.$$

Такимъ образомъ

$$N_1=0\,;\quad N_2=0\,;$$

$$N_3=\frac{bm_1m_2F_3}{2M(b\omega-F_3)(F_3-\omega)\{(b+1)F_3-b\omega\}};$$

и слѣдовательно

$$P_3=\frac{-b}{(b+1)F_3-b\omega}=\frac{1}{-\frac{(b+1)F_3}{b}+\omega},$$

такъ что

$$U=A\omega\,;\quad h=-\frac{A(b+1)F_3}{b}.$$

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

Нахожденіе силовой функціи, если число интеграловъ равно числу степеней свободы системы.

§ 1.

До сихъ поръ мы полагали, что число заданныхъ интеграловъ (1) на единицу меньше числа степеней свободы системы. Разсмотримъ теперь тотъ случай, когда число интеграловъ (1) равно числу независимыхъ координатъ системы; притомъ ограничимся исключительно системами о двухъ степеняхъ свободы.

Итакъ пусть система имѣетъ своими независимыми координатами величины: ω_1 и ω_2; ищется, при какой силовой функціи U возможны для нашей системы, какъ тотъ, такъ и другой изъ частныхъ интеграловъ:

$$F_1(\omega_1, \omega_2) = C_1 ; \quad \ldots\ldots\ldots (167)$$

$$F_2(\omega_1, \omega_2) = C_2 ; \quad \ldots\ldots\ldots (168)$$

гдѣ C_1 и C_2 произвольныя постоянныя.

Въ томъ случаѣ, когда мы имѣемъ дѣло съ матеріальною точкою, движущеюся по нѣкоторой поверхности, задача можетъ быть изложена нагляднѣе. На поверхности задана сѣть, образуемая двумя семействами кривыхъ (167) и (168); требуется найдти, при какой силовой функціи возможно изъ любаго начальнаго положенія бросить нашу точку такъ; чтобы ея дальнѣйшею траэкторіею могла, по желанію, служить, какъ та, такъ и другая изъ кривыхъ (167) и (168), проходящихъ черезъ выб-

ранное начальное положеніе. Само собой разумѣется, что начальныя скорости, при которыхъ точка пойдетъ по той или другой кривой, будутъ отличаться другъ отъ друга, или по величинѣ, или по направленію.

§ 2.

Отнесемъ нашу систему къ координатамъ F_1 и F_2 и пусть живая сила ея приметъ видъ:

$$2T=A_{11}F_1'^2+2A_{12}F_1'F_2'+A_{22}F_2'^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (169)$$

Допустимъ сначала, что въ предъидущемъ выраженіи коэффиціентъ A_{12} оказался равнымъ нулю, т. е. для матеріальной точки мы принимаемъ, что кривыя (167) и (168) взаимно ортогональны.

Изъ предъидущаго мы знаемъ, что если силовая функція U допускаетъ интегралъ (167), то она должна быть рѣшеніемъ уравненія:

$$A_{22}\frac{\partial U}{\partial F_1}+(U+h_1)\frac{\partial A_{22}}{\partial F_1}=0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (170)$$

гдѣ h_1 произвольная функція F_1.

А, такъ какъ U допускаетъ также и интегралъ (168), то она должна удовлетворять и уравненію:

$$A_{11}\frac{\partial U}{\partial F_2}+(U+h_2)\frac{\partial A_{11}}{\partial F_2}=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (171)$$

Здѣсь h_2 произвольная функція отъ F_2.

Такимъ образомъ вопросъ сводится къ разсмотрѣнію совмѣстности уравненій (170) и (171).

Для упрощенія, полагаемъ:

$$a_1=\log A_{22}\ ; \quad a_2=\log A_{11}\ ;$$

т. е.

$$A_{22}=e^{a_1}; \quad A_{11}=e^{a_2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (172)$$

Тогда вмѣсто (170) и (171) будемъ имѣть:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}+(U+h_1)\frac{\partial a_1}{\partial F_1}=0; \quad \ldots\ldots\ldots (173)$$

$$\frac{\partial U}{\partial F_2}+(U+h_2)\frac{\partial a_2}{\partial F_2}=0. \quad \ldots\ldots\ldots (174)$$

Составляемъ изъ этихъ уравненій скобку Коркина по (37). Она или должна обращаться въ нуль тождественно (сама собою или на основаніи (173) и (174)) или, приравненная нулю, должна быть придана къ уравненіямъ (173) и (174) для опредѣленія U.

Въ разсматриваемомъ случаѣ эта скобка принимаетъ видъ:

$$(U+h_2)\frac{\partial^2 a_2}{\partial F_1 \partial F_2}-(U+h_1)\frac{\partial^2 a_1}{\partial F_1 \partial F_2}-\frac{\partial a_1}{\partial F_1}\frac{\partial U}{\partial F_2}+\frac{\partial a_2}{\partial F_2}\frac{\partial U}{\partial F_1}=0;$$

или, на основаніи (173) и (174):

$$U\frac{\partial^2(a_2-a_1)}{\partial F_1 \partial F_2}+h_2\left(\frac{\partial^2 a_2}{\partial F_1 \partial F_2}+\frac{\partial a_2}{\partial F_2}\cdot\frac{\partial a_1}{\partial F_1}\right)-h_1\left(\frac{\partial^2 a_1}{\partial F_1 \partial F_2}+\frac{\partial a_2}{\partial F_2}\frac{\partial a_1}{\partial F_1}\right)=0. \quad (175)$$

Когда выписанное выраженіе обращается въ тождество независимо отъ того значенія, которое мы даемъ U, то

$$\frac{\partial^2(a_2-a_1)}{\partial F_1 \partial F_2}=0. \quad \ldots\ldots\ldots (176)$$

т. е.

$$a_2-a_1=\omega_1(F_1)+\omega_2(F_2).$$

Отсюда по (172):

$$\frac{A_{11}}{A_{22}}=e^{a_2-a_1}=e^{\omega_1+\omega_2}=\frac{\varphi_1(\partial F_1)}{\varphi_2(F_2)}, \quad \ldots\ldots (177)$$

если положить $e^{\omega_1}=\varphi_1(F_1)$; $e^{-\omega_2}=\varphi_2(F_2)$.

Остальные члены равенства (175) могутъ по (176) быть переписаны такъ:

$$(h_2-h_1)\left(\frac{\partial^2\alpha_1}{\partial F_1\partial F_2}+\frac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}\cdot\frac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}\right)=0;$$

откуда слѣдуетъ, что или

$$\frac{\partial^2\alpha}{\partial F_1\partial F_2}+\frac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}\cdot\frac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}=0 \quad \ldots\ldots\ldots (178)$$

или

$$h_1-h_2=0 \quad \ldots\ldots\ldots (179)$$

Займемся сначала равенствомъ (178). Въ частномъ случаѣ оно будетъ выполнено, если

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}=0. \quad \ldots\ldots\ldots (180)$$

Тогда изъ (173): $\frac{\partial U}{\partial F_1}=0$, а изъ (174), послѣ дифференцированія по F_2:

$$(U+h)\frac{\partial^2\alpha_2}{\partial F_1\partial F_2}=0;$$

т. е.

$$\frac{\partial^2\alpha_2}{\partial F_1\partial F_2}=0,$$

ибо $U+h_2$, равное нулю, влечетъ за собою $T=0$, т. е. отсутствіе движенія; слѣдовательно

$$\frac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}=\psi(F_2); \quad \ldots\ldots\ldots (181)$$

а потому изъ (174):

$$U=\Pi(F_2), \quad \ldots\ldots\ldots (182)$$

гдѣ Π знакъ произвольной функціи.

Изъ (180) и (181) выводимъ:

$$\alpha_1=\chi(F_2);$$

$$\alpha_2=\int\psi(F_2)\,dF_2+\lambda(F_1)=\mu(F_2)+\lambda(F_1).$$

и слѣдовательно по (172):

$$A_{11} = e^{\mu(F_2)+\lambda(F_1)} = \lambda_1(F_1) \cdot \mu_1(F_2) ;$$

$$A_{22} = e^{\lambda(F_2)} = \mu_1(F_2)\, \mu_2(F_2) .$$

Такимъ образомъ выраженію живой силы можемъ дать видъ:

$$2Tdt^2 = \mu_1(F_2)\{\lambda_1(F_1)dF_1'^2 + \mu_2(F_2')dF_2'^2\}$$

или

$$2Tdt^2 = \lambda(d\xi_1^2 + d\xi_2^2) , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (183)$$

при $\xi_1 = \int \sqrt{\lambda_1(F_1)}\, dF_1 ; \quad \xi_2 = \int \sqrt{\mu_2(F_2)}\, dF_2 ;$

$$\lambda(\xi_2) = \mu_1(F_2) .$$

Само собою понятно, что тѣже заключенія можно вывести при

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial F_2} = 0 .$$

Если (180) не имѣетъ мѣста, то (178) можемъ представить такъ:

$$\frac{\partial}{\partial F_2} \log \frac{\partial \alpha_1}{\partial F_1} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial F_2} = 0 ;$$

откуда

$$\log \frac{\partial \alpha_1}{\partial F_1} + \alpha_2 = \log \lambda_1(F_1) ,$$

гдѣ λ_1 знакъ произвольной функціи.

Иначе

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial F_1} e^{\alpha_2} = \lambda_1(F_1) .$$

А отсюда на основаніи (177):

$$\frac{\partial}{\partial F_1} e^{\alpha_1} = \lambda_1(F_1)\, e^{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{\lambda_1(F_1)}{\varphi_1(F_1)} \varphi_2(F_2) ,$$

такъ что найдемъ:

$$e^{a_1}=\varphi_2(F_2)\left\{\int\frac{\lambda_1(F_1)}{\varphi_1(F_1)}dF_1+\lambda_2(F_2)\right\}$$

или, короче:

$$e^{a_1}=A_{22}=\varphi_2(F_2)\{\mu_1(F_1)+\lambda_2(F_2)\}\ldots\ldots\ldots(184)$$

Равенство (177) требуетъ, чтобы тогда

$$e^{a_2}=A_{11}=\varphi_1(F_1)\{\mu_1(F_1)+\lambda_2(F_2)\}.$$

Выраженіе живой силы въ этомъ случаѣ будетъ:

$$2Tdt^2=(\mu_1+\lambda_2)(\varphi_1dF_1^2+\varphi_2dF_2^2)=\lambda(d\xi_1^2+d\xi_2^2)\ldots(185)$$

при

$$\xi_1=\int\sqrt{\varphi_1}dF_1\,;\quad \xi_2=\int\sqrt{\varphi_2}dF_2\,;\quad \lambda=\psi_1(\xi_1)+\psi_2(\xi_2)=\mu_1+\lambda_2.$$

Обращаясь теперь къ самимъ уравненіямъ (173) и (174), получаемъ:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}+(U+h_1)\frac{1}{\mu_1+\lambda_2}\frac{\partial\mu_1}{\partial F_1}=0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial F_2}+(U+h_2)\frac{1}{\mu_1+\lambda_2}\frac{\partial\lambda_2}{\partial F_2}=0.$$

Интегрируя первое изъ нихъ, находимъ:

$$U=\frac{1}{\mu_1+\lambda_2}\left\{\Pi_2(F_2)-\int h_1\frac{\partial\mu_1}{\partial F_1}dF_1\right\}=$$

$$=\frac{\Pi_1(F_1)+\Pi_2(F_2)}{\mu_1+\lambda_2},\ldots\ldots\ldots(186)$$

гдѣ Π_1 и Π_2 знаки произвольныхъ функцій.

Интегрированіе втораго уравненія привело бы, очевидно, къ тому же выраженію (186) для U.

Разберемъ теперь равенство (179). Оно требуетъ, чтобы каждое h равнялось постоянной C, не зависящей ни отъ F_1, ни отъ F_2. Если это имѣетъ мѣсто, то изъ (173) и (174) выводимъ:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial F_1}\right)^{-1} - \frac{\partial U}{\partial F_2}\left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial F_2}\right)^{-1} = 0\,;$$

слѣдовательно U должно быть функціею отъ η_1, если

$$d\eta_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial F_1}\,dF_1 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial F_2}\,dF_2\,,$$

но по (177):

$$d\eta_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial F_1}\,dF_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial F_2}\,dF_2 + \frac{\partial \omega_2}{\partial F_2}\,dF_2 = d\alpha_1 + d\omega_2\,,$$

т. е. $\eta_1 = \alpha_1 + \omega_2$; или, если угодно, $\eta_1 = \alpha_2 - \omega_1$.

Итакъ $U = \Pi(\eta_1)$; тогда по (173) и (174):

$$h_1 = h_2 = C = -\frac{\partial U}{\partial \eta_1} - U\,,$$

откуда $U = Be^{-\eta_1} - C$ или, отбрасывая постоянную, находимъ какъ самое общее значеніе U въ этомъ случаѣ:

$$U = Be^{-\eta_1} = B\frac{\varphi_2(F_2)}{A_{22}} = B\frac{\varphi_1(F_1)}{A_{11}}. \quad \ldots\ldots (187)$$

Для разсмотрѣннаго случая живая сила снова принимаетъ видъ:

$$2T dt^2 = \lambda\,(\varphi_1 dF_1^{\,2} + \varphi_2 dF_2^{\,2}) = \lambda\,(d\xi_1^{\,2} + d\xi_2^{\,2}), \quad \ldots\ldots (188)$$

но λ здѣсь какая хотимъ функція отъ F_1 и F_2 или ξ_1, ξ_2.

Наконецъ, если (175) не обращается въ тождество, то изъ него выводимъ:

$$(U + h_1)\frac{\partial^2(\alpha_2 - \alpha_1)}{\partial F_1 \partial F_2} = (h_1 - h_2)\left(\frac{\partial^2 \alpha_2}{\partial F_1 \partial F_2} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial F_2}\frac{\partial \alpha_1}{\partial F_1}\right);$$

$$(U + h_2)\frac{\partial^2(\alpha_2 - \alpha_1)}{\partial F_1 \partial F_2} = (h_1 - h_2)\left(\frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial F_1 \partial F_2} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial F_2}\frac{\partial \alpha_1}{\partial F_1}\right);$$

и слѣдовательно

$$\frac{U+h_1}{U+h_2}=\frac{\dfrac{\partial^2\alpha_2}{\partial F_1\partial F_2}+\dfrac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}\cdot\dfrac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}}{\dfrac{\partial^2\alpha_1}{\partial F_1\partial F_2}+\dfrac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}\dfrac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}}.$$

Примемъ въ соображеніе (173) и (174); тогда

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial F_1}:\dfrac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}}{\dfrac{\partial U}{\partial F_2}:\dfrac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}}=\frac{\dfrac{\partial^2\alpha_2}{\partial F_1\partial F_2}-\dfrac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}\dfrac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}}{\dfrac{\partial^2\alpha_1}{\partial F_1\partial F_2}-\dfrac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}\dfrac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}};$$

т. е. U должно быть рѣшеніемъ уравненія:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}\frac{\partial}{\partial F_2}\left(\log\frac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}+\alpha_2\right)=\frac{\partial U}{\partial F_2}\frac{\partial}{\partial F_1}\left(\log\frac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}+\alpha_1\right).$$

Иначе

$$U=\Pi(\omega),$$

гдѣ при нѣкоторомъ множителѣ M:

$$M\overline{d\omega}=\frac{\partial}{\partial F_1}\left(\log\frac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}+\alpha_1\right)dF_1+\frac{\partial}{\partial F_2}\left(\log\frac{\partial\alpha_1}{\partial F_1}+\alpha_2\right)dF_2.$$

Такъ какъ, кромѣ того, функція U должна быть рѣшеніемъ уравненій (173) и (174), то, на основаніи предъидущей главы, заключаемъ, что искомыхъ функцій или одна или вовсе нѣтъ.

Дѣйствительно, исключеніе составляетъ лишь тотъ случай, когда ω и F_1 ортогональны, а для этого надо, чтобы $\omega=\text{fonct}(F_2)$, т. е. чтобы

$$\frac{\partial}{\partial F_1}\left(\log\frac{\partial\alpha_2}{\partial F_2}+\alpha_1\right)=0,$$

что невозможно, ибо тогда $U+h_1=0$.

Изъ всего сказаннаго выше заключаемъ, что въ общемъ случаѣ заданные интегралы (167) и (168) вполнѣ опредѣляютъ силовую функцію, если только она существуетъ. Задача всегда возможна, когда

заданные интегралы таковы, что живая сила принимаетъ видъ (188) Если кромѣ того множитель λ удовлетворяетъ уравненію

$$\frac{\partial^2\lambda}{\partial F_1 \partial F_2} = 0 , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (189)$$

т. е. $\lambda = \mu_1(F_1) + \lambda_2(F_2)$ или обращается въ функцію одной перемѣнной, то рѣшеній безчисленное множество: они находятся изъ (182) и (186). Въ противномъ случаѣ, когда (189) мѣста не имѣетъ, единственное рѣшеніе дается формулою (187).

Если дѣло идетъ о движеніи точки по поверхности, то выраженіе (188) показываетъ; что заданныя траэкторіи принадлежатъ къ кривымъ, названнымъ Darboux *) изотермными или изометрическими, т. е. къ такимъ, которыми можно раздѣлить поверхность на безконечно малые квадраты.

Такимъ образомъ оказывается, что сѣть взаимно ортогональныхъ траэкторій можетъ быть общею для нѣсколькихъ системъ силъ лишь тогда, когда она составлена кривыми изотермными и притомъ когда коэффиціентъ λ удовлетворяетъ (189).

§ 3.

Какъ примѣръ на тотъ случай, когда наша задача имѣетъ только одно рѣшеніе, зададимъ себѣ на плоскости сѣть траэкторій, составленную семействами спиралей:

$$F_1 = \rho e^{\theta} = C_1 ;$$

$$F_2 = \rho e^{-\theta} = C_2 .$$

Изъ этихъ равенствъ находимъ:

$$\rho = \sqrt{F_1 F_2} ; \quad \theta = \frac{1}{2}(\log F_1 - \log F_2) ;$$

откуда

$$2T = \frac{1}{4}\frac{F_2}{F_1} F_1'^2 + \frac{1}{4}\frac{F_1}{F_2} F_2'^2 ,$$

*) G. Darboux, «Théorie des surfaces» livre I Chap. VIII.

и слѣдовательно

$$A_{11}=\frac{1}{4}\frac{F_2}{F_1},\quad A_{22}=\frac{1}{4}\frac{F_1}{F_2}.$$

Такъ какъ

$$a_2-a_1=2\log F_2-2\log F_1,$$

но

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial F_1\partial F_2}+\frac{\partial a_1}{\partial F_1}\cdot\frac{\partial a_2}{\partial F_2}=\frac{1}{F_1F_2},$$

и въ нуль не обращается, то по (187) находимъ

$$U=\frac{C}{\rho^2}=\frac{B^2}{\rho^2}=0.$$

Здѣсь C можно замѣнить черезъ B^2, ибо интегралъ живыхъ силъ: $2T=C.\frac{1}{\rho^2}$, требуетъ $C>0$.

Замѣтимъ, между прочимъ, что, если составимъ частные интегралы, приравнявъ произвольнымъ постояннымъ вещественную и мнимую часть какой либо моногенной функціи комплексной перемѣнной $x+iy$, то всегда, какъ извѣстно, получимъ систему изотермныхъ кривыхъ.

Въ самомъ дѣлѣ, мы имѣемъ въ такомъ случаѣ:

$$\frac{\partial x}{\partial F_1}=\frac{\partial y}{\partial F_2};\quad \frac{\partial x}{\partial F_2}=-\frac{\partial y}{\partial F_1};$$

а потому при массѣ $=1$:

$$A_{11}=\left(\frac{\partial x}{\partial F_1}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial F_1}\right)^2=\left(\frac{\partial x}{\partial F_2}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial F_2}\right)^2=A_{22},$$

и слѣдовательно $a_2-a_1=0$.

Возьмемъ, напримѣръ, такія двѣ системы взаимно ортогональныхъ гиперболъ:

$$F_1=x^2-y^2=C_1;$$

$$F_2=xy=C_2.$$

Нетрудно видѣть, что

$$\frac{\partial x}{\partial F_1} = \frac{\partial y}{\partial F_2} = \frac{x}{x^2+y^2},$$

$$\frac{\partial x}{\partial F_2} = -\frac{\partial y}{\partial F_1} = \frac{y}{x^2+y^2}$$

и слѣдовательно

$$A_{11} = A_{22} = (x^2+y^2)^{-1};$$

$$a_2 = a_1 = -\log(x^2+y^2).$$

Затѣмъ

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial F_1 \partial F_2} + \frac{\partial a_1}{\partial F_1} \cdot \frac{\partial a_2}{\partial F_2} = \frac{24\,xy(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^4}$$

и слѣдовательно по (187):

$$U = C(x^2+y^2),$$

гдѣ C должно быть положительно.

Подобнымъ образомъ въ полярныхъ координатахъ система окружностей

$$\frac{\operatorname{Cos}\theta}{\rho} = F_1;$$

$$\frac{\operatorname{Sin}\theta}{\rho} = F_2;$$

даетъ живой силѣ видъ:

$$2T = \frac{1}{(F_1^2+F_2^2)^2}(F_1'^2+F_2'^2),$$

откуда $a_1 = a_2 = -2\log(F_1^2+F_2^2)$ и рѣшеніе

$$U = C(F_1^2+F_2^2) = \frac{C}{\rho^4}.$$

Какъ примѣры на случаи, имѣющіе безчисленное множество рѣшеній, можемъ взять такія сѣти траэкторій: первую, составленную концентрическими окружностями и прямыми, выходящими изъ общаго центра; вторую, образованную софокусными эллипсами и гиперболами.

Уравненія первой сѣти въ полярныхъ координатахъ:

$$F_1 = \rho = C_1 ;$$

$$F_2 = \theta = C_2 ;$$

живая сила: $2T = F_1'^2 + F_1^2 F_2'^2$; слѣдовательно $A_{11}=1$, $A_{22}=F_1^2$, а потому $\frac{\partial a_2}{\partial F_2} = 0$, и слѣдовательно по (182):

$$U = \Pi(F_1) = \Pi(\rho) .$$

Уравненія второй сѣти въ эллиптическихъ координатахъ:

$$F_1 = \lambda_1 = C_1 ;$$

$$F_2 = \lambda_2 = C_2 .$$

Живая сила имѣетъ видъ:

$$2T = \frac{1}{4}(F_1 - F_2)\left\{\frac{F_1'^2}{(a_1+F_1)(a_2+F_1)} - \frac{F_2'^2}{(a_1+F_2)(a_2+F_2)}\right\};$$

откуда по (186) искомое рѣшеніе:

$$U = \frac{\Pi_1(\lambda_1)+\Pi_2(\lambda_2)}{\lambda_1-\lambda_2} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (190)$$

Частный случай:

$$U = \frac{1}{\sqrt{a_2+\lambda_1}+\sqrt{a_2+\lambda_2}} = \frac{1}{\rho} ,$$

гдѣ ρ разстояніе отъ одного изъ фокусовъ.

Если заданная сѣть траэторій составлена линіями кривизны эллипсоида: $\lambda_1 = \text{Const}$, то рѣшеніе будетъ имѣть такой же видъ, какъ и (190):

$$U = \frac{\Pi_2(\lambda_2)+\Pi_3(\lambda_3)}{\lambda_2-\lambda_3} , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (191)$$

такъ какъ и тогда

$$2T=\frac{\lambda_2-\lambda_3}{4}\left\{\frac{\lambda_2-\lambda_1}{(a_1+\lambda_2)(a_2+\lambda_2)(a_3+\lambda_2)}\lambda_2'^2+\frac{\lambda_1-\lambda_3}{(a_1+\lambda_3)(a_2+\lambda_3)(a_3+\lambda_3)}\lambda_3'^2\right\}.$$

Функція U въ (191) имѣемъ ту форму, при которой, какъ замѣтилъ Якоби*), уравненіе для характеристической функціи для движенія по эллипсоиду распадается на два отдѣльно интегрирующихся.

Частный случай:

$$U=C(x^2+y^2)=C\frac{\lambda_2^2-\lambda_3^2}{\lambda_2-\lambda_3}.\ **)$$

§ 4.

Займемся теперь тѣмъ случаемъ, когда заданные интегралы таковы, что коэффиціентъ A_{12} въ выраженіи (169) въ нуль не обращается. Тогда, по предъидущему, силовая функція U должна удовлетворять совокупнымъ уравненіямъ:

$$A_{22}\frac{\partial U}{\partial F_1}-A_{12}\frac{\partial U}{\partial F_2}+(U+h_1)N_1=0;$$

$$-A_{12}\frac{\partial U}{\partial F_1}+A_{11}\frac{\partial U}{\partial F_2}+(U+h_2)N_2=0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (192)$$

Здѣсь $h_1=\text{fonct}(F_1)$, $h_2=\text{fonct}(F_2)$; затѣмъ, по прежнему

$$N_1=\frac{\partial A_{22}}{\partial F_1}+\frac{A_{12}}{A_{22}}\frac{\partial A_{22}}{\partial F_2}-2\frac{\partial A_{12}}{\partial F_2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (193)$$

$$N_2=\frac{\partial A_{11}}{\partial F_2}+\frac{A_{12}}{A_{11}}\frac{\partial A_{11}}{\partial F_1}-2\frac{\partial A_{12}}{\partial F_1}.$$

---

*) Vorlesungen über Dynamik, 28 Vor.

**) Ibidem.

Если введемъ коэффиціенты b_{11}, b_{12}, b_{22}, удовлетворяющіе равенствамъ:

$$A_{11}b_{11}+A_{12}b_{12}=1\,;$$

$$A_{11}b_{12}+A_{12}b_{22}=0\,;$$

$$A_{12}b_{11}+A_{22}b_{12}=0\,;$$

$$A_{12}b_{12}+A_{22}b_{22}=1\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (194)$$

то уравненія (191) можемъ замѣнить такими:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}+(U+h_1)\,L_1-(U+h_2)\,L_2=0\,;$$

$$\frac{\partial U}{\partial F_2}+(U+h_2)\,M_2-(U+h_1)\,M_1=0\,; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (195)$$

гдѣ

$$L_1=N_1b_{22}\,; \quad L_2=N_2b_{12}\,; \quad M_1=N_1b_{12}\,; \quad M_2=N_2b_{11}\,. \quad . \quad (196)$$

Составляя изъ уравненій (195) скобки по (37), находимъ:

$$U\left\{\frac{\partial(L_1-L_2)}{\partial F_2}-\frac{\partial(M_2-M_1)}{\partial F_1}\right\}+h_1\left\{L_1M_2-M_1L_2+\frac{\partial L_1}{\partial F_2}+\frac{\partial M_1}{\partial F_1}\right\}-$$

$$-h_2\left\{L_1M_2-M_1L_2+\frac{\partial L_2}{\partial F_2}+\frac{\partial M_2}{\partial F_1}\right\}+M_1\frac{dh_1}{dF_1}-L_2\frac{dh_2}{dF_2}=0. \quad . \quad . \quad (197)$$

Прежде всего замѣчаемъ, что нѣтъ нужды разсматривать тотъ случай, когда коэффиціенты M_1 и L_2 одновременно нули, потому что для этого необходимо, или чтобы $b_{12}=0$, а тогда и $A_{12}=0$, что противно положенію, или чтобы $N_1=N_2=0$; въ послѣднемъ же случаѣ единственное рѣшеніе нашихъ уравненій: $U=\text{Const.}$, т. е. интегралы имѣютъ мѣсто лишь при движеніи по инерціи.

Обратимъ вниманіе на тотъ случаѣ, когда одинъ изъ этихъ коэффиціентовъ нуль, пусть напримѣръ $M_1=0$, тогда

$$N_1=0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (198)$$

Предъидущее равенство по (193) можетъ переписать такъ:

$$\frac{\partial A_{12}}{\partial F_2} - A_{12}\frac{\partial \log\sqrt{A_{22}}}{\partial F_2} = \frac{1}{2}\frac{\partial A_{22}}{\partial F_1};$$

смотря на это равенство, какъ на уравненіе относительно A_{12} и, интегрируя, получаемъ:

$$A_{12} = \sqrt{A_{22}}\left\{\int \frac{\partial\sqrt{A_{22}}}{\partial F_1} dF_2 + \Pi_1(F_1)\right\}.$$

Въ такомъ случаѣ по (169):

$$2Tdt^2 = A_{11}dF_1^2 + 2\sqrt{A_{22}}\left\{\int \frac{\partial\sqrt{A_{22}}}{\partial F_1} dF_2 + \Pi_1(F_1)\right\} dF_1 dF_2 + A_{22}dF_2^2;$$

или

$$2Tdt^2 = \left[\sqrt{A_{22}}\,dF_2 + \left\{\int \frac{\partial\sqrt{A_{22}}}{\partial F_1} dF_2 + \Pi_1(F_1)\right\} dF_1\right]^2 +$$

$$+ \left\{A_{11} - \left[\int \frac{\partial\sqrt{A_{22}}}{\partial F_1} dF_2 + \Pi_1(F_1)\right]^2\right\} dF_1^2.$$

Замѣчая, что выраженіе, стоящее внутри первыхъ скобокъ, представляетъ полный дифференціалъ нѣкоторой функціи λ, находимъ:

$$2Tdt^2 = d\lambda^2 + \nu dF_1^2.$$

Полученная форма для живой силы ясно показываетъ, что F_1 интегралъ, имѣющій мѣсто при движеніи по инерціи. Такъ напримѣръ для точки, движущейся по поверхности, уравненіе $F_1 = C_1$ будетъ уравненіемъ геодезической линіи. Функція же λ въ этомъ случаѣ выражаетъ собою длину дуги этой геодезической линіи.

Уравненіе первое изъ (192) теперь будетъ:

$$A_{22}\frac{\partial U}{\partial F_1} - A_{12}\frac{\partial U}{\partial F_2} = 0.$$

Дѣйствительно, оно удовлетворяется при $U = \text{Const}$. Самое же общее его рѣшеніе будетъ:

$$U = \text{fonct}(\lambda) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (199)$$

Такимъ образомъ оказывается, при (198) вопросъ сводится къ нахожденію рѣшенія втораго уравненія изъ (192) съ соблюденіемъ условія (199), т. е. къ задачѣ, которая разсмотрѣна нами въ третьей главѣ.

Если ни одинъ изъ коэффиціентовъ N не нуль, то обращаемся къ скобкамъ (197) и допустимъ, что онѣ обращаются въ нуль независимо отъ тѣхъ значеній, которыя принимаетъ U. Въ такомъ случаѣ

$$\frac{\partial (L_1 - L_2)}{\partial F_2} - \frac{\partial (M_2 - M_1)}{\partial F_1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (200)$$

и слѣдовательно мы можемъ принять:

$$L_1 - L_2 = \frac{\partial P}{\partial F_1};$$

$$M_2 - M_1 = \frac{\partial P}{\partial F_2}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (201)$$

гдѣ P нѣкоторая функція F_1 и F_2.

Иначе по (196):

$$N_1 b_{22} - N_2 b_{12} = \frac{\partial P}{\partial F_1};$$

$$N_2 b_{11} - N_1 b_{12} = \frac{\partial P}{\partial F_2};$$

или принимая въ разсчетъ (194):

$$N_1 = A_{22} \frac{\partial P}{\partial F_1} - A_{12} \frac{\partial P}{\partial F_2};$$

$$N_2 = A_{11} \frac{\partial P}{\partial F_2} - A_{12} \frac{\partial P}{\partial F_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (202)$$

Первое изъ этихъ равенствъ по (193) можемъ переписать такъ:

$$\frac{\partial A_{22}}{\partial F_1}+\frac{A_{12}}{A_{22}}\frac{\partial A_{22}}{\partial F_2}-2\frac{\partial A_{12}}{\partial F_2}=A_{22}\frac{\partial P}{\partial F_1}-A_{12}\frac{\partial P}{\partial F_2};$$

или

$$\frac{\partial A_{12}}{\partial F_2}-A_{12}\left\{\frac{\partial \log\sqrt{A_{22}}}{\partial F_2}+\frac{1}{2}\frac{\partial P}{\partial F_2}\right\}=\frac{1}{2}\frac{\partial A_{22}}{\partial F_1}-\frac{A_{22}}{2}\frac{\partial P}{\partial F_1}. \quad . \quad (203)$$

Полагаемъ

$$P=2\log Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (204)$$

тогда (203) можно замѣнить такимъ уравненіемъ относительно A_{12}:

$$\frac{\partial A_{12}}{\partial F_2}-A_{12}\frac{\partial \log(Q\sqrt{A_{22}})}{\partial F_2}=\frac{1}{2}\frac{\partial A_{22}}{\partial F_1}-\frac{A_{22}}{Q}\frac{\partial Q}{\partial F_1}.$$

Интегрируя его, находимъ:

$$A_{12}=Q\sqrt{A_{22}}\left\{\int\frac{\partial}{\partial F_1}\frac{\sqrt{A_{22}}}{Q}dF_2+\Pi_1(F_1)\right\}. \quad . \quad . \quad . \quad (205)$$

Подобнымъ образомъ изъ втораго уравненія (202) получаемъ:

$$A_{12}=Q\sqrt{A_{11}}\left\{\int\frac{\partial}{\partial F_2}\frac{\sqrt{A_{11}}}{Q}dF_1+\Pi_2(F_2)\right\}. \quad . \quad . \quad . \quad (206)$$

Живую силу при помощи формулы (205) можемъ представить такъ:

$$2Tdt^2=Q^2\left\{\frac{\sqrt{A_{22}}}{Q}dF_2+\left[\int\frac{\partial}{\partial F_1}\frac{\sqrt{A_{22}}}{Q}dF_2+\Pi_1(F_1)\right]dF_1\right\}^2+$$

$$+\left\{A_{11}-Q^2\left[\int\frac{\partial}{\partial F_1}\frac{\sqrt{A_{22}}}{Q}dF_2+\Pi_1(F_1)\right]^2\right\}dF_1^2.$$

Выраженіе, стоящее въ первыхъ скобкахъ представляетъ полный дифференціалъ нѣкоторой функціи λ_1, такъ что

$$2Tdt^2 = Q^2(d\lambda_1^2 + \nu_1 dF_1^2). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (207)$$

Если воспользоваться формулою (206), то найдемъ:

$$2Tdt^2 = Q^2(d\lambda_2^2 + \nu_2 dF_2^2). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (208)$$

Замѣтимъ, что равенство (200) обязательно должно быть выполнено, если оба интеграла F_1 и F_2 могутъ имѣть мѣсто при одной и той же начальной энергіи системы, ибо тогда

$$h_1 = h_2 = C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (209)$$

гдѣ C постоянная, независящая ни отъ F_1, ни отъ F_2 и слѣдовательно всѣ члены (197), кромѣ перваго, обращаются въ нуль.

Справедливо и обратное положеніе, т. е., если равенство (200) выполняется, интегралы F_1 и F_2 могутъ имѣть мѣсто при (209).

Darboux *) показалъ, что живой силѣ системы о двухъ степеняхъ свободы всегда можно дать такой видъ:

$$2Tdt^2 = \frac{d\vartheta^2 + \sigma^2 d\vartheta_1^2}{2(U+h)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (210)$$

гдѣ $\vartheta_1 = \text{Const.}$ интегралъ движенія, не содержащій времени и скоростей (интегральное уравненіе по Якоби), а $\vartheta = \text{Const}$ его ортогональная траэкторія.

Полагая въ (210) послѣдовательно $\vartheta_1 = F_1$ и $\vartheta_1 = F_2$ и допуская, что эти интегралы возможны при условіи (209), въ которомъ безъ нарушенія общности можно положить $C = 0$, убѣждаемся въ необходимости найденныхъ нами условій (207) и (208).

---

*) G. Darboux, „Theorie des surfaces“ Livre V Ch. VI § 544.

Кромѣ того изъ сравненія ихъ съ (209) можемъ заключить, что при условіи (209):

$$U=AQ^{-2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (211)$$

гдѣ A произвольная постоянная.

Нетрудно подтвердить это. Изъ (195) при $C=0$ выводимъ:

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}(M_2-M_1)-\frac{\partial U}{\partial F_2}(L_1-L_2)=0$$

или по (201):

$$\frac{\partial U}{\partial F_1}:\frac{\partial P}{\partial F_1}=\frac{\partial U}{\partial F_2}:\frac{\partial P}{\partial F_2};$$

т. е. $U=\text{fonct}(P)$.

Теперь первое изъ уравненій (195) можетъ быть написано такъ:

$$\frac{dU}{dP}\cdot\frac{\partial P}{\partial F_1}+U(L_1-L_2)=0;$$

или, принимая въ соображеніе (201):

$$\frac{d\log U}{dP}=-1;$$

откуда, основываясь на (204), и выводимъ (211).

Когда имѣетъ мѣсто (202), тогда остальные члены (197) можемъ представить такъ:

$$(h_1-h_2)\left\{L_1M_2-M_1L_2+\frac{\partial L_1}{\partial F_2}+\frac{\partial M_1}{\partial F_1}\right\}+M_1\frac{dh_1}{dF_1}-L_2\frac{dh_2}{dF_2}=0. \quad (212)$$

Для опредѣленія самыхъ общихъ значеній h_1 и h_2 можемъ поступить двояко. Во первыхъ, принявъ $z=h_1-h_2$, опредѣлить эту величину изъ уравненія:

$$z\left(L_1M_2-M_1L_2+\frac{\partial L_1}{\partial F_2}+\frac{\partial M_1}{\partial F_1}\right)+M_1\frac{\partial z}{\partial F_1}-L_2\frac{\partial z}{\partial F_2}=0.$$

Отсюда найдется

$$z = \varphi . \Pi(\omega) ,$$

если при нѣкоторомъ множителѣ μ:

$$\mu d\omega = L_2 dF_1 + M_1 dF_2 .$$

Такъ какъ z должно удовлетворять уравненію

$$\frac{\partial^2 z}{\partial F_1 \partial F_2} = 0 ,$$

то значеніе функціи Π опредѣлится послѣ интегрированія уравненія вида:

$$A\Pi + B\Pi' + C\Pi'' = 0.$$

Зная z, тотчасъ же опредѣлаемъ h_1 и h_2.

Во вторыхъ мы можемъ, два раза продифференцировавъ по F_2, исключить h_1 и слѣдовательно получить линейное уравненіе третьяго порядка для нахожденія h_2; подобное же уравненіе можно найдти и для h_1. Въ частныхъ случаяхъ интегрированіе и выводъ вышеупомянутыхъ уравненій могутъ быть значительно упрощены тѣмъ соображеніемъ, что h_1 не содержитъ F_2, а h_2 не содержитъ F_1.

Наконецъ, еслибы оказалось, что условіе (202) не выполняется, то изъ (197) опредѣляемъ U и вставляя въ каждое изъ уравненій (196), находимъ для h_1 и h_2 два уравненія вида:

$$a_1 h_1 + b_1 h_2 + c_1 \frac{dh_1}{dF_1} + e_1 \frac{dh_2}{dF_2} + f_1 \frac{d^2 h_1}{dF_1^2} = 0;$$

$$a_2 h_1 + b_2 h_2 + c_2 \frac{dh_1}{dF_1} + e_2 \frac{dh_2}{dF_2} + f_2 \frac{d^2 h_2}{dF_2^2} = 0 .$$

Исключивъ изъ перваго h_2, мы получимъ линейное уравненіе четвертаго порядка для нахожденія h_1, изъ втораго найдемъ подобное же уравненіе для h_2. Можетъ случиться, что полученныя уравненія не будутъ имѣть другихъ рѣшеній, кромѣ $h_1 = h_2 = 0$. Тогда задача невозможна.

§ 5.

Какъ примѣръ на случай (198) возьмемъ движеніе точки по плоскости, отнесенное къ полярнымъ координатамъ, и пусть заданными интегралами будутъ:

$$\frac{r^n}{\mathrm{Cos}\, n\theta} = F;$$
$$\theta = \varphi.$$

Тогда изъ выраженія живой силы (масса $= 1$):

$$2T = (F\,\mathrm{Cos}\, n\varphi)^{\frac{2(1-n)}{n}} (F'\,\mathrm{Cos}\, n\varphi - nF\,\mathrm{Sin}\, n\varphi\,\varphi')^2 + (F\,\mathrm{Cos}\, n\varphi)^{\frac{2}{n}} \varphi'^2;$$

находимъ

$$A_{11} = F^{\frac{2}{n}-2} (\mathrm{Cos}\, n\varphi)^{\frac{2}{n}};$$

$$A_{22} = F^{\frac{2}{n}} (\mathrm{Cos}\, n\varphi)^{\frac{2}{n}-2};$$

$$A_{12} = -nF^{\frac{2}{n}-1} (\mathrm{Cos}\, n\varphi)^{\frac{2}{n}} \mathrm{Sin}\, n\varphi.$$

Подставляя эти значенія въ

$$N_2 = \frac{\partial A_{11}}{\partial \varphi} + \frac{A_{12}}{A_{11}} \cdot \frac{\partial A_{11}}{\partial F} - 2\frac{\partial A_{12}}{\partial F},$$

убѣждаемся, что этотъ коэффиціентъ нуль; слѣдовательно по (199):

$$U = \mathrm{fonct}\,(r).$$

Для нахожденія U выражаемъ живую силу черезъ перемѣнныя F и r. Замѣчая, что

$$\theta = \frac{1}{n} \arccos \frac{r^n}{F},$$

и слѣдовательно

$$\theta' = \frac{(nFr' - rF')\, r^{n-1}}{nF\sqrt{F^2 - r^{2n}}}$$

получаемъ:

$$2T=r'^2+\frac{r^{2r}(nFr'-rF')^2}{n^2F^2(F^2-r^{2n})},$$

такъ что

$$A_{22}=\frac{F^2}{F^2-r^{2n}}; \quad A_{12}=-\frac{r^{2n+1}}{nF(F^2-r^{2n})}.$$

Подставляя въ формулу (161) для P, найдемъ

$$P=-\frac{2(n+1)}{r}.$$

А потому по (163):

$$U=\frac{C}{r^{2(n+1)}},$$

гдѣ C произвольная постоянная *).

Для примѣра на тотъ случай, когда имѣетъ мѣсто условіе (200), зададимъ интегралы:

$$r\theta=F;$$

$$\frac{r}{\theta}=\varphi;$$

r и θ означаютъ тоже, что и въ предъидущемъ примѣрѣ.

Такъ какъ

$$r'=\frac{\varphi F'+F\varphi'}{2\sqrt{F\varphi}}; \quad \theta'=\frac{\varphi F'-F\varphi'}{2\varphi\sqrt{F\varphi}},$$

то

$$2T=\frac{1}{4F\varphi}(\varphi F'+F\varphi')^2+\frac{1}{4\varphi^2}(\varphi F'-F\varphi')^2.$$

---

*) Сравн. *Проф. Жуковскій.* Liouville Journal (3) III 1878 Sur un cas particulier de mouvement d'un point matériel.

Отсюда опредѣляемъ:

$$A_{11}=\frac{\varphi+F}{4F};$$

$$A_{22}=\frac{F(F+\varphi)}{4\varphi^2};$$

$$A_{12}=\frac{\varphi-F}{4\varphi};$$

и слѣдовательно

$$N_2=\frac{2\varphi+F}{2\varphi(\varphi+F)};\quad N_1=\frac{F^2}{2\varphi^2(F+\varphi)}.$$

Такимъ образомъ уравненія (192) будутъ:

$$F(F+\varphi)\frac{\partial U}{\partial F}-\varphi(\varphi-F)\frac{\partial U}{\partial\varphi}+(U+h_1)\frac{2F^2}{F+\varphi}=0;$$

$$-F(\varphi-F)\frac{\partial U}{\partial F}+\varphi(F+\varphi)\frac{\partial U}{\partial\varphi}+(U+h_2)\frac{2F(2\varphi+F)}{F+\varphi}=0.$$

Изъ нихъ выводимъ уравненія (195), рѣшая относительно производныхъ отъ U:

$$\frac{\partial U}{\partial F}+\frac{\varphi}{F(\varphi+F)}U+h_1\frac{1}{2\varphi}+h_2\frac{\varphi-F}{2F}\left(\frac{1}{\varphi}+\frac{1}{F+\varphi}\right)=0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial\varphi}+\frac{\varphi+2F}{\varphi(\varphi+F)}U+h_1\frac{F(\varphi-F)}{2\varphi^2(\varphi+F)}+h_2\frac{2\varphi+F}{2\varphi^2}=0.$$

Отсюда имѣемъ:

$$L_1=\frac{1}{2\varphi};\quad L_2=-\frac{\varphi-F}{2\varphi}\left(\frac{1}{\varphi}+\frac{1}{F+\varphi}\right);$$

$$M_1=-\frac{F(\varphi-F)}{2\varphi^2(\varphi+F)};\quad M_2=\frac{2\varphi+F}{2\varphi^2}.$$

Такъ какъ оказывается, что

$$L_1 - L_2 = \frac{\varphi}{F(\varphi + F)};$$

$$M_2 - M_1 = \frac{\varphi + 2F}{\varphi(\varphi + F)}; \quad \ldots\ldots (213)$$

и

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}(L_1 - L_2) = \frac{\partial}{\partial F}(M_2 - M_1) = \frac{1}{(\varphi + F)^2},$$

то условіе (200) выполняется.

Замѣчая, что

$$\frac{\partial L_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial M_2}{\partial F} = \frac{\partial L_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial M_1}{\partial F} = -\frac{1}{(\varphi + F)^2}$$

опредѣляемъ:

$$L_1 M_2 - M_1 L_2 + \frac{\partial L_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial M_1}{\partial F} = \frac{2\varphi F + F^2 - \varphi^2}{\varphi^2 (\varphi + F)^2};$$

и слѣдовательно по уничтоженіи знаменателей формула (212) представится такъ:

$$2(2\varphi F^2 + F^3 - \varphi^2 F)(h_1 - h_2) - (F^2\varphi^2 - F^4) h_1' +$$

$$+ (2\varphi^4 + \varphi^3 F - 2\varphi^2 F^2 - \varphi F^3) h_2' = 0, \quad \ldots\ldots (214)$$

если производныя станемъ означать значками.

Дифференцируя дважды по φ, получаемъ:

$$-4F(h_1 - h_2) - 2F^2 h_1' + h_2'(24\varphi^2 + 14\varphi F - 12F^2) + h_2''(16\varphi^3 + 8\varphi^2 F -$$

$$-12\varphi F^2 - 4F^3) + h_2'''(2\varphi^4 + \varphi^3 F - 2\varphi^2 F^2 - \varphi F^3) = 0. \quad \ldots (215)$$

Дифференцированіе еще разъ по φ даетъ:

$$h_2'(48\varphi + 18F) + h_2''(72\varphi^2 + 30\varphi F - 24F^2) + h_2'''(24\varphi^3 + 11\varphi^2 F -$$

$$-16\varphi F^2 - 5F^3) + h_2''''(2\varphi^4 + \varphi^3 F - 2\varphi^2 F^2 - \varphi F^3) = 0.$$

Приравнивая нулю коэффиціенты при различныхъ степеняхъ F, опредѣляемъ:

$$h_2 = \frac{A}{\varphi^2} + B; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (216)$$

A и B произвольныя постоянныя.

Тогда изъ (215) слѣдуетъ:

$$h_1 = \frac{C}{F^2} + B \quad \ldots\ldots\ldots \quad (217)$$

Безъ нарушенія общности можемъ положить $B=0$; подставляя (216) и (217) въ (214), найдемъ $A=C$, такъ что окончательно:

$$h_1 = \frac{A}{F^2}; \quad h_2 = \frac{A}{\varphi^2}.$$

Уравненія для U теперь будутъ:

$$\frac{\partial U}{\partial F} + \frac{\varphi}{F(\varphi+F)} U + \frac{A(\varphi^3+3F\varphi^2-\varphi F^2-F^3)}{2\varphi^3 F^2(F+\varphi)} = 0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial F} + \frac{\varphi+2F}{\varphi(\varphi+F)} U + \frac{A(\varphi^3+F\varphi^2+3\varphi F^2+F^3)}{2\varphi^4 F(\varphi+F)} = 0.$$

Интегрируя первое изъ нихъ, найдемъ:

$$U = \frac{\varphi+F}{F\varphi^2}\left\{\frac{A}{2}\left(\log F - \frac{F}{\varphi} - \frac{2\varphi}{\varphi+F}\right) + \Pi_2(\varphi)\right\};$$

а интегрируя второе:

$$U = \frac{\varphi+F}{F\varphi^2}\left\{\frac{A}{2}\left(\log\varphi - \frac{F}{\varphi} + \frac{2F}{\varphi+F}\right) + \Pi_1(F)\right\}.$$

Сравненіе этихъ выраженій даетъ:

$$\Pi_1(F) = \frac{A}{2}\log F + B; \quad \Pi_2(\varphi) = \frac{A}{2}\log\varphi + B,$$

такъ что окончательно

$$U=\frac{\varphi+F}{F\varphi^2}\left\{\frac{A}{2}\left(\log\varphi+\log F-\frac{F}{\varphi}+\frac{2F}{\varphi+F}\right)+B\right\}.$$

Иначе

$$U=\frac{1+\theta^2}{\rho^2}\left\{\frac{A}{2}\left(2\log\rho+\theta^2\frac{1-\theta^2}{1+\theta^2}\right)+B\right\}.$$

Нетрудно видѣть, что выраженіе P, производныя отъ котораго даны (213), будутъ:

$$P=\log\frac{F\varphi^2}{F+\varphi}.$$

Какъ примѣръ на послѣдній случай, разсмотримъ движеніе точки (массы $=1$) по плоскости, отнесенное къ параболическимъ координатамъ λ_1 и λ_2. Заданными траэкторіями пусть будутъ:

$$\lambda_1=F;$$

$$\lambda_1+\lambda_2=\varphi;$$

т. е. парабола, имѣющая постояннымъ фокусомъ начало координатъ, и окружность.

Изъ соотношеній между параболическими и Декартовыми координатами:

$$y=\frac{1}{2}(\lambda_1-\lambda_2);\quad x^2=\lambda_1\lambda_2;$$

для живой силы слѣдуетъ выраженіе:

$$2T=\frac{\lambda_1+\lambda_2}{4}\left(\frac{1}{\lambda_1}\lambda_1'^2+\frac{1}{\lambda}\lambda_2'^2\right).$$

Отсюда въ разсматриваемомъ случаѣ:

$$A_{11}=\frac{\varphi^2}{4F(\varphi-F)};\quad A_{22}=\frac{\varphi}{4(\varphi-F)};\quad A_{12}=-\frac{\varphi}{4(\varphi-F)};$$

$$N_1=\frac{1}{4(\varphi-F)},\quad N_2=\frac{\varphi}{2F(\varphi-F)}.$$

Слѣдовательно уравненія для U:

$$\frac{\partial U}{\partial F}+\frac{\partial U}{\partial \varphi}+(U+h_1)\frac{1}{\varphi}=0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial F}+\frac{\varphi}{F}\frac{\partial U}{\partial \varphi}+(U+h_2)\frac{2}{F}=0.$$

или

$$\frac{\partial U}{\partial F}+(U+h_1)\frac{F}{\varphi(\varphi-F)}-(U+h_2)\frac{2F}{\varphi(\varphi-F)}=0;$$

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi}+(U+h_2)\frac{2}{\varphi-F}-(U+h_1)\frac{F}{\varphi(\varphi-F)}=0. \quad . \quad . \quad (218)$$

Изъ этихъ уравненій слѣдуетъ:

$$L_1=\frac{F}{\varphi(\varphi-F)}; \quad L_2=\frac{2F}{\varphi(\varphi-F)};$$

$$M_1=\frac{F}{\varphi(\varphi-F)}; \quad M_2=\frac{2}{\varphi-F}.$$

Такъ какъ оказывается, что

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}(L_1-L_2)-\frac{\partial}{\partial F}(M_2-M_1)=-\frac{1}{\varphi^2}$$

и слѣдовательно въ нуль не обращается, то изъ (197) опредѣляемъ U:

$$U=h_1\frac{\varphi+F}{\varphi-F}-h_2\frac{2\varphi}{\varphi-F}+\frac{F\varphi}{\varphi-F}\frac{dh_1}{dF}-\frac{2\varphi F}{\varphi-F}\frac{dh_2}{d\varphi}. \quad . \quad (219)$$

Подставляя это выраженіе въ первое изъ уравненій (218), получимъ:

$$2(\varphi^2-F^2)[h_1-h_2+\varphi(h_1'-h_2')]+\varphi^2 h_1''=0.$$

Полагаемъ $\varphi=F$; тогда находимъ $h_1''=0$ и

$$h_1-h_2+\varphi(h_1'-h_2')=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (220)$$

Дифференцируя два раза по φ, имѣемъ:

$$3h_2'' + \varphi h_2''' = 0$$

слѣдовательно

$$h_2 = -\frac{A}{2\varphi} + B\varphi + C,$$

гдѣ A, B, C произвольныя постоянныя.

Подставляя это значеніе въ (220), находимъ

$$h_1 = C\,; \quad B = 0$$

слѣдовательно можемъ взять

$$h_2 = -\frac{A}{2\varphi}\,; \quad h_1 = 0\,.$$

Тогда (219) даетъ:

$$U = \frac{A}{\varphi}\,.$$

Такъ какъ это значеніе U при предъидущихъ значеніяхъ для h_1 и h_2, очевидно, удовлетворяетъ обоимъ уравненіямъ (218), то подставлять изъ (219) во второе уравненіе (218) было бы уже лишнимъ.

Г. Сусловъ.

XI Лекція.

О распознаваніи различныхъ новообразованій.

Мм. Гг.,

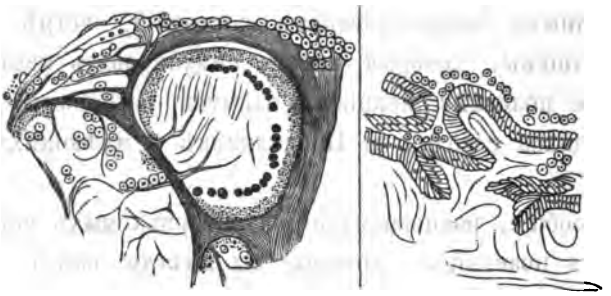
въ прошлой лекціи я сказалъ, что сегодня займусь *дифференціальной діагностикой кистъ яичника*. Поэтому, предметомъ нынѣшней лекціи будетъ изложеніе данныхъ для распознаванія, какъ различныхъ видовъ кистъ яичника и ихъ особенностей, такъ и тѣхъ новообразованій и различныхъ патологическихъ состояній, встрѣчающихся въ животѣ у женщины, которыя могутъ симулировать кисты яичника. Во вторую же половину лекціи я займусь разборомъ двухъ больныхъ, находящихся сегодня въ Поликлиникѣ и имѣющихъ новообразованія.

Говоря вообще, распознаваніе разсматриваемыхъ сегодня состояній, при тѣхъ познаніяхъ, которыя вы имѣете изъ теоретическаго курса Гинекологіи и съ приложеніемъ тѣхъ методовъ изслѣдованія, въ которыхъ вы упражняетесь здѣсь въ Поликлиникѣ, не представляетъ особенныхъ затрудненій.

Начнемъ сегодня съ того, съ чѣмъ чаще приходится имѣть дѣло при распознаваніи кистъ, съ рѣшеніемъ вопроса, *какая киста* представляется въ данномъ случаѣ, каково ея содержимое, свѣтлое, или тягучее.—Данныя для рѣшенія такого вопроса заключаются въ слѣдующемъ. *При простой кистѣ*, вы найдете въ анамнезѣ продолжительное ея существованіе безъ большаго вліянія на здоровье больной, или же настолько быстрое ея развитіе, что почти навѣрное можно принять водянку граафова пузырька. На поверхности такой

кисты вы не найдете никакихъ неровностей: она повсюду эластична и растянута, волна зыбленія плавная, равномѣрно ощутимая по всѣмъ направленіямъ. Когда же вы находите для волны зыбленія довольно значительное сопротивленіе въ различныхъ направленіяхъ, если волна медленна, тиха, или сомнительна, тогда вы можете быть увѣрены, что существуютъ перегородки, раздѣляющія кисту *на нѣсколько камеръ*. При простой кистѣ двойнымъ изслѣдованіемъ обыкновенно безъ труда удается установить связь ея съ маточными придатками; въ случаѣ пробнаго прокола получаете жидкость, совершенно свѣтлую, удѣльно легкую, безъ—или съ весьма незначительнымъ содержаніемъ бѣлка. Подъ микроскопомъ найдете немного мерцательнаго эпителія безъ другихъ форменныхъ элементовъ (развѣ лишь нѣсколько кровяныхъ тѣлецъ). *Изъ кистомы* получите темную, тягучую, коллоидную жидкость съ высокимъ удѣльнымъ вѣсомъ и съ характерными видами бѣлка. Подъ микроскопомъ—цилиндрическій эпителій, либо хорошо сохранившійся, либо въ состояніи коллоиднаго или жироваго перерожденія и распада, какъ это вы видите на прилагаемомъ рисункѣ.

Рис. 11.



Rindfleisch.

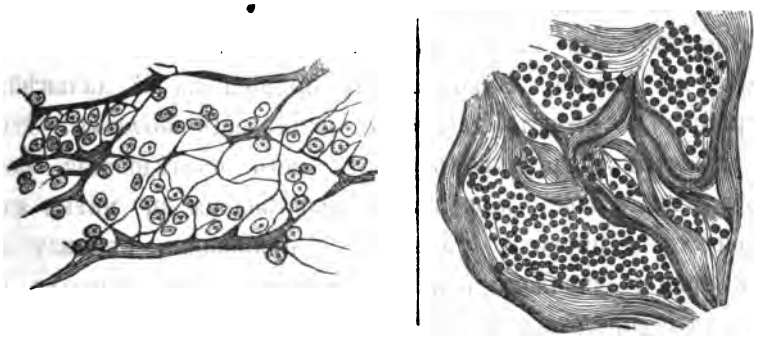
Надо однако знать, что указываемые признаки не патогномоничны, и въ литературѣ описаны случаи и простыхъ кистъ, гдѣ мерцательнаго эпителія не находили, а—грануляціонныя тѣльца съ вакуолами, а при химическомъ изслѣдованіи—паральбуминъ.—Если при изслѣдованіи кисты осязаніемъ вы находите въ различныхъ мѣстахъ хрящеватыя или твердыя, костныя выдающіяся мѣста, тогда съ огромною вѣроятностію діагносцируете одинъ изъ видовъ *дермоидной кисты*, въ которой можетъ находиться хрящъ, кости, жиръ, волосы, зубы, какъ это знаете изъ Патологической Анатоміи.—Если

боли въ животѣ часты, животъ при давленіи чувствителенъ, то содержимое будетъ красноватое, *серозно-кровянистое*. Если животъ чувствителенъ, температура къ вечеру поднимается, больная истощается, то въ кистѣ находится *гной*.

Вопросъ о томъ, *поражены ли оба, или одинъ яичникъ*, при случаѣ, рѣшается *присутствіемъ борозды*, идущей по животу внизъ между двумя опухолями; если въ такой бороздѣ посредствомъ яснаго звука при перкуссіи докажемъ присутствіе кишки, то въ высокой степени вѣроятно, что поражены оба яичника. Однако признакъ этотъ иногда можетъ быть и обманчивымъ, если борозда обусловлена расширенной фаллопіевой трубой, придавленной посрединѣ опухоли.—Если кисты не велики и находятся еще въ полости таза, то вопросъ разрѣшается при двойномъ изслѣдованіи, когда вы прощупываете рядомъ съ опухолями, или между ними — матку. Чѣмъ больше опухоли, тѣмъ вопросъ разрѣшается труднѣе, такъ какъ положеніе опухолей можетъ быть крайне разнообразное: бываетъ что оси опухолей даже пересѣкаются между собою, или одна опухоль можетъ быть впереди, а другая позади матки. Вообще же при большихъ опухоляхъ вѣрную діагностику можно поставить тогда, когда рядомъ съ маткою можно убѣдиться въ существованіи двухъ опухолей, имѣющихъ каждая по ножкѣ.

Относительно *діагностики твердыхъ опухолей яичника* ничего другаго сказать нельзя, какъ только то, что онѣ не даютъ зыбленія, что онѣ тверды. Онѣ представляются наблюденію гораздо рѣже

Рис. 12[1]).



Doran.

[1]) Рисунки на деревѣ въ настоящемъ сочиненіи исполнены ксилографомъ, г. Евероким.

тѣхъ, гдѣ одна часть опухоли твердая, а другая представляетъ зыбленіе. Діагностика различныхъ видовъ такихъ опухолей ставится путемъ микроскопа; для предсказанія (экстирпированныхъ) важно рѣшить, доброкачественная ли опухоль, или злокачественная: вопросъ рѣшается по общимъ правиламъ. Для напоминанія, вамъ здѣсь показываются микроскопическія картины рака и саркомы яичника. Въ первой характеристичнымъ, какъ вы видите, является безпорядочный ростъ клѣтокъ; а на другой характерными оказываются такъ называемыя исполинскія клѣтки (sarcoma gigantocellulare).

Для точнаго распознаванія *приращеній*, больную надо положить съ нѣсколько приподнятыми плечами и колѣнями и при хорошемъ освѣщеніи. Я уже говорилъ, что въ такомъ случаѣ, если стѣнки живота не толсты, то при внимательномъ наблюденіи во время глубокаго вдыханія и выдыханія, киста безъ приращеній къ передней брюшной стѣнкѣ будетъ двигаться вверхъ и внизъ. Если же вы видите, что движется только одинъ верхній сегментъ кисты, а стѣнки живота толсты, то прежде чѣмъ рѣшить, обусловливается ли это приращеніями, надо предварительно постукиваніемъ убѣдиться, гдѣ граница кисты, такъ какъ въ дыхательныхъ движеніяхъ можетъ принимать участіе и colon, (которая при постукиваніи будетъ давать ясный звукъ). Обыкновенно при кистѣ граница ея тупаго звука при вдыханіи и выдыханіи колеблется въ амплитудѣ 1—2″. *Если киста приращена, то амплитуды такой не будетъ*, приросшая киста будетъ двигаться вмѣстѣ со стѣнками живота, если только приращенія не чрезмѣрно длинны. *Длинныя приращенія* узнаются по крепитаціи, ощущаемой при дыхательныхъ движеніяхъ больной вашими руками, положенными на ея животъ. Сальникъ тоже иногда даетъ крепитацію, но мягкую. Впрочемъ эти приращенія въ дальнѣйшемъ (при операціи) не имѣютъ такого значенія, какъ *тазовыя*. Эти послѣднія узнаются посредствомъ тщательнаго обслѣдованія полости таза черезъ влагалище, опредѣляя, прикрѣплена ли матка къ той или другой части опухоли. Если киста приращена въ тазу между маткою и прямою кишкою, или маткою и пузыремъ, или къ стѣнкамъ таза (что представитъ большія затрудненія при операціи), то предварительно при изслѣдованіи вы это узнаете изъ того, что опухоль и матка не движутся при измѣненіяхъ положенія больной, онѣ не движутся, когда она кашляетъ, онѣ не двигаются, когда плечи

опущены, а ребра приподняты и невозможно, ни маточнымъ зондомъ, ни при положеніи больной на локтяхъ и колѣняхъ заставить измѣнить положеніе, и матки, и опухоли. Особенно при position à la vache, со вхожденіемъ воздуха во влагалище и послѣдовательными осторожными попытками двумя пальцами приподнять опухоль, рѣшается дѣло, просто ли ущемлена опухоль яичника въ тазу, или же она тамъ удерживается крѣпкими приращеніями.

— Теперь разсмотримъ, какія опухоли и болѣзненныя состоянія могутъ быть приняты за опухоли яичника, каковы главные существенные признаки ихъ для дифференціальной діагностики. Такъ какъ характерные для кисть яичника признаки всѣ уже разсмотрѣны нами при собираніи данныхъ по книжечкѣ Sp. Wells'a, то теперь займемся главнымъ образомъ разсмотрѣніемъ признаковъ такихъ состояній, которыя могутъ вводить въ заблужденіе.

Чаще всего за кисты яичника ошибочно принимаются *маточныя фибромы и кисто-фибромы*. Отличія слѣдующія: измѣреніе живота при маточной опухоли даетъ одинаковыя величины на обѣихъ сторонахъ; при кистѣ же большею частію существуетъ большая или меньшая разница въ величинахъ обѣихъ сторонъ. При маточной опухоли животъ растянутъ болѣе въ его нижней части и разстояніе между пупкомъ и лобкомъ бываетъ больше чѣмъ при кистахъ. Маточныя кисто-фибромы могутъ достигать величины большей, чѣмъ яичниковыя кисты, какъ вы это видите н. п. на стѣнномъ рисункѣ случая Д-ра Hepites изъ Бухареста. При маточныхъ опухоляхъ болѣе выражены отекъ стѣнокъ живота и растянутость подкожныхъ венъ. Пока въ маточной опухоли нѣтъ много жидкости, пупокъ не выдается. При кистѣ, если случается твердая часть опухоли, то она всегда меньше жидкой; при кистофибромѣ же — наоборотъ. При маточныхъ опухоляхъ часто бываетъ слышно жужжаніе, синхроничное съ пульсаціей. Наконецъ, при маточныхъ опухоляхъ получается всегда болѣе опредѣленныхъ данныхъ отъ изслѣдованія черезъ влагалище и отъ опредѣленія помощью зонда величины и подвижности матки.

Кровяная околоматочная опухоль отъ яичниковыхъ отличается болѣе глубокимъ оттѣсненіемъ внизъ дугласова пространства и своею упругою консистенціею съ послѣдующимъ уплотнѣніемъ; въ яичниковыхъ же опухоляхъ—какъ разъ наоборотъ. Haematocele возникаетъ большею частію внезапно, съ сильными болями, при явленіяхъ мѣст-

ной, или общей анэміи (хотя лопающіяся маленькія кисты съ опорожненіемъ содержимаго могутъ вести къ подобнымъ же симптомамъ). При заматочной кровяной опухоли, какъ вы видите на стѣнномъ рисункѣ, матка обыкновенно бываетъ сильно притиснута впередъ и вверхъ къ лонному соединенію. Продолжительное кровянокоричневое отдѣленіе и происхожденіе haematocelis большею частію въ теченіи менструальнаго періода также довольно характеристичны. (Не надо лишь забывать, что тамъ, гдѣ есть подозрѣніе о гематоцелэ нельзя дѣлать пробнаго прокола, такъ какъ это можетъ подать поводъ къ наружному кровотеченію или же, къ послѣдовательному загниванію со смертельнымъ исходомъ.

Отличительные признаки *параметритовъ и периметритовъ* подробно уже изложены въ VIII лекціи.

Водянка фаллопіевой трубы иногда можетъ достигать очень большой величины (бывали случаи до 9 литровъ вмѣстимости) и давать поводъ къ заблужденію. — Внѣсрединное положеніе опухоли, тонкость ея стѣнокъ, раздѣленіе на отдѣлы перетяжками (подобно тому, какъ вы видите на стѣнномъ рисункѣ pyosalpinx), прощупываніе яичника на своемъ мѣстѣ, наконецъ въ крайнемъ случаѣ проколъ и изслѣдованіе содержимаго, которое будетъ не коллоидное, даютъ достаточно точекъ опоры для діагностики. Впрочемъ—присутствіе цилиндрическаго эпителія и темная (можетъ быть отъ крови, гноя) жидкость трубы могутъ въ высокой степени симулировать кистому—рѣшаетъ дѣло тогда пробный разрѣзъ.

Опухоли прямой кишки и пузыря встрѣчаются очень рѣдко и всегда сидятъ крѣпко въ стѣнкахъ этихъ органовъ. Сюда относятся чаще всего міомы и карциномы. Тщательное изслѣдованіе черезъ эти органы, какъ показано при діагностикѣ яичниковыхъ кистъ, даетъ столько характерныхъ явленій, что смѣшать ихъ нельзя.

Также опухоли *тазовыхъ костей*, фибромы, энхондромы, карциномы, обыкновенно изъ крестцовой и безымянныхъ костей, распознаются по медленному росту и неподвижному соединенію съ этими костями, тогда какъ при двойномъ изслѣдованіи яичники оказываются на своихъ мѣстахъ.

Эхинококки и опухоли въ брюшинѣ дугласова пространства отличаются отъ яичниковыхъ кистъ очень рано по своей неподвижности и фиксаціи, по оттѣсненію матки впередъ, иногда съ приподнятіемъ матки

кверху безъ измѣненія положенія губъ зѣва, а затѣмъ—по присутствію большаго числа пузырьковъ и выше малаго таза. Нерѣдко при этомъ оба яичника прощупываются на своихъ мѣстахъ, чрезъ что дифференціальная діагностика становится уже ясною. Вообще *гидатиды* распознаются особенно по изслѣдованію осадка выпущенной жидкости съ характерными крючками и головками паразита. Жидкость эхинококковъ отличается низкимъ удѣльнымъ вѣсомъ, или лишь слабыми слѣдами бѣлка. При химическомъ изслѣдованіи находятъ виноградный сахаръ и инозитъ.—При опухоли отъ гидатидъ больныя большею частію помнятъ, что увеличеніе живота началось сверху, а не снизу. Пузырьки однако иногда срастаются со стѣнкою живота и при ощупываніи напоминаютъ какъ бы ракъ. Отличіе отъ этого послѣдняго заключается въ томъ, что опухоль долго можетъ существовать, и не бываетъ характерныхъ болей и истощенія.

Эти послѣдніе стало быть будутъ патогномоничными для *рака каждаго изъ брюшныхъ органовъ*, хотя онъ чаще всего и даетъ поводъ къ ошибкамъ въ распознаваніи. Въ такихъ случаяхъ, по выпущеніи жидкости проколомъ черезъ влагалище, вы будете прощупывать на поверхности пораженнаго органа твердые раковые бугры. Сама facies cancrosa рѣзко отличается отъ извѣстной уже вамъ facies ovariana [1]). Въ сомнительныхъ случаяхъ дѣло рѣшаетъ пробный разрѣзъ.

Melanosis ovarii, hepatis и *tuberculosis hepatis* давали поводъ къ ошибкамъ; но такіе случаи принадлежатъ къ очень большимъ рѣдкостямъ и діагносцируются по общимъ признакамъ, извѣстнымъ вамъ изъ частной патологіи и терапіи.

Водянка желчнаго пузыря можетъ иногда достигать такихъ же солидныхъ размѣровъ, какъ киста яичника и, полагаю, что только лишь на первыхъ шагахъ къ діагностикѣ, можетъ давать поводъ къ ошибкѣ. Во всякомъ случаѣ предпринимаемое въ этихъ случаяхъ чревосѣченіе, какъ показалъ особенно Mar. Sims, кромѣ діагностическихъ цѣлей, служитъ средствомъ, облегчающимъ страданіе и до извѣстной степени увеличивающимъ продолжительность жизни.

---

[1]) Самъ Sp. Wells описываетъ его такимъ образомъ: при истощенномъ видѣ выдающіяся, не покрытыя жиромъ мышцы и кости, выраженіе тоски и страданія. Лобъ въ морщинахъ, опущенные глаза, раскрытыя ноздри, длинныя, сжатыя губы, опущенные углы рта съ рѣзкой складкой кожи, выдающейся надъ этими углами.

Опухоли селезенки. Увеличеніе ея можетъ простираться до 2 фунтовъ и болѣе. Распознаваніе ставится главнымъ образомъ по увеличенію количества бѣлыхъ кровяныхъ тѣлецъ.

Аневризма аорты, и къ сожалѣнію не разъ, давала поводъ къ ошибкамъ. Одинъ разъ низко опустившаяся такая аневризма, будучи принята за тазовой абсцессъ, была проколота черезъ влагалище. Больная, конечно, была снята съ операціоннаго стола мертвою.

Подвижная почка, нормальной величины, или увеличенная, между другими опухолями живота въ діагностическомъ отношеніи интересна не столько тѣмъ, что можетъ симулировать кисту, сколько тѣмъ, что за подвижную почку при случаѣ можетъ быть принятъ увеличенный яичникъ на длинной ножкѣ. Послѣдняя, въ одномъ случаѣ Sp. Wells'a, имѣла 1 футъ длины; симуляція, открывшаяся только при чревосѣченіи по случаю кисты въ другомъ яичникѣ, тѣмъ болѣе имѣла мѣсто еще и потому, что *яичникъ, принятый за почку, былъ припаянъ сращеніями подъ правыми ложными ребрами.*

Pyonephrosis характеризуется тѣмъ, что боли бываютъ приступами, послѣ которыхъ является моча съ желтымъ осадкомъ, а въ другое время—она свѣтлая. Приступы эти повторяются въ правильные промежутки времени.

Киста почки опредѣляется помощью тщательнаго изслѣдованія мочи; бываетъ время, что она содержитъ бѣлокъ и гной.

Вообще *почечныя опухоли* характеризуются отсутствіемъ ножки, исходящей изъ полости таза вверхъ. Часто онѣ существуютъ подолгу и больныя нерѣдко заявляютъ, что прежде чувствовали ихъ высоко, возлѣ пупка, а спустились онѣ внизъ уже потомъ. Надъ такими опухолями по большей части бываетъ кишечный звукъ; при яичниковыхъ же таковой—большею частію съ боковъ, или сзади.

Опухоли самой *брюшной стѣнки,* большею частію фибрознаго свойства, иногда сидятъ очень глубоко, настолько глубоко, что при удаленіи ихъ можетъ понадобиться удаленіе не только части брюшной стѣнки, но и части брюшины. При такихъ условіяхъ, онѣ могутъ симулировать опухоль яичника; но опять лишь по первому взгляду. Тщательное изслѣдованіе по системѣ Sp. Wells'a, я думаю вполнѣ гарантируетъ отъ такихъ ошибокъ.

Послѣ сказаннаго, какъ ни страннымъ можетъ казаться, но чтобы исчерпать предметъ я долженъ упомянуть *о фекальныхъ ско-*

пленіяхъ. Ошибка здѣсь возможна въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ продолжительная задержка вызоветъ катарръ кишекъ съ поносомъ.—Также послѣ того, какъ въ медицинскихъ газетахъ не мало потѣшались надъ тѣмъ хирургомъ, который собрался дѣлать овaріотомію, а помощникъ его передъ операціей догадался поставить катетеръ и тѣмъ опорожнилъ всю quasi-кисту и послѣ того какъ сдѣлалось *правиломъ*, не только передъ операціей, но и передъ всякимъ серьезнымъ изслѣдованіемъ *опорожнять мочевой пузырь и прямую кишку*, врядъ ли теперь кто изъ имѣющихъ званіе врача повторитъ такую ошибку.

Также надо упомянуть *о тимпаническихъ увеличеніяхъ живота*, называемыхъ Англичанами—phantom tumour (раздутый животъ). Начинающему практику слѣдуетъ помнить, что по своей неподатливости, твердости они тоже могутъ симулировать опухоль живота; но получаемый при постукиваніи ясный звукъ кразу уже разъясняетъ дѣло. Если же такую больную захлороформировать, то опухоль совершенно пропадаетъ.

Наконецъ относительно *беременности*, о распознаваніи которой мы не разъ уже говорили въ теченіи курса, я считаю не лишнимъ здѣсь еще разъ подчеркнуть вамъ, что обыкновенные ея признаки, какъ правило, должны быть всегда въ головѣ при діагностикѣ всякой опухоли живота у женщины. Дѣвушка ли, старая ли бездѣтная, вдова, 50-ти лѣтняя старуха ли данная больная—явленіе это всегда можетъ случиться. При діагностикѣ же брюшныхъ опухолей надо еще имѣть и ту осторожность и помнить, что женщина, имѣющая даже и большую опухоль въ животѣ, можетъ и забеременѣть.

Въ заключеніе обзора діагностики брюшныхъ опухолей скажу вамъ словами такого добросовѣстнаго, современнаго Гинеколога, каковъ Winckel, что „діагностику эту вообще легче излагать, чѣмъ ставить на дѣлѣ“. Хотя съ каждымъ днемъ наша опытность въ этомъ отношеніи ростетъ, но все таки надо знать, что и очень опытные овaріотомисты, такіе, которые считаютъ свои операціи сотнями, нерѣдко приступаютъ къ операціи, не зная навѣрное впередъ съ какою собственно опухолью будутъ имѣть дѣло. И, какъ уже не разъ я сегодня имѣлъ случай говорить, нерѣдко *разрѣзъ брюшныхъ стѣнокъ*, какъ *пробный*, и оказывается лучшимъ и вѣрнымъ діагностическимъ пособіемъ. Само собою разумѣется только, что онъ допустимъ и будетъ имѣть значеніе лишь въ рукахъ такого

врача, который хорошо знаетъ все то, что изложено вамъ относительно дифференціальной діагностики брюшныхъ опухолей.

— Переходимъ теперь къ разбору нашихъ больныхъ Поликлиники, имѣющихъ новообразованія.

Первая больная ищетъ врачебной помощи, по причинѣ *опухоли, находящейся у нея внутри живота и сильныхъ потерь крови.*

— Изъ собранныхъ г. куратором свѣдѣній отмѣтимъ слѣдующее. Больной 42 года, она родила 6 человѣкъ дѣтей, послѣдняго 8 лѣтъ назадъ, дѣти всѣ были доношенные, роды правильные, выкидышей не было, особенными какими болѣзнями въ жизни не страдала. Регулы у нея появились впервые на 13 году, ходили они, хотя правильно, но всегда сильно, вначалѣ же, до первыхъ родовъ, и съ болью. Однако сильные регулы прежде ея здоровья не разстроивали, а лишь съ появленіемъ затвердѣнія внизу живота она начала недомогать, ее стали безпокоить различныя мѣстныя и общія разстройства. Хотя съ точностію больная не можетъ сказать, когда замѣтила у себя затвердѣніе внизу живота, однако утверждаетъ, что этому уже два года; но чувство неловкости внизу живота, бѣли и еще болѣе усиленные и даже неправильно являющіеся регулы она замѣтила и раньше затвердѣнія.—Подумаемъ сперва о томъ, какая можетъ быть причина такихъ меноррагій. На вопросъ, нѣтъ ли стрѣляющихъ болей внизу живота и не имѣютъ ли бѣли запаху, больная отвѣчаетъ отрицательно. По этому отвѣту можно съ большимъ вѣроятіемъ исключить самую частую причину меноррагій—*злокачественное новообразованіе*, по крайней мѣрѣ, первичное. Далѣе, такъ какъ больная утверждаетъ, что въ послѣродовомъ періодѣ у нея всегда все было правильно, то хроническій метритъ и вообще *воспалительныя состоянія* половыхъ органовъ должны быть *исключены*. При отсутствіи воспалительныхъ явленій нельзя предполагать и *смѣщенія матки*, которое можетъ давать поводъ къ усиленнымъ потерямъ крови черезъ матку. Въ свою очередь, если бы таковое было, то оно сказалось бы болѣе рѣзкимъ выраженіемъ воспалительныхъ явленій съ послѣдовательнымъ рядомъ разнообразныхъ отраженныхъ явленій, чего въ данномъ случаѣ не видать. На тѣхъ же основаніяхъ исключаются и такія причины маточныхъ кровотеченій, какъ *разрывъ маточной шейки, эндометритъ послѣ выкидыша, жировое перерожденіе сосудовъ*. Исключаются какъ причина разныя *острыя*

кровотеченія въ ткань яичника или широкой связи, такъ какъ такія сопровождаются острыми болями, шокомъ и нерѣдко съ признаками перитонита. Существуетъ еще возможность *климактерическаго кровотеченія*, которое хотя для даннаго возраста было бы раннимъ, однако совершенно отрицать его возможность нельзя, и изслѣдованіе покажетъ, климактерическая ли здѣсь матка, или нѣтъ. Однако, за исключеніемъ всѣхъ перечисленныхъ возможныхъ причинъ маточныхъ кровотеченій, въ виду прямо указываемаго женщиною затвердѣнія, или опухоли внизу живота, которую она сама замѣчаетъ уже два года, на основаніи вашихъ теоретическихъ познаній, вы теперь склоняетесь къ мысли, что данная опухоль, вѣроятно есть *маточная фиброміома*, такъ какъ именно имъ свойственно очень медленное хроническое теченіе со всегдашнею наклонностію къ сильнымъ регуламъ, а потомъ и прямо къ маточнымъ кровотеченіямъ.

Посмотримъ, что покажетъ *изслѣдованіе*.

— Больная средняго сложенія, блѣдная, съ нѣсколько опухшимъ лицомъ, вслѣдствіе истощающихъ кровотеченій. Животъ нѣсколько сводообразно увеличенъ, брюшныя стѣнки въ области между пупкомъ и лоннымъ соединеніемъ нѣсколько ожирѣлы. При *постукиваніи* получается тупой звукъ сейчасъ ниже пупка и идетъ, не прерываясь, въ полость малаго таза, что замѣчается, какъ на срединной, такъ и по сосковымъ линіямъ. Граница между тупымъ звукомъ отъ опухоли и тимпаническимъ отъ кишекъ представляетъ линію, обращенную выпуклостію вверхъ. Явленіе это одинаково, какъ при поверхностномъ, такъ и при глубокомъ постукиваніи. *При ощупываніи* вы находите, что въ нижней части живота, соотвѣтственно тупому звуку, находится плотная, нечувствительная, гладкая, полуподвижная опухоль съ рѣзкимъ дугообразнымъ очертаніемъ. Если бы она была не такая твердая, то по величинѣ вы могли бы заподозрить въ ней матку, 5 лунныхъ мѣсяцевъ беременности. Справа возлѣ этой опухоли прощупывается какъ бы небольшой придатокъ, тоже твердой консистенціи. Углубляясь концами пальцевъ, по направленію къ мысу, убѣждаетесь, что опухоль ростетъ изъ полости таза въ полость живота.

Наружныя половыя части здѣсь вялы и малокровны. При внутреннемъ изслѣдованіи вверху и въ задней половинѣ таза находите влагалищную часть, которая нѣсколько увеличена, плотна, нечув-

ствительна. Отверстіе закрыто, оно кругловатой формы и смотритъ кзади. Палецъ, заведенный за влагалищную часть, безъ труда отводитъ ее въ переднюю половину таза. Своды, боковые и задній, свободны, а черезъ передній непосредственно отъ шейки матки переходите на опухоль. Теперь, когда вы палецъ поставите на наружное маточное устье, а другой рукой черезъ брюшные покровы около пупка будете двигать опухоль, то *движенія послѣдней непосредственно передаются шейкѣ матки.* Опредѣляя консистенцію, приходите къ заключенію, что опухоль въ нижней своей части имѣетъ тѣ же свойства, что и верхній отрѣзокъ ея; при самомъ настойчивомъ ощупываніи вы не находите никакой борозды, которая отдѣляла бы опухоль отъ матки—такъ что вся опухоль вмѣстѣ съ маткою подвижна и нечувствительна.

Если теперь мы видимъ, что нѣтъ беременности, нѣтъ воспаленія, нѣтъ злокачественнаго новообразованія, то можно *изслѣдовать зондомъ*. Это послѣднее имѣетъ цѣлію рѣшить—внѣматочная ли эта опухоль, или маточная, и если маточная, то какъ матка относится къ опухоли.—Въ данномъ случаѣ зондъ безъ труда проходитъ, по извѣстному вамъ способу, съ выпуклостію, обращенною кзади; конецъ его не ясно прощупывается въ верхней части опухоли, справа возлѣ пупка. Движенія зонда въ полости матки весьма ограниченны, движенія же наружной рукой на верхнюю часть опухоли передаются рукояткѣ зонда. Зондъ взошелъ въ матку почти на 5″, стало быть полость матки увеличена.

Покончивши съ изслѣдованіемъ, *итогируемъ полученныя данныя*.

Замѣчаемая больною и прощупываемая внизу живота опухоль есть увеличенная, перерожденная матка. Консистенція матки однообразно плотная, матка подвижна. По этимъ даннымъ, на основаніи вашихъ теоретическихъ познаній вы заключаете, что передъ вами *фиброміома матки*, но не подсерозная, а интерстиціальная, или подслизистая. Такъ какъ полость матки гладкая, кровотеченія сравнительно не огромныя, нѣтъ схваткообразныхъ болей, нѣтъ изглаживанія шейки, то надо думать, что фиброміома здѣсь не подслизистая, а интерстиціальная. Если данная опухоль есть фиброзно-перерожденная матка, то одинаковой консистенціи съ нею твердый бугоръ съ правой стороны есть подсерозный фиброидъ.—(Болѣе рѣзко выраженную картину такой множественной фиброміомы вы видите на

стѣнномъ рисункѣ, взятомъ изъ атласа Boivin и Dugés).—Разъ мы ставимъ діагностику множественной фиброміомы, то тѣмъ исключается климактерическая матка. Затѣмъ важный вопросъ: дѣйствительно ли опухоль выросла до такихъ размѣровъ въ теченіи болѣе года, какъ замѣчаетъ больная, или нѣтъ, т. е. можно ли здѣсь констатировать довольно внезапное появленіе и быстрый ростъ опухоли, resp. ея злокачественность.—Судя потому, что женщина давно не рожаетъ, что регулы у нея всегда были сильныя, даже со времени формированія, слѣдуетъ скорѣе допустить, что, какъ это обыкновенно бываетъ, задатки ея были у этой женщины еще въ дѣвушкахъ. Затѣмъ, какъ это опять часто бываетъ, новообразованіе долгое время было въ формѣ ограниченнаго ядра гиперплазіи (какъ я вамъ показывалъ у больной при дифференціальной діагностикѣ хроническаго метрита), со времени же послѣднихъ родовъ, когда крови стали ходить особенно сильно, надо думать, что въ гиперплазіи сталъ принимать участіе и весь органъ. Пока увеличивающаяся матка занимала скромные размѣры въ полости таза, больная ее не замѣчала до тѣхъ поръ—пока она уже не обнаружилась явственно между пупкомъ и лоннымъ соединеніемъ и продолжаетъ увеличиваться. Вотъ, какъ она стала давить на кишки, а регулы все сильнѣе и сильнѣе стали ходить, явились припадки и отъ истощенія, женщина стала считать себя больною. — Стало быть у больной *доброкачественное новообразованіе, множественная фиброміома матки.*

— *Другая больная тоже жалуется на маточныя кровотеченія,* которыми она страдаетъ съ полгода.

Изъ анамнеза больной вы узнаете, что ей 44 года, она—экономкою въ семействѣ, живущемъ въ деревнѣ. Сформировалась она на 16 году, замужъ вышла 18, родила троихъ, всѣхъ благополучно, кормила перваго и третьяго, второй же рано умеръ. Послѣдніе роды были 9 лѣтъ назадъ. Ничѣмъ особеннымъ женщина эта въ своей жизни не хворала. Регулы всегда ходили въ срокъ, безъ болей, въ умѣренномъ количествѣ. Теперь, какъ больная заявляетъ, послѣ сильнаго нравственнаго потрясенія, регулы у нея стали приходить не во время, бываютъ подолгу и сильно, такъ что она страдаетъ теперь уже не усиленными мѣсячными, не менорраг1ей, а маточными кровотеченіями—метроррагіей; кровотеченія смѣняются обильными бѣлями, съ запахомъ.—Будемъ и здѣсь, какъ въ предыдущемъ случаѣ разсуждать, отчего можетъ быть метроррагія.

1) *Выкидышъ* съ послѣдующей недостаточной инволюціей, со страданіемъ слизистой оболочки больная отрицаетъ. Настоящей болѣзни не предшествовала задержка мѣсячныхъ съ послѣдующими схваткообразными болями и сгустками.

2) При 44 лѣтнемъ возрастѣ больной скорѣе можно думать *о климактерическомъ кровотеченіи*. Но, судя потому, что регулы въ первый разъ появились у нея скорѣе поздно, чѣмъ рано, затѣмъ въ теченіи жизни не было никакихъ болѣзненныхъ процессовъ (недостаточная инволюція, воспаленія, смѣщенія), нельзя предположить здѣсь преждевременнаго увяданія.

3) Ни по наружному виду, ни по изслѣдованію организма не обнаруживается *болѣзни сердца и сосудовъ*, такъ что и эта причина исключается. Равно исключается, какъ таковая причина, и геморроидальное состояніе.

Такъ что и здѣсь, путемъ исключенія мы должны придти къ мысли о возможности *новообразованія*. Женщина была здорова, кровотеченія стали являться безъ видимой причины, регулы прежде всегда бывали умѣренные, стало быть исподоволь подготовлявшееся развитіе интерстиціальной или подслизистой фиброміомы здѣсь исключается. Допустить же раннюю стадію такого новообразованія нельзя потому, что обыкновенно она сопровождается только меноррагіями, а не метроррагіями, какъ здѣсь. На основаніи такихъ данныхъ мы должны заподозрить здѣсь злокачественное новообразованіе. За то-же говоритъ внезапное наступленіе метроррагіи послѣ сильнаго нравственнаго потрясенія: къ сожалѣнію мы не знаемъ, явилась ли болѣзнь на подготовленной почвѣ путемъ наслѣдственности, этого больная сказать не можетъ. Но за то въ status praesens мы имѣемъ немаловажный *дополняющій для діагностики признакъ*, это—присутствіе *бѣлей съ запахомъ*. Я съ намѣреніемъ удержалъ этотъ признакъ къ концу, какъ только дополнительный для того, чтобы вы не считали его, какъ прежніе практики, патогномоничнымъ для злокачественнаго новообразованія. Очевидно, нельзя считать раціональною діагностику, основываемую главнымъ образомъ на свойствѣ запаха. Мало ли отчего можетъ быть у женщины запахъ отъ бѣлей: онъ можетъ быть н. п. и при отторженіи доброкачественнаго куска фиброміомы. Въ свою очередь, у очень чистоплотныхъ женщинъ, страдающихъ ракомъ, запаху отъ отдѣленія можетъ не быть.

Такимъ образомъ, мы должны думать, что причина маточныхъ кровотеченій зависитъ здѣсь отъ злокачественнаго новообразованія, которое и распадается. Изслѣдованіе должно подтвердить, или опровергнуть вышеизложенное разсужденіе.

При изслѣдованіи больной, отечности, прозрачной блѣдности, свойственной фиброидамъ здѣсь не замѣчаете. (Но замѣтьте, что не видать и кахектическаго вида, свойственнаго тѣмъ, которые страдаютъ глубоко пустившимъ корни ракомъ). Тоже, въ противуположность первому случаю, замѣчаете, что животъ здѣсь не выпуклъ, а уплощенъ, большой опухоли тутъ нѣтъ. Кожа на животѣ дряблая, легко захватывается въ складку, которая потомъ не скоро изглаживается, что указываетъ вообще на незначительную энергію тканей; (хотя сами по себѣ брюшныя стѣнки плотны, не уступчивы, мало податливы). При изслѣдованіи плоскости входа въ малый тазъ тоже не замѣчаете ничего особеннаго, нѣтъ ни вздутости, ни боли при изслѣдованіи, изъ чего заключаете, что нѣтъ ни опухоли, ни воспаленія въ днѣ матки, а вѣроятно, въ нижнемъ ея отрѣзкѣ.

Большія и малыя губы больной дряблы, вялы и характерно для рака *бѣлесоваты*. Хотя больная и проспринцована передъ изслѣдованіемъ, но изъ влагалищнаго входа вы замѣчаете *истеченіе вонючей, буровато-красной жидкости,* въ которой плаваютъ маленькіе бѣложелтоватые куски, похожіе на мелкіе клочки бумаги. Стѣнки влагалища скользки. На мѣстѣ влагалищной части находится *кратерообразное углубленіе, твердое, бугристое, кровоточивое.* Въ это углубленіе входитъ почти весь ногтевой суставъ вашего пальца. Своды влагалища, особенно задній, тверды. При двойномъ изслѣдованіи находите, что дно и тѣло матки расположены по оси таза и помѣщаются болѣе въ задней половинѣ таза. Матка не увеличена, консистенція ея плотная, подвижность ограниченная, особенно при попыткахъ сдвинуть матку внизъ. Старательное обслѣдованіе задняго свода вызываетъ боль. Въ окружающей матку клѣтчаткѣ, трубахъ и яичникахъ ничего ненормальнаго не замѣчается. Твердость сводовъ сливается съ надвлагалищнымъ утолщеніемъ вокругъ шейки матки.

Такимъ образомъ мы приходимъ къ заключенію, что источникъ маточныхъ кровотеченій у данной больной сосредоточивается въ *шейкѣ матки*. Онъ обусловилъ уже уничтоженіе и распаденіе этой

части, судя по анамнезу, всего въ теченіи нѣсколькихъ мѣсяцевъ. Такому распаденію предшествующая инфильтрація находится теперь уже въ околошеечной клѣтчаткѣ и въ сводахъ. Такъ какъ подвижность ограничена, и матка подалась больше кзади, то инфильтрованы и маточнокрестцовыя связки. Такое уплотнѣніе, довольно твердое, ломкое, съ послѣдовательнымъ быстрымъ распадомъ, говоритъ скорѣе *за ракъ*, чѣмъ за саркому. Положительный на то отвѣтъ дастъ намъ микроскопическій препаратъ. Въ дополненіе къ діагностикѣ остается лишь сказать, что раковымъ процессомъ поражена и уничтожена здѣсь только влагалищная часть матки, тѣло же и дно еще не поражены, но окружность матки поражена. (Въ виду *кровоточивости объекта* для изслѣдованія, кромѣ г. куратора, я попрошу еще только лишь одного изъ гг. слушателей найдти указанные мною характерные признаки. Изслѣдованіе же зеркаломъ данной больной оставимъ до слѣдующихъ разъ, когда, по возможности, будутъ изслѣдовать больную и другіе изъ присутствующихъ).

XII Лекція.*)

О нервныхъ страданіяхъ женщинъ.

Мм. Гг. Во время вашихъ занятій здѣсь, въ Поликлиникѣ вы, вѣроятно, не разъ испытывали подавляющее чувство отъ той массы нервныхъ симптомовъ, на которые жаловались опрашиваемыя вами больныя. Въ такихъ случаяхъ еще болѣе задруднительное состояніе возникаетъ тогда, когда по окончаніи осмотра и всесторонняго изслѣдованія больной, приходится давать себѣ отвѣтъ на вопросъ: чѣмъ собственно страдаетъ данная женщина, и какъ, и чѣмъ ей можно помочь. И если, какъ нерѣдко случается при подобныхъ обстоятельствахъ, затруднительный вопросъ quasi-разрѣшается тѣмъ, что больную отправляютъ въ другое отдѣленіе, напримѣръ, туда, гдѣ исключительно лечатъ нервныя болѣзни, то, очевидно, поставленный вопросъ всетаки остается открытымъ. И онъ не можетъ, конечно, рѣшаться подобнымъ образомъ въ дѣятельности практическаго врача (каковыми быть вы здѣсь воспитываетесь). Вы хорошо знаете, что въ теченіи курса нашихъ занятій я всегда обращалъ преимущественно вниманіе на то, чтобы въ каждомъ представлявшемся намъ случаѣ вы умѣли точнѣе оріентироваться: гдѣ находится исходная точка страданія, какое явленіе отъ какого находится въ зависимости и, уже на основаніи подобныхъ данныхъ, какъ должно быть направляемо соотвѣтствующее леченіе. Если я могу считать въ настоящее время,

*) Лекція эта напечатана была въ первый разъ въ Журналѣ акушерства и женскихъ болѣзней. С. П. Б. 1888 г. № 10

что для болѣе простыхъ, неосложненныхъ гинекологическихъ случаевъ вы пріобрѣли уже знаній настолько, что въ состояніи будете и дальше самостоятельно совершенствоваться въ сказанномъ направленіи, то теперь наступаетъ очередь для случаевъ болѣе сложныхъ. Къ таковымъ, по справедливости, принадлежатъ имѣнно тѣ, гдѣ, при существованіи гинекологическаго страданія, женщина болѣе всего жалуется на удручающія ее нервныя явленія. Такихъ больныхъ очень много, и потому настоитъ высокая необходимость посвятить этому предмету какъ можно болѣе вниманія.

И въ литературѣ, и въ обыденной жизни наше время, нашъ вѣкъ носятъ названіе „нервнаго“. Среди современнаго общества, особенно интеллигентнаго, рѣдко можно найдти человѣка, здороваго въ нервномъ отношеніи; когда же появляется та или другая болѣзнь, то въ ней въ большей или меньшей степени обнаруживается такъ называемый „нервный“ характеръ. Если подобное состояніе почти не составляетъ исключенія въ той половинѣ человѣческаго рода, которая считается болѣе крѣпкою физически, отличается большею выносливостью и меньшею чувствительностію, то тѣмъ болѣе оно должно выступать и выступаетъ въ той половинѣ, которая менѣе развита физически, у которой нервная система болѣе впечатлительна и съ чѣмъ неизбѣжно приходится считаться при ихъ различныхъ страданіяхъ. Такого рода современная потребность вызываетъ, по моему мнѣнію, необходимость ввести для такого рода состояній *новую „нервную“ главу въ Гинекологіи*, какъ въ науку, и по самому словопроизводству требующую, чтобы въ ней были изложены всѣ тѣ знанія и способы, которые могутъ возстановлять здоровое состояніе больной женщины.

Если мы признаемъ необходимость введенія въ Гинекологію такой новой главы, трактующей о нервныхъ страданіяхъ современныхъ женщинъ, то, очевидно, что дѣло это должно быть поставлено, по возможности, на строго научную почву. Въ этой главѣ, соотвѣтственно общему строю нашей науки, я думаю, что прежде всего должны быть изложены анатомическія и физіологическія основы, которыя могли бы разъяснять, какимъ образомъ болѣзненное состояніе въ половыхъ органахъ распространяется и переходитъ въ область нервно-патологическую, а также и обратно. Затѣмъ, должна быть представлена въ возможно болѣе характерныхъ чертахъ сим-

нтомотологія такихъ *осложненныхъ состояній*, равно какъ и тѣ данныя, которыми обладаетъ современная наука, чтобы въ цѣляхъ болѣе раціональной и цѣлесообразной терапіи *была поставляема діагностика, указывающая, въ чемъ состоитъ преимущественное страданіе въ данномъ случаѣ и какая изъ того должна вытекать терапія.*

Указываемыя мною такимъ образомъ данныя для новой главы въ Гинекологіи существуютъ въ наукѣ разбросанными въ различныхъ ея отрасляхъ и до сихъ поръ составляли достояніе по преимуществу журнальныхъ статей, спеціальныхъ сочиненій и частью отрывками находятся въ различныхъ руководствахъ. Лично для меня давно уже ощущалась потребность имѣть изъ этихъ разрозненныхъ свѣдѣній, по возможности, одно цѣлое, и сегодня я буду имѣть честь изложить вамъ его по сказанной программѣ съ присоединеніемъ тѣхъ личныхъ моихъ воззрѣній на этотъ предметъ, которыя постепенно создавались у меня на основаніи наблюденій.

Какъ ни гордится современная анатомія тѣмъ, что она составляетъ око медицины и что успѣхи послѣдней въ значительной степени зависятъ отъ совершенствованія и углубленія знаній въ тончайшее строеніе органовъ, но къ разсматриваемому нами предмету такое положеніе можетъ быть примѣнено лишь отчасти. Не смотря на то, что *нервный аппаратъ матки* въ послѣднее двадцатилѣтіе, былъ предметомъ изученія многихъ изслѣдователей (Schlesinger'a, Röhrig'a, Goltz'a, Рейна, Cohnstein'a, Dembo), которые доставили намъ нѣсколько капитальныхъ изысканій; тѣмъ не менѣе для клиническихъ цѣлей мы далеко не имѣемъ еще удовлетворяющихъ насъ свѣдѣній и весьма нерѣдко должны основывать свои воззрѣнія, или на гипотетическихъ соображеніяхъ, или же прямо говорить, что не знаемъ анатомическаго субстрата для даннаго состоянія. Дѣйствительно, если вы захотите спеціально ознакомиться со всей массой произведенныхъ въ этомъ направленіи наблюденій, опытовъ, разсужденій, въ которыхъ подчасъ съ трудомъ можно оріентироваться, то чѣмъ дальше, тѣмъ больше будете приходить къ заключенію, что строго опредѣленной почвы, такой, какую даетъ анатомія съ физіологіей въ другихъ отрасляхъ медицины, здѣсь нѣтъ. Существующія въ настоящую минуту свѣдѣнія объ этомъ предметѣ не представляютъ строго доказанныхъ данныхъ, а составлены нерѣдко косвеннымъ путемъ, или

же на основаніи наблюденій, для которыхъ потребовалось дать лишь возможное объясненіе. Или же доставляемыя знанія выведены путемъ исключенія съ такимъ характеромъ, что если нѣтъ плюса, такъ значитъ долженъ быть минусъ. Подобнаго рода данныя могутъ вселять лишь надежду и убѣжденіе, что, быть можетъ, въ недалекомъ будущемъ они будутъ замѣнены другими съ болѣе удовлетворяющимъ характеромъ.

Что же мы знаемъ изъ анатоміи и физіологіи относительно нервнаго аппарата женскихъ половыхъ органовъ?

Прежде всего то, что какъ изъ его расположенія, такъ равно изъ расположенія сосудовъ и соотношенія тканей, входящихъ въ ихъ составъ, мы видимъ (какъ на это я уже имѣлъ случай обращать ваше вниманіе), что здѣсь нѣтъ того обособленнаго типа, какой представляютъ другіе внутренніе органы, какъ печень, почки и др. Здѣсь мы встрѣчаемъ *весьма сложное строеніе*, какъ относительно отдѣльныхъ нервовъ растительной и животной жизни въ самой маткѣ, такъ особенно въ той связи, какая существуетъ между ними и ближайшими и отдаленными нервами другихъ органовъ. Изъ этого обстоятельства вытекаетъ уже то положеніе, что *строго изолированнаго нервнаго аппарата матки не существуетъ*. Въ самомъ дѣлѣ: если мы прослѣдимъ, напримѣръ нервы изъ матки до *аортальнаго сплетенія*, обратимъ вниманіе на тѣсную связь послѣдняго съ солнечнымъ сплетеніемъ, то въ этой хитро-сплетенной сѣти мы видимъ пока лишь тотъ путь, или, вѣрнѣе сказать, тайникъ, въ которомъ, быть можетъ, не мы а лишь наши преемники въ состояніи будутъ съ ясностію понимать, гдѣ и какъ совершаются здѣсь равнообразныя функціи и передача болѣзненныхъ проявленій съ половаго аппарата на различныя части организма и обратно. Тотъ тайникъ, въ которомъ, быть можетъ, имѣетъ мѣсто тотъ circulus vitiosus болѣзненныхъ проявленій, съ которымъ такъ часто приходится имѣть дѣло у нашихъ больныхъ. Съ такимъ же чувствомъ недоумѣнія мы взираемъ, какъ на трупѣ, такъ и въ анатомическомъ атласѣ на *маточно-яичниковые узлы* въ поясничной части позвоночника. Къ нимъ приходится обращать наше представленіе при тѣхъ измѣненіяхъ въ половыхъ органахъ, которыя мы открываемъ своимъ осязаніемъ и зрѣніемъ, безъ того однако, чтобы при этомъ была для насъ ясною та роль, какую они играютъ при существующихъ патологическихъ состояніяхъ.

Затѣмъ вы помните, что въ большомъ *подчревномъ сплетеніи* симпатическаго нерва Frankenhäuser признаетъ двигательные нервы матки, сосудосжимающія волокна, чувствительныя и задерживающія волокна. *Съменное сплетеніе* содержитъ тоже и чувствительныя, и двигательныя волокна (при его раздраженіи, во время физіологическихъ опытовъ, между прочимъ повышается кровяное давленіе въ сонныхъ артеріяхъ). *Крестцовые нервы* суть также, и двигательные, и чувствующіе.

Но масса опытовъ и клиническихъ наблюденій показываетъ, что *въ самой маткѣ* существуетъ не только одинъ, а цѣлая система *центровъ*, благодаря которымъ матка можетъ самостоятельно и изолированно отъ остальнаго организма возбуждаться къ дѣятельности. (У свиньи такіе центры находятся въ узлахъ на нервныхъ стволахъ, проходящихъ по бокамъ матки). R. Lee описалъ у женщинъ узлы не только по сторонамъ шейки, но и подъ брюшиннымъ покровомъ почти всего органа. Возможно, что такіе узлы находятся и въ самомъ существѣ матки, подобно тому, какъ въ кишкахъ. Вторымъ центромъ для матки является *ganglion cervicale* (въ верхней части передней стѣнки влагалища), въ которомъ, можно думать, находятся периферическіе центры для сосудовъ матки. Второстепенные центры матки находятся въ *поясничной части спиннаго мозга*. Эти центры, повидимому, служатъ регуляторами дѣятельности матки, и въ нихъ совершается передача раздраженій на центры той группы мышцъ, которая служитъ вспомогательной при родахъ. Въ поясничной же части находится и сосудистый центръ нижней части живота (сюда же, какъ къ сборному пункту, направляются нервы пузыря и прямой кишки). Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что если нужно дѣйствовать на нервы матки, то нужно дѣйствовать или непосредственно на органъ, или же чрезъ посредство спиннаго мозга.

Въ коркѣ большихъ полушарій находятся *психомоторные центры*, которые путемъ, напримѣръ, сильныхъ психическихъ аффектовъ могутъ дѣйствовать на матку. Также въ продолговатомъ мозгу есть центры, отъ раздраженія которыхъ диспноэтическою кровью (при прекращеніи доступа къ мозгу артеріальной крови) являются сокращенія матки. То же при нѣкоторыхъ опытахъ получалось и отъ раздраженія мозжечка, варолліева моста и crura cerebri ad pontem, равно какъ и отъ непосредственнаго раздраженія по всему протя-

женію спиннаго мозга, особенно его поясничной части. Вотъ все, что можно сказать существеннаго о нервномъ аппаратѣ женскихъ половыхъ органовъ.

Теперь скажемъ о томъ, какими *симптомами* проявляются въ нервной системѣ страданія женскаго половаго аппарата.

Самые частые имѣютъ мѣсто по преимуществу въ вѣтвяхъ *поясничнаго и крестцоваго сплетеній* и обычнымъ образомъ сказываются въ такъ хорошо извѣстной вамъ жалобѣ больныхъ на чувство разбитости въ крестцѣ, боли въ подвздошныхъ областяхъ, тянущей боли въ ногахъ. Рѣже къ нимъ присоединяются: нарѣзъ нижнихъ конечностей, кокцигодинія, анэстезія, или гиперэстезія влагалищнаго входа, затрудненіе въ выведеніи мочи и испражненій. Затѣмъ, по порядку частоты идутъ симптомы со стороны болѣе отдаленныхъ органовъ—тѣхъ, которые снабжены вѣтвями *блуждающаго и симпатическаго нервовъ*. Между ними, какъ вы знаете, на первомъ планѣ стоятъ желудокъ и кишки, а затѣмъ сердце, щитовидная желѣза, груди. Изъ другихъ черепно-мозговыхъ нервовъ чаще, въ такихъ случаяхъ, поражается тройничный нервъ; въ послѣднее время чаще и чаще обращаютъ на себя вниманіе, какъ сопутствующія явленія, страданія глаза и уха. Наконецъ, хотя и очень рѣдко, но въ связи съ женскими болѣзнями наблюдаются большіе и общіе неврозы, какъ хорея, эпилепсія и психозы, причемъ, не лишнимъ будетъ отмѣтить здѣсь то наблюденіе, что неврозы, по большей части, бываютъ въ той половинѣ тѣла, въ которой исключительно образовалось патологическое измѣненіе въ половой сферѣ женщины. Но особенно часто страданія женскихъ половыхъ органовъ сопровождаются истеріей.

Прежде чѣмъ говорить объ *истеріи*, объ истерической почвѣ при гинекологическихъ страданіяхъ, условимся на счетъ того, что мы будемъ разумѣть подъ словами „истерическая“, „истерія“. Ибо и до сихъ поръ въ наукѣ существуетъ не одно, а нѣсколько воззрѣній для объясненія сущности этой болѣзни, и нельзя не сказать, что ни одно изъ нихъ не въ состояніи объяснить всѣхъ проявленій, свойственныхъ этой болѣзни.

Если мы будемъ придерживаться современныхъ лучшихъ монографистовъ объ этомъ предметѣ: Playfair'a, Holst'a, Beard and Rockwell, Hegar'a, то опредѣлимъ истерическое состояніе, какъ особаго рода страданіе всей нервной системы, выражающееся болѣе

въ разстройствѣ, но не всегда въ строго болѣзненномъ состояніи головнаго и спиннаго мозга. Такое sui generis состояніе, по большей части, или передается по наслѣдству, какъ передается, напримѣръ, геморрой, или возникаетъ отъ разстройства въ развитіи и питаніи всей, или же только нѣкоторыхъ отдѣловъ нервной системы и выражается въ усиленной впечатлительности, слабости, легкой возбудимости, въ гиперэстезіи нервной системы. Къ характеристикѣ такого состоянія надо добавить еще то существенное, что не всегда и при врожденномъ предрасположеніи, женщина непремѣнно будетъ страдать истеріей, но по большей части лишь тогда, когда появляются извѣстныя случайныя причины, и между ними первое мѣсто занимаютъ страданія въ половой сферѣ.

Для пониманія отчасти той связи, какая существуетъ между проявленіями страданій чисто нервнаго свойства и гинекологическими можно указать на тотъ почти физіологическій фактъ, что у многихъ женщинъ ко времени менструаціи обнаруживается въ нервной системѣ общая гиперэстезія. Подобно тому, надо думать, что и неправильность кровообращенія, сопровождающая ту или другую женскую болѣзнь, служитъ достаточнымъ раздражителемъ для проявленія истерическихъ явленій въ предрасположенномъ къ тому организмѣ. Насколько часто женскія болѣзни сопровождаются истеріей можетъ служить, напримѣръ, статистика, приводимая Amann'омъ:

При недостаточномъ развитіи матки истеріей страдаетъ	85%
„ выпаденіи	13%
„ опущеніи	87,5%
„ перегибѣ назадъ	77%
„ „ впередъ	55%
„ хроническомъ метритѣ	84%
„ фиброидахъ	68%

Въ этой таблицѣ рѣзко бросающійся въ глаза небольшой процентъ истеричныхъ при выпаденіи матки долженъ быть объясненъ тѣмъ, что это болѣзнь преимущественно бѣднаго класса, у котораго нервная система вообще крѣпче и психика отвлекается тяжелой заботой о добываніи насущнаго хлѣба. И дѣйствительно, опытъ показываетъ, что и въ болѣе интеллигентныхъ слояхъ общества, при существующемъ предрасположеніи, истерическія явленія мучаютъ

женщину болѣе тогда, когда у нея есть время и возможность сравнивать ея настоящее болѣзненное состояніе съ другимъ, болѣе радостнымъ, почерпнутымъ иногда даже изъ читаемыхъ романовъ. Или же, если женщина, при возникшей у нея женской болѣзни, не ощущая прежнихъ удовольствій sub coïtu, замѣчаетъ и измѣнившіяся къ ней чувства мужа ея и вообще измѣненіе характера своей жизни. Если при томъ у нея много свободнаго времени на то, чтобы ея внутренній міръ былъ постоянно занятъ тѣми субъективными болѣзненными ощущеніями, которыя сопровождаютъ ея женскую болѣзнь, то особенно благопріятно развивается та разнообразная и столь причудливая картина страданій, свойственная истерическимъ больнымъ. Болѣе и болѣе обостряется впечатлительность нервной системы, вмѣстѣ съ тѣмъ постепенно развивается и психическая гиперэстезія. Но чуть не ежедневный опытъ практическаго врача показываетъ ему, что если у такой больной почему либо измѣнятся условія ея жизни въ томъ смыслѣ, что явится чувство довольства, если вниманіе будетъ поглощено чѣмъ нибудь болѣе интереснымъ, чѣмъ существующія болѣзненныя ощущенія; тогда и при неизмѣнившемся состояніи женской болѣзни, больная будетъ мало, или вовсе не будетъ жаловаться на различные симптомы истерической гиперэстезіи. Подобныя обстоятельства въ высокой степени характерны въ симптоматологіи а слѣдовательно и для діагностики страданій такого рода больныхъ.

Вообще же *въ симптоматологіи*, какъ истерическихъ, такъ и другихъ нервныхъ страданій у женщинъ *характеристиченъ во-первыхъ тотъ фактъ*, что *такія страданія не безусловно всегда сопровождаются измѣненіями въ половыхъ органахъ*. Гинекологическое страданіе при этомъ можетъ быть, но можетъ и не быть. Даже нельзя сказать, чтобы существовало извѣстное правильное соотношеніе въ интензивности между измѣненіями и симптомами обѣихъ областей. Можетъ, напримѣръ, быть очень рѣзкій перегибъ матки кзади, можетъ существовать очень сильное давленіе на нервы крестцовой впадины, казалось бы, что непремѣнно должны существовать и рѣзкія отраженныя явленія, что нерѣдко и бываетъ; за то въ другихъ случаяхъ онѣ очень слабо выражены, или даже вовсе ихъ нѣтъ. Такое же явленіе иногда особенно бросается въ глаза при раковомъ пораженіи половыхъ и сосѣднихъ съ ними органовъ: когда, не смотря на обширность пораженія, почти не наблюдается нер-

вныхъ страданій. Въ другихъ же случаяхъ почти ничтожный рубецъ, оставшійся отъ протекшаго воспалительнаго процесса въ окружности матки, или какая-нибудь сравнительно маленькая опухоль вызываютъ такія серьезныя страданія, что женщина мучается до тѣхъ поръ, пока не будетъ произведено серьезнаго гинекологическаго леченія.

Другою характеристическою особенностію разсматриваемыхъ нами явленій, особенно важною, какъ въ діагностическомъ, такъ еще болѣе въ терапевтическомъ отношеніи, является тотъ фактъ, что указанные выше *симптомы* со стороны нервной системы въ нѣкоторыхъ случаяхъ *могутъ имѣть вызывающій ихъ моментъ не въ половой сферѣ, а въ другихъ брюшныхъ органахъ*, или же, напримѣръ, въ потери крови черезъ легкія и т. п. За то, въ свою очередь, такія причины, дѣйствуя продолжительное время на спинной мозгъ женщины, могутъ вліять и на состояніе, и на функціи ея половыхъ органовъ. Подобно тому, какъ и психическіе моменты—страхъ, испугъ, огорченіе, дѣйствуя первоначально на центральную нервную систему, отраженно могутъ выразиться, напримѣръ, прекращеніемъ начавшагося менструальнаго прилива. Но надо также знать и то, что и менструальный приливъ самъ по себѣ, вслѣдствіе измѣняющагося въ то время кровянаго давленія, можетъ обусловливать такія явленія, какъ набухлость щитовидной желѣзы, пассивные приливы къ мозгу, а чрезъ то нерѣдко и ухудшеніе существующей нервной или психической болѣзни. Указываемыя эти особенности, когда онѣ на-лицо, имѣютъ огромное значеніе при клиническомъ разборѣ даннаго случая, а слѣдовательно и для примѣненія той или другой терапіи.

Наконецъ, *третьею характеристическою особенностію* подобнаго рода страданій является то нерѣдко наблюдаемое обстоятельство, что *по удаленіи причины*, произведшей нервныя болѣзненныя явленія, и послѣ того, какъ ихъ вовсе не было извѣстное время, онѣ *снова могутъ обнаруживаться*, но безъ того, чтобы снова возникла та первоначально производившая ихъ причина. Онѣ обнаруживаются тогда быть можетъ, въ силу лишь той привычки, которую пріобрѣлъ и сохраняетъ организмъ къ ихъ проявленію. Быть можетъ оттого, что въ такихъ случаяхъ отъ первоначально дѣйствовавшей причины послѣдовали измѣненія въ нервныхъ центрахъ, или же въ проводящихъ путяхъ.

Спрашивается теперь: какія данныя практическій врачъ долженъ считать доказательными въ пользу того, что въ разбираемомъ случаѣ болѣзненныя *нервныя явленія дѣйствительно зависятъ отъ измѣненій въ половой сферѣ женщины?*

— Всего убѣдительнѣе, конечно, здѣсь могутъ быть такія данныя, такія обстоятельства, которыя могутъ быть примѣняемы съ характеромъ контрольнаго эксперимента: какъ, напримѣръ, появленіе эпилептоиднаго припадка отъ умѣреннаго давленія на яичники и прекращеніе существующихъ судорогъ отъ сильнаго давленія на эти органы. Но такіе случаи исключительны. По большей части несомнѣнное доказательство вы будете имѣть тогда, когда при существованіи нервныхъ явленій и женской болѣзни, вы начнете лечить послѣднюю, и если съ излеченіемъ ея исчезнутъ и нервныя страданія, тогда очевидно, что сдѣланное предположеніе было основательно. Такъ, напримѣръ, если судорожный кашель, годами мучившій женщину и подтачивавшій ея жизнь, пройдетъ послѣ излеченія перегиба матки; или, если въ другомъ случаѣ рядъ тягостныхъ нервныхъ припадковъ пройдетъ послѣ зашиванія стараго разрыва промежности, то такою терапіею вы доказали существовавшую причинную связь. Къ сожалѣнію однако надо сказать, что нерѣдко въ подобныхъ случаяхъ, или вовсе не получается благопріятнаго результата, или же, если онъ и получается, то оставляетъ все-таки мѣсто для предположеній и разсужденій о томъ, что причинной связи не было, что гинекологическое и нейропатологическое состояніе въ данномъ случаѣ были лишь совпаденіями и пр. Такія разсужденія имѣютъ право быть высказываемыми до тѣхъ поръ, пока въ наукѣ не будутъ извѣстны въ точности всѣ тѣ пути и обстоятельства, при посредствѣ которыхъ нервныя страданія въ подобныхъ случаяхъ происходятъ отъ болѣзненнаго состоянія въ половой сферѣ. Но, если говорить съ такою желаемою положительностію составитъ достояніе науки будущаго, созидать которую составляетъ нашу задачу въ настоящемъ; то посмотримъ, какими современная наука обладаетъ данными и основаніями, которыми мы могли бы руководствоваться и пользоваться, чтобы участвовать въ разрѣшеніи такой исполненной высокаго интереса задачи. — Остановимся на разсмотрѣніи тѣхъ извѣстныхъ изъ опыта *патологическихъ состояній въ женскихъ половыхъ органахъ*, которыя въ состояніи быть *источниками раздраженія для проявленія нервныхъ болѣзненныхъ припадковъ*.

Весьма нерѣдко нервныя страданія у женщины возникаютъ отъ такихъ моментовъ въ ея половыхъ органахъ, которые оказываютъ *давленіе* на нервные стволы и сплетенія. Къ такимъ производящимъ моментамъ будутъ относиться *увеличенные и смѣщенные матка и яичники*, а также различные *воспалительные экссудаты*, какъ въ прогрессивномъ періодѣ процесса, такъ и при сморщиваніи гиперплазированной ткани. При давленіи смѣщенными органами обыкновенно сперва является чувство тянущей боли, которая постепенно переходитъ въ распространенный комплексъ симптомовъ со стороны поясничной части спиннаго мозга. Затѣмъ появляются симптомы въ отдаленныхъ областяхъ, и наконецъ въ психикѣ. Такимъ путемъ смѣщенные яичники вызываютъ нейрозы, пониженіе психическаго здоровья, а затѣмъ и нервнопсихическія болѣзни. Воспалительные экссудаты половой сферы, состоя раздражающимъ стимуломъ для проявленія болей, сверхъ того еще своимъ присутствіемъ препятствуютъ правильному физіологическому растяженію и сокращенію заключенныхъ въ нихъ органовъ—матки, пузыря, кишекъ, чѣмъ обусловливаются еще болѣзненныя сокращенія этихъ органовъ и натяженія образовавшихся спаекъ. Такъ же дѣйствуютъ и *раковыя массы*. Стягивающаяся строма яичника, препятствуя растяженію фолликула, обусловливаетъ его неправильное обратное развитіе и необычное состояніе напряженія, чрезъ что еще болѣе усиливается вліяніе непосредственнаго сдавливанія нервныхъ окончаній.

При *перегибахъ матки* растяженіе и измѣненіе ткани въ стѣнкѣ органа, противуположной перегнутой, играетъ тоже нерѣдко видную роль въ проявленіи нервныхъ симптомовъ у женщинъ. — Скопленіе отдѣляемаго при *эндометритѣ*, вызывая растяженіе матки съ послѣдовательными сокращеніями, обусловливаетъ сдавленіе нервовъ въ набухшей слизистой оболочкѣ, что даетъ поводъ къ разнообразнымъ отдаленнымъ нервнымъ явленіямъ. Nonat вмѣстѣ съ Hoffmann'омъ считаютъ даже происхожденіе разнообразныхъ истерическихъ симптомовъ прямо зависящимъ отъ спазмодическихъ сокращеній матки. (Если такимъ образомъ катарръ матки даже у крѣпкихъ и здоровыхъ дѣвушекъ можетъ вызывать сильныя головныя боли и разстройства менструаціи, то съ другой стороны не надо забывать и того, что катарръ матки и разстройства менструаціи могутъ обусловливаться у нихъ исключительно и нервнымъ вліяніемъ). Но вообще при

катаррахъ матки и, особенно при ихъ почти неизбѣжныхъ спутникахъ *эрозіяхъ*, мы имѣемъ на-лицо обнаженныя нервныя окончанія, т. е., несомнѣнный и дѣйствительный стимулъ для проявленія разнообразныхъ нервныхъ страданій. Здѣсь, подобно тому, какъ и при обнаженіи зубной пульпы, сперва являются боли въ мѣстахъ обнаженныхъ и сосѣднихъ съ ними; а затѣмъ боли постепенно распространяются дальше и дальше, постепенно и самъ субъектъ становится раздражительнымъ и болѣе чувствительнымъ, отъ безсонницы и дурнаго аппетита слабѣетъ и т. д. Также и *катарръ влагалища*, особенно, если дѣло доходитъ до сморщиванія и съуживанія органа съ мѣстнымъ запустѣніемъ сосудовъ на нѣкоторыхъ мѣстахъ и послѣдовательнымъ капиллярнымъ застоемъ въ сосѣднихъ, то тѣмъ обусловливаетъ развитіе *чувствительныхъ сосочковъ*. Развившіеся сосочки при случаѣ, напримѣръ sub coïtu, могутъ быть источникомъ сильныхъ болей и подобно такимъ же сосочкамъ на конъюнктивѣ вѣкъ получаютъ наклонность сильно распространяться по сосѣдству и вызывать отдаленныя нервныя явленія.

Недостаточное развитіе отдѣльныхъ частей и тканей въ половыхъ органахъ, особенно же описанную Virchow'ымъ врожденную *малость сосудовъ* слѣдуетъ предполагать у тѣхъ дѣвушекъ, которыя, отличаясь нѣжными формами и недостаточнымъ общимъ питаніемъ всего организма, при формированіи своемъ страдаютъ дизменнореей и различными нервными болѣзнями: мигренью, хореей, эпилепсіей. Надо думать, что здѣсь играетъ роль недостаточная иннервація мышцъ и посредственное или непосредственное трофическое вліяніе со стороны нервовъ.—Подобно хлоротическимъ дѣвушкамъ, особенно разнообразную картину нервныхъ симптомовъ даетъ тотъ импульсъ изъ половыхъ органовъ, который имѣетъ мѣсто въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ женщины, въ эпоху наибольшаго развитія своей половой жизни (между 25—40 годами) имѣютъ *недостатокъ въ удовлетвореніи половаго чувства*. Будетъ ли это послѣднее зависѣть отъ полнаго отсутствія мужа, или же отъ его неудовлетворительности, или же отъ неестественнаго удовлетворенія половаго чувства masturbatione, aut coïtu interrupto, aut reservato.—Порочное развитіе половыхъ органовъ и другихъ частей организма можетъ обусловливать различные нервные припадки и въ тѣхъ случаяхъ, когда это развитіе состоитъ въ избыткѣ. Такъ въ наблюденіи Tüngel'я, приводимомъ Virchow'ымъ, при

усиленномъ образованіи сѣраго вещества и двойной маткѣ наблюдалась цѣлая масса истерическихъ припадковъ. Или же, какъ въ случаѣ Battey, вызвавшемъ открытіе его извѣстной операціи—нормальной овaріотоміи—больная мучилась нервными припадками вслѣдствіе того, что у нея при отсутствіи матки были слишкомъ хорошо развиты яичники.

Наконецъ, цѣлая серія нервныхъ явленій у данной больной можетъ имѣть свою исходную точку *въ старомъ разрывѣ промежности*, resp. въ зіяніи вульвы. Раздражающимъ моментомъ здѣсь во-первыхъ является то обстоятельство, что опускающееся влагалище на большемъ пространствѣ становится доступнымъ внѣшнимъ вреднымъ вліяніямъ; съ другой стороны, когда рукавъ опускается, то даетъ поводъ къ болѣе низкому стоянію внутреннихъ половыхъ органовъ, застою и даже воспалительнымъ явленіямъ—что опять является вѣрнымъ раздражителемъ для проявленія нервныхъ симптомовъ.

Такъ вотъ, по возможности, краткое перечисленіе патологическихъ состояній женскихъ половыхъ органовъ, которыя, на основаніи существующихъ клиническихъ наблюденій и данныхъ патологіи, могутъ служить источниками раздраженія для проявленія какъ ближайшихъ, такъ и отдаленныхъ нервныхъ симптомовъ.

Возможность проявленія послѣднихъ, большая или меньшая ихъ интензивность будетъ, главнымъ образомъ, зависѣть отъ степени воспріимчивости нервной системы даннаго субъекта, отъ степени того состоянія, которое Beard такъ удачно назвалъ нервною слабостію, недостаткомъ нервной силы. Чѣмъ нервная система слабѣе, возбудимѣе, тѣмъ болѣе она склонна къ произведенію отдаленныхъ нервныхъ симптомовъ, тѣмъ больше будетъ страдать подобная женщина, тѣмъ больше она будетъ жаловаться, тѣмъ больше она будетъ перемѣнять врачей, переходя отъ одного спеціалиста къ другому.

Наиболѣе могучимъ факторомъ, обусловливающимъ подобныя состоянія, сверхъ указаннаго уже врожденнаго предрасположенія, является въ наши дни *неправильное развитіе строя нервной системы*. Оно особенно имѣетъ мѣсто въ тѣхъ случаяхъ, когда при физическомъ воспитаніи и развитіи организма питательный матеріалъ привлекается болѣе къ центральной нервной системѣ, такъ что усилен-

ное развитіе ея идетъ на счетъ другихъ системъ организма. Вы знаете изъ лекцій нервной патологіи, какимъ образомъ въ такихъ случаяхъ развивается такъ называемое нейрастэническое состояніе. Вы знаете, что оно характеризуется главнымъ образомъ особенно быстрымъ переходомъ эффекта раздраженія съ одной группы нервовъ на другую, съ нервовъ одной системы на другую. При такомъ состояніи по большей части отъ незначительнаго раздраженія происходятъ усиленныя отраженныя явленія, преимущественно болевыя. Чрезвычайно много и безпорядочно расходуется нервной силы на такую усиленную передачу и чрезвычайно легко и быстро она ослабѣваетъ и извращается. Безпорядочно чередуются состоянія общаго возбужденія и угнетенія нервной системы. Представьте себѣ теперь, что при такомъ состояніи нервной системы не наступаютъ моменты исцѣляющіе или по крайней мѣрѣ улучшающіе, а напротивъ,—еще болѣе ухудшающіе. Представьте, что у такой женщины *половая жизнь* въ широкомъ значеніи этого слова (какъ въ физическомъ, такъ еще болѣе въ нравственномъ смыслѣ), оказывающая огромное вліяніе на женскую нервную систему и психику, тоже не благопріятствуетъ; тогда по большей части, между другими нервными симптомами, начинаетъ особенно выступать *безсонница и недостатокъ аппетита*. Когда присоединяются еще и эти факторы, истощающіе какъ весь организмъ, такъ особенно больную нервную систему, тогда являются, какъ отраженное явленіе въ половой сферѣ, усиленныя потери въ видѣ бѣлей, кровотеченій и усиленіе существующихъ болей. Это опять придаетъ новый плюсъ къ истощенію нервной силы. И вотъ вамъ на лицо такъ называемый *circulus vitiosus* въ его болѣе простой формѣ. Обратите же вниманіе на то, что во многихъ изъ такихъ случаевъ рѣшительный импульсъ для ослабленія нервной системы у женщинъ дѣйствительно дается изъ половой сферы (импульсъ, можетъ быть, иногда даже съ совершенно физіологическимъ характеромъ, какъ напримѣръ, частые роды); но по мѣрѣ проявленія различныхъ отдаленныхъ симптомовъ дѣло доходитъ до того, что эти послѣдніе получаютъ такую силу, что сами уже начинаютъ вліять на половую сферу и тѣмъ ухудшать существующее состояніе, или же вызывать новые симптомы, какъ въ этой области, такъ и въ другихъ. Въ подобныхъ случаяхъ нерѣдко тѣ явленія, которыя имѣли прежде вызывающій моме[illegible] въ половыхъ органахъ, имѣютъ его

уже въ центрахъ, находящихся въ болѣзненномъ состояніи. Дѣло усложняется и крайне запутывается настолько, что иногда является полная невозможность сказать, какое болѣзненное явленіе отъ какого находится въ зависимости.

Естественно, что въ такихъ случаяхъ, когда *нельзя поставить точной діагностики,* а все-таки *надо назначить леченіе*, съ практическою цѣлію могу вамъ рекомендовать обращать вниманіе на указанныхъ содѣйствующихъ факторовъ. Прежде всего постарайтесь измѣнить условія, при которыхъ находится больная, направьте всѣ усилія на то, чтобы *поднять ея питаніе* и затѣмъ, терпѣливо изучая данный случай, оцѣнивайте каждый отдѣльный признакъ, какъ самъ по себѣ, такъ и по отношенію къ другимъ его сопровождающимъ и особенно—какую онъ играетъ роль въ общемъ теченіи болѣзни: только такимъ путемъ бываетъ возможно привести ихъ въ извѣстную систему, составить генезисъ даннаго состоянія. Если и это не удается, и нельзя рѣшить вопроса, насколько данные нервные симптомы находятся въ непосредственной зависимости отъ патологическаго страданія, полезно бываетъ прибѣгнуть къ методу исключенія, т. е., допустить, быть можетъ на время, что гинекологическое состояніе не играетъ здѣсь видной роли и тѣмъ временемъ *лечить нейрастэнію по общимъ правиламъ*. Поступать такимъ образомъ мы имѣемъ тѣмъ болѣе основанія, помня, что нерѣдко и первичныя нервныя болѣзни могутъ производить очень значительное вліяніе на функцію и даже на отношенія въ строеніи половыхъ органовъ. Не слѣдуетъ забывать также и того, что послѣ подѣйствовавшихъ на организмъ особенно *сильныхъ вредныхъ вліяній*, какъ-то: испуговъ и другихъ сильныхъ душевныхъ движеній, а также послѣ перенесенныхъ тяжелыхъ формъ дифтерита, скарлатины, тифа, наблюдаемыя нервныя страданія и одновременная женская болѣзнь не находятся между собою въ причинной связи, а представляютъ лишь одновременное совпаденіе (coëffect).

Но если въ подобномъ случаѣ вы настолько оріентировались, что, усмотрѣвши *гинекологическое* страданіе, находите возможнымъ приступить къ его *леченію*, то таковое совершаете по тѣмъ общимъ правиламъ, которыя хорошо извѣстны вамъ изъ курса. Какимъ бы невиннымъ и незначительнымъ ни представлялось вамъ найденное измѣненіе въ половыхъ органахъ: простая ли ссадина, или

доступный леченію периметритическій тяжъ, ими никогда не слѣдуетъ пренебрегать. Это должно быть возведено въ *принципъ*. Вспомните приведенный выше случай упорнаго кашля, подобныхъ которому можно найдти въ медицинской казуистикѣ, вѣроятно, не одну тысячу. Примите во вниманіе, что такимъ леченіемъ вы во всякомъ случаѣ удаляете одного изъ вѣрныхъ болѣзненныхъ раздражителей и тогда указанный принципъ безъ дальнѣйшихъ разсужденій установится прочно въ вашихъ воззрѣніяхъ.

Вообще же, при леченіи разсматриваемыхъ осложненныхъ случаевъ, гдѣ, несомнѣнно, существуетъ и самостоятельное страданіе нервной системы, даже и строгому спеціалисту-гинекологу нельзя успѣшно дѣйствовать безъ того, чтобы не обращать вниманія и *на психику* больной. При изложеніи симптоматологіи истеричныхъ я указывалъ уже на то, какое огромное вліяніе въ самочувствіи больной играетъ обстановка и сосредоточеніе вниманія на субъективныхъ ощущеніяхъ. Поэтому не забывайте давать совѣтъ и въ сказанномъ направленіи, разумѣется по стольку, по скольку это будетъ въ вашихъ силахъ и власти. Весьма часто, назначая такой больной чтеніе соотвѣтствующей книги или извѣстное занятіе, вы можете содѣйствовать укрѣпленію ея силы воли, а слѣдовательно, сдѣлаете ее болѣе способной противустоять появленію истерическихъ припадковъ. Если не всегда въ силахъ врача и вообще обстоятельствъ перемѣнить обстановку, измѣнить условія жизни въ данномъ случаѣ, но разъ вы пришли къ убѣжденію, что именно въ нихъ заключается одна изъ вызывающихъ причинъ, то вы не устанете настойчиво повторяемыми совѣтами и развитіемъ такой идеи убѣждать [1]), и больную, и окружающихъ въ необходимости подобной мѣры, даже хотя на время. Невропатологи въ спеціальныхъ случаяхъ, для поднятія психическаго здоровья такихъ больныхъ, стараются широко развивать тѣ мѣры, которыя, дѣйствуя непосредственно на умъ и чувства женщины, заключаютъ въ себѣ чистый источникъ здороваго психическаго возбужденія, т. е. такія мѣры, которыя имѣютъ цѣлію замѣ-

---

[1]) Въ моемъ *Отчетѣ Лечебницы* (изданіе Извѣстій Университета Св. Владиміра, 1886 г.) я особенно развивалъ ту идею, что при леченіи хроническихъ женскихъ болѣзней, соединенныхъ съ нервнымъ состояніемъ, существенно необходимо, чтобы лечащій врачъ обладалъ рѣшительной волей и методически преслѣдовалъ опредѣленный планъ леченія. Въ противномъ случаѣ, какъ показываетъ опытъ, всякая лучшая терапія оказывается безсильною.

нять низшіе чувственные возбудители высшими психическими. Этого золотаго правила нельзя упускать изъ виду и гинекологу. Вообще же практическому врачу при леченіи женщинъ, особенно интеллигентныхъ, слѣдуетъ хорошо знать, что сфера женскаго интеллекта есть по преимуществу сфера добра, высоты и тонкости чувства.— Наконецъ, касаясь здѣсь области психическаго леченія, не могу не указать вамъ на то, что у современныхъ нашихъ паціентокъ нерѣдко нервная система достигаетъ слишкомъ большаго напряженія отъ стремленія къ невозможному, отъ стремленія иногда къ недосягаемому идеалу, или же, что чаще, къ положенію, которое не по силамъ. Къ такой категоріи должны быть между прочимъ отнесены болѣзни вдовъ, на которыхъ всегда лежитъ извѣстный отпечатокъ разстроенной иннервації, отъ усиленныхъ заботъ о себѣ и о дѣтяхъ, заботъ, соединенныхъ съ постояннымъ давящимъ чувствомъ одиночества и отсутствія довольства у домашняго очага, гдѣ по преимуществу возможно здоровое самочувствіе женщины.

Возвращаясь къ соматическому леченію, на основаніи вышесказаннаго, я долженъ здѣсь особенно подчеркнуть о важности *профилактическихъ мѣръ* для дѣвушекъ, имѣющихъ наслѣдственное предрасположеніе къ разсматриваемымъ болѣзнямъ. Мѣры эти должны заключаться въ удаленіи подобныхъ дѣвушекъ отъ возможности къ переимчивости; при воспитаніи ихъ должно быть обращаемо вниманіе на преимущественное развитіе ихъ физическаго здоровья. Такихъ дѣвушекъ слѣдуетъ какъ можно меньше интеллигентно развивать, а больше учить домашнему и сельскому хозяйству; вообще надо заботиться, чтобы воспитаніе ихъ имѣло цѣлію развитіе здороваго духа, твердости воли, привычки подавлять боли и—способности къ борьбѣ съ собою. Затѣмъ, еще разъ напомню, что леченіе хлороза, анэміи, гидрэміи должно быть во главѣ всякаго предпринимаемаго вами леченія у женщинъ.—Не забывайте также, что при упадкѣ питанія, въ послѣднее время несомнѣнно благопріятные результаты получаются отъ леченія по способу Weir-Mitschell'я съ уединеніемъ, покоемъ, массажемъ, насильственнымъ кормленіемъ и леченіемъ электричествомъ.

Въ заключеніе всего сдѣланнаго мною обозрѣнія нервныхъ страданій у нашихъ больныхъ, имѣя въ виду преимущественно практическую сторону дѣла, для предстоящей вамъ дѣятельности, я считаю необходимымъ еще разъ запечатлѣть въ вашей памяти то основ-

ное положеніе, которымъ вы всегда должны руководствоваться въ подобныхъ осложненныхъ случаяхъ и отъ котораго будетъ зависѣть *успѣхъ въ леченіи. Онъ будетъ зависѣть прежде всего отъ точности поставленной діагностики, затѣмъ, отъ степени внимательнаго отношенія вашего къ индивидуальности даннаго случая и уже наконецъ и отъ соотвѣтственнаго тому выполненія плана назначеннаго леченія.*

Какъ ни кратки и неполны могли бы съ перваго взгляда казаться изложенныя мною сегодня свѣдѣнія, но я считаю ихъ достаточными для той цѣли, которая здѣсь преслѣдуется, цѣли, общаго образованія вашего, какъ будущихъ практическихъ врачей. Достаточными и для того, чтобы и мнѣ самому имѣть ту высокую для преподавателя надежду, что слышанное здѣсь побудитъ васъ къ еще большей самостоятельной разработкѣ существующихъ и намѣченныхъ въ настоящей лекціи вопросовъ. Я надѣюсь на это тѣмъ болѣе, что въ матеріалѣ къ тому ни у кого изъ васъ недостатка не будетъ, ибо нервныя страданія составляютъ злобу дня. Каждый занимающійся этимъ предметомъ, кромѣ принесенія той огромной услуги, въ которой такъ нуждается современный вѣкъ, при доброй волѣ и благопріятныхъ обстоятельствахъ, въ этой области, быть можетъ, скорѣе и легче чѣмъ въ другой будетъ содѣйствовать еще и поступательному движенію науки—что, безъ сомнѣнія, составляетъ завѣтную мечту всякаго истиннаго научно-образованнаго дѣятеля!

Санитарное значеніе олеомаргарина и способы опредѣленія подмѣсей посторонних̈ъ жировъ къ коровьему маслу.

Врача **С. И. Киричинскаго.**

(Статья эта in extensu читана въ засѣданіи Общества Кіевскихъ Врачей 18 марта 1890 года).

Вопросъ объ удешевленіи пищевыхъ продуктовъ въ послѣднее время, не безъ основанія, волнуетъ умы многихъ людей. Одни ждутъ разрѣшенія этой диллемы отъ всевозможныхъ реформъ, другіе хотятъ достигнуть той же цѣли другимъ путемъ, путемъ увеличенія числа пищевыхъ продуктовъ, замѣной естественныхъ дорогихъ продуктовъ болѣе дешевыми искусственными. Въ этомъ отношеніи большія надежды возлагаются на новѣйшую химію, которой, путемъ синтеза, удалось уже получить много органическихъ тѣлъ (болотный газъ, алкоголь, мочевина и т. п.).

Одинъ изъ представителей этого направленія д-ръ Ferdinand Cohn [1]) въ берлинскомъ собраніи естествоиспытателей и врачей высказалъ мысль, что вопросъ о насущномъ хлѣбѣ онъ считаетъ рѣшеннымъ, лишь только химія научитъ изъ угольной кислоты и воды получать крахмалъ, а проф. V. Meyer [2]) въ своихъ „Chemische Probleme der Gegenwart“ говоритъ, что „источникомъ питанія человѣчества должна стать древесина, и разъ эта проблема будетъ рѣшена—лѣса, трава, даже солома и мякина сдѣлаются неизсякаемымъ источникомъ питанія человѣчества“. Съ этой точки зрѣнія нужно

---

[1]) V. Meyer. Chemsiche Probleme der Gegenwart. 1890.

[2]) Id.

смотрѣть на мысль Наполеона III замѣнить дорогое коровье масло суррогатомъ масла—маргариномъ. Мысль несомнѣнно очень похвальная; вопросъ только на сколько изобрѣтеніе Mège-Mouries отвѣчаетъ своей цѣли и назначенію. Маргариновый вопросъ волновалъ и до сихъ поръ не перестаетъ волновать З. Европу и Россію, и въ то время когда въ однѣхъ странахъ продажа маргарина допущена уже правительствомъ, другія страны, считая маргаринъ вреднымъ пріобрѣтеніемъ новѣйшаго времени, продолжаютъ запрещать фабрикацію и продажу этого „новаго пищеваго продукта“. Такое неопредѣленное состояніе маргариноваго вопроса имѣетъ много невыгодныхъ сторонъ, принимая особенно во вниманіе возможность частой и трудно открываемой фальсификаціи со стороны фабрикантовъ и торговцевъ. О маргаринѣ говорятъ чуть-ли не по всей Россіи, но, понятно, больше всего въ большихъ центрахъ народонаселенія, гдѣ сбытъ и потребленіе масла сравнительно велики. Такъ напримѣръ, не дальше какъ зимой прошлаго 1889 г. вопросъ о маргариновомъ маслѣ взволновалъ населеніе нашей столицы до того, что градоначальникъ счелъ необходимымъ образовать особую комиссію для его обсужденія подъ своимъ личнымъ предсѣдательствомъ съ участіемъ профессоровъ медицинской академіи и врачей. Въ Кіевѣ, правда, до того недоходило, хотя сплошь и рядомъ раздаются жалобы кіевскихъ обывателей, что въ лавкахъ нельзя купить настоящаго коровьяго масла и что торговцы, подъ именемъ масла, продаютъ „чистый маргаринъ“. Въ публикѣ циркулируетъ много невѣрныхъ и ложныхъ мнѣній о способѣ приготовленія маргарина; изъ врачей только нѣкоторые обстоятельно знакомы съ этимъ вопросомъ, а ученые спеціалисты, которымъ правительства поручали высказать свое окончательное мнѣніе объ этомъ „новомъ пищевомъ продуктѣ“ дали совершенно противоположные отвѣты. Такъ Boudet, занимавшійся этимъ вопросомъ по порученію Conseil d'Hygiene publique et de la salubrité du Departement de la Seine, вмѣстѣ съ Boussingault и Poggiel'емъ высказался за разрѣшеніе продажи маргарина; предложеніе его было принято санитарнымъ совѣтомъ, и въ 1872 году во Франціи было разрѣшено продавать маргаринъ, но запрещено называть его масломъ.

Въ Россіи благопріятный отзывъ о маргаринѣ дали проф. Катарра, Ходневъ и Трапшъ. Послѣдній въ 1874 году произвелъ анализъ маргариноваго масла, и, по его мнѣнію, какъ гласитъ оффи-

ціальный документъ, „маргариновое масло представляетъ одно изъ существенно важныхъ пріобрѣтеній для народнаго продовольствія". Таково было мнѣніе о маргаринѣ въ 70-хъ годахъ, когда онъ впервые появился на рынкѣ, но не прошло и десятка лѣтъ, какъ благопріятный отзывъ ученыхъ о маргаринѣ уступилъ свое мѣсто другому.

Уже въ 1880 году Парижская медицинская академія высказалась противъ введенія маргарина въ общественныхъ заведеніяхъ и больницахъ во 1-хъ потому, что маргаринъ пригоденъ лишь для приготовленія небольшаго числа блюдъ (рагу, бобы, горохъ), въ другихъ блюдахъ онъ портитъ ихъ вкусъ, во 2-хъ у лицъ, привыкшихъ къ блюдамъ, приготовленнымъ на коровьемъ маслѣ, маргаринъ, въ силу непривычки къ нему, можетъ оказывать иногда вредное вліяніе. Позже въ 1887 году нашъ Медицинскій Совѣтъ, въ отвѣтъ на запросъ министерства государственныхъ имуществъ писалъ: „должно быть совершенно воспрещено приготовленіе олеомаргарина, какъ пищеваго вещества, ибо, по отзыву нѣкоторыхъ извѣстныхъ врачей, продолжительное употребленіе этого продукта въ смѣси съ пищей оказывается не всегда безвреднымъ, но нерѣдко вызываетъ упорные желудочно-кишечные катарры". Не смотря на такое категорическое заявленіе Медицинскаго Совѣта, въ Петербургѣ и Царскомъ Селѣ было открыто нѣсколько маргариновыхъ фабрикъ, которыя до сихъ поръ, кажется, не стѣсняясь, снабжаютъ нашу столицу и ея окрестности искусственнымъ масломъ. Объ этомъ маслѣ въ Петербургѣ говорили очень много, и между прочимъ С.-П—ское медицинское общество въ засѣданіи своемъ 7 марта 1889 года приняло слѣдующее рѣшеніе: маргаринъ, вслѣдствіе условій приготовленія его, вреденъ для здоровья, а потому, какъ продуктъ пищевой, долженъ быть изъятъ изъ продажи.

Чтобы выяснить такое противорѣчіе въ мнѣніяхъ и отзывахъ различныхъ ученыхъ о нашемъ „новомъ пищевомъ продуктѣ" нужно сказать нѣсколько словъ объ исторіи маргарина.

Въ 1869 году Mège-Mouriés, по порученію Наполеона III-го, впервые приготовилъ суррогатъ масла, который нашелъ себѣ легкій сбытъ на парижскомъ рынкѣ и во время франко-прусской войны сослужилъ парижанамъ большую службу. Вскорѣ Mège-Mouriés не замедлилъ пріобрѣсть привиллегію на свое изобрѣтеніе въ Англіи,

Голландіи, Бельгіи и другихъ странахъ. Въ 73 году маргаринъ появился въ С. Америкѣ, гдѣ техническая часть этого дѣла мѣстнымъ обществомъ United-Stattes Dairy Company была поручена химику H. Mott'y. Въ Россіи первая фабрика была открыта въ Петербургѣ въ 1874 году французомъ Артуромъ Мариксомъ, который получилъ привиллегію на 10 лѣтъ.

Способъ Mège-Mouriés въ общемъ состоитъ въ слѣдующемъ: тщательно вымытый и очищенный говяжій жиръ (околопочечный) смѣшивается съ искусственнымъ желудочнымъ сокомъ (смѣсь изъ кусочковъ овечьяго желудка, фосфорно-кислаго кальція и поваренной соли). Смѣсь эта подогрѣвается до 45° С., и на этой высотѣ температура поддерживается въ теченіи двухъ часовъ, послѣ чего верхній жидкій слой жира сливается въ особые кристаллизаціонные сосуды. Застывшій жиръ разрѣзывается на куски и подвергается умѣренному давленію гидравлическаго пресса, благодаря чему выжимается около 60% олеомаргарина. Полученный продуктъ смѣшивается тогда съ коровьимъ масломъ, кислымъ молокомъ, сливками, содой, поваренной солью, куриными яйцами, кумариномъ и подкрашивается куркумой или орлеаномъ. Приготовленный добросовѣстно и lege artis маргаринъ обладаетъ пріятнымъ запахомъ и вкусомъ и, повидимому, ничѣмъ не отличается отъ хорошаго майскаго масла. На сколько удачна иногда бываетъ поддѣлка въ этомъ отношеніи видно изъ слѣдующихъ фактовъ: на сельско-хозяйственной выставкѣ въ Лондонѣ, искусственному маслу была присуждена первая награда и ошибка экспертовъ была обнаружена только самимъ экспонентомъ; на молочной выставкѣ въ Гамбургѣ въ 1877 и гигіенической въ Нью-Іоркѣ въ 1877 эксперты тоже приняли искусственное масло за натуральное.

По своему химическому составу маргаринъ, повидимому, немногимъ отличается отъ настоящаго коровьяго масла. Такъ по List'y [1]) на 100 частей приходится:

	жиръ.	казеинъ.	зона.	вода.	
въ хорошемъ маслѣ	86,06	0,42	0,12	13,77	Moser.
„ плохомъ маслѣ	82,60	0,72	0,2	17,08	Moser.
„ маргаринѣ Mège-Mouriès	86,24	1,2		12	Boudet.
„ „ Mott'a	89,67	0,26	2,58	7,49	Peterson.

[1]) List. Deutsche Industriezeit 79. 354.

Однако не смотря на одинаковое почти процентное содержаніе жира, разница между масломъ и маргариномъ есть въ самомъ составѣ жировъ: въ то время когда въ маргаринѣ находятся исключительно кислоты стеариновая, пальметиновая (отъ 60—70%) и олеиновая (отъ 40—26%), въ маслѣ находится стеарина только 42%, пальметина 20%, жидкаго олеина 28% и около 10% растворимыхъ въ водѣ летучихъ жирныхъ кислотъ, которыя въ маргаринѣ совершенно отсутствуютъ. Таковъ маргаринъ Mège-Mouriés и Mott'a. Къ сожалѣнію послѣдующіе предприниматели, желая извлечь возможно больше выгоды, ввели столько важныхъ отступленій въ способѣ Mège-Mouriés, что отъ его способа не осталось почти ничего. Начать съ того, что сортировка сала ведется крайне небрежно, обработка желудочнымъ сокомъ не производится, маргаринъ приготовляется не только изъ говяжьяго жира и сала, но также изъ растительныхъ жировъ (рѣпачнаго, подсолнечнаго и другихъ). Плохо измельченное сало растапливается не при t^0 45° С., а при 60° С. и выше съ цѣлью способствовать большему переходу стеарина; для уничтоженія дурнаго запаха, сало обрабатывается предварительно азотной и сѣрной кислотой (Америка); для увеличенія вѣса, къ маргарину подмѣшиваютъ иногда талькъ, угле-свинцовую соль и т. п., въ нѣкоторыхъ случаяхъ обнаружена примѣсь нефти, вазелина и т. п. (Америка); вообще все производство ведется крайне небрежно, и, по провѣреннымъ административнымъ разслѣдованіямъ оказалось, что на заводѣ въ Царскомъ Селѣ пользуются нерѣдко саломъ, добытымъ даже изъ падали.

Неудивительно послѣ этого, почему профессоръ Пель въ засѣданіи С.-П—каго медицинскаго общества рѣшительно высказался противъ маргарина: онъ изслѣдовалъ бактеріологически петербургское искусственное масло и уже на третій день получилъ прекрасныя разводки различныхъ микроорганизмовъ, изъ которыхъ нѣкоторые принадлежали несомнѣнно къ разлагающимъ бѣлки съ образованіемъ амидо-кислотъ, индоля и скатоля.

Тѣмъ, по мнѣнію проф. Пеля, и вреденъ маргаринъ, что, содержа бѣлки и разлагающія бѣлки палочки, маргаринъ содержитъ и продукты гнилостнаго разложенія бѣлковъ.

Для подтвержденія факта вреднаго вліянія маргарина нѣтъ еще достаточнаго числа точныхъ наблюденій, тѣмъ не менѣе это предпо-

ложеніе не лишено основанія: такъ въ 1881 г. въ Чикаго [1]) свирѣпствовала болѣзнь, называемая зимнею холерой, которую мѣстные врачи ставили въ зависимость отъ употребленія „буттерина“ (маргаринъ изъ свинаго жира), а д-ръ Корсцкій [2]) имѣлъ, будто бы, не разъ случай убѣдиться на себѣ и на другихъ, что одесское „масло“ легко вызываетъ разстройство желудочно-кишечнаго канала.

Такимъ образомъ понятны противорѣчивые отзывы различныхъ ученыхъ о маргаринѣ: въ то время когда первые имѣли дѣло съ маргариномъ Mège-Mouriès и Mott'a, который до извѣстной степени можетъ замѣнить коровье масло, предметомъ сужденія вторыхъ былъ продуктъ очень темнаго и сомнительнаго происхожденія, который по этому уже одному не можетъ считаться даже „пищевымъ продуктомъ“ и долженъ быть совершенно изъятъ изъ торговли.

Спрашивается однако, на сколько маргаринъ Mège-Mouriès можетъ замѣнить коровье масло и насколько безопасно и полезно можетъ быть его употребленіе. На основаніи присутствія въ маслѣ летучихъ жирныхъ кислотъ a priori можно предположить, что масло усвоивается организмомъ лучше, чѣмъ маргаринъ. Дѣйствительно, по наблюденіямъ Mayer'a и Rubner'a коровье масло усвоивается въ количествѣ 98%, маргаринъ около 96%, свиной жиръ 98%, топленый жиръ 92%, а бараній только 90%. Къ такимъ же почти результатамъ пришелъ и д-ръ Флёринъ въ своей диссертаціи [3]) и студенты Hultgsen и Lauderquen въ Стокгольмѣ [4]). Лучшее усвоеніе маргарина, сравнительно съ топленымъ жиромъ или саломъ, обусловливается способомъ приготовленія и обработки, которой подвергается жиръ на маргариновыхъ фабрикахъ. Результаты всѣхъ этихъ изслѣдователей говорятъ, повидимому, въ пользу маргарина, принимая во вниманіе низкую цѣну маргарина по сравненію съ коровьимъ масломъ, но къ сожалѣнію блюда, приготовленныя на маргаринѣ, имѣютъ непріятный вкусъ, какъ показали прямыя наблюденія Berthelot, Vulpian'a и другихъ, а выигрышъ въ усвоеніи нѣсколькихъ лишнихъ процентовъ при маргаринѣ сопряженъ съ большими невыго-

---

[1]) Объ олеомаргаринѣ. Д-ра м-ны Смоленскаго.

[2]) Прот. засѣд. С.-П.-В. Мед. Общ. 7 марта 1889 г.

[3]) Къ вопросу о сравнительномъ усвоеніи искусственнаго и натуральнаго масла и топленаго сала здоровыми людьми. Спб. 1890 г.

[4]) «Врачъ» № 4, 1890 г. стр. 96.

дами, чѣмъ это обыкновенно думаютъ. Довольно упомянуть о томъ, какъ часто торговцы могутъ обманывать покупателей, продавая вмѣсто масла маргаринъ. О томъ, что плохой маргаринъ вреденъ для здоровья, нечего говорить—употребленіе даже маргарина Mège-Mouriès сопряжено съ нѣкоторыми опасностями для здоровья. При приготовленіи маргарина по системѣ Mège-Mouriès температура не должна повышаться выше 45° С., а извѣстно, что такая температура совершенно недостаточна для уничтоженія паразитовъ и патогенныхъ микробовъ, которые поэтому свободно могутъ перейти изъ сала въ „масло". Дѣйствительно, въ свиномъ салѣ найдены трихины (Chatin), а въ американскомъ олеомаргаринѣ между прочимъ яички ленточныхъ глистъ (Piper).

Такимъ образомъ изъ этого краткаго обзора видно, что даже самый лучшій маргаринъ никогда не можетъ вполнѣ замѣнить настоящее коровье масло. Въ маргаринѣ нѣтъ и не можетъ быть летучихъ жирныхъ кислотъ, которыя, кромѣ своей питательности и легкой усвояемости, *играютъ крайне важную роль вкусовыхъ веществъ*. Какъ суррогатъ масла, маргаринъ можетъ быть допущенъ въ продажу и употребленіе его небогатыми классами народонаселенія, благодаря низкой цѣнѣ, можетъ быть сопряжено съ извѣстной пользой и удобствомъ; однако фабрикація и продажа этого „новаго пищеваго продукта" должна находиться подъ самымъ строгимъ правительственнымъ надзоромъ ввиду возможно частой и крайне вредной для народнаго здоровья фальсификаціи со стороны торговцевъ и фабрикантовъ, и способы открытія поддѣлокъ въ этой сферѣ должны сдѣлаться достояніемъ возможно большаго числа врачей и спеціалистовъ.

Имѣя ввиду интересъ, представляемый съ санитарной точки зрѣнія маргариновымъ вопросомъ, я занялся изученіемъ и провѣркой предложенныхъ различными учеными способовъ съ цѣлью точнѣе опредѣлить и отличить маргаринъ отъ масла. Для провѣрки каждаго способа я пользовался завѣдомо коровьимъ масломъ отъ частныхъ лицъ, и, послѣ того какъ усвоилъ себѣ вполнѣ данный способъ и сталъ получать идентичные результаты, различные сорты продажнаго кіевскаго масла и жировъ я подвергалъ тѣмъ же точно манипуляціямъ съ соблюденіемъ всѣхъ деталей. Такимъ путемъ мнѣ хотѣлось рѣшить еще вопросъ, на сколько вѣрно ходячее мнѣніе кіевской

публики, что почти невозможно купить неподдѣльнаго масла такъ какъ торговцы, вмѣсто масла, продаютъ „чистый маргаринъ“.

Способовъ для открытія въ маслѣ примѣси посторонних жировъ предложено очень много; они раздѣляются на, такъ называемые, упрощенные и болѣе точные-химическіе. Къ первымъ относится: опредѣленіе температуры плавленія и застыванія жировъ, опредѣленіе удѣльнаго вѣса, цвѣта, вкуса, запаха, растворимости въ различныхъ жидкостяхъ и т. п.

Несостоятельность всѣхъ этихъ способовъ достаточно доказана теоретически и практически. Пользуясь только упрощенными способами изслѣдованія, основанными главнымъ образомъ на физическихъ свойствахъ жировъ, можно высказать большее или меньшее подозрѣніе, но прійти къ положительнымъ и безошибочнымъ результатамъ почти невозможно. Ввиду этого я рѣшилъ отказаться отъ упрощенныхъ способовъ а съ самого начала обратился къ химическимъ способамъ изслѣдованія, которые одни, при теперешнемъ состояніи науки, могутъ дать прямой и положительный отвѣтъ.

Въ настоящее время существуетъ нѣсколько химическихъ способовъ, изъ которыхъ самими лучшими считаются, безъ сомнѣнія, способъ Hehner'a, видоизмѣненный Reicherto'мъ, способъ Koettstorfer'a и способъ англійскаго ученаго Hübl'я.

Въ основу первыхъ двухъ способовъ легъ фактъ, впервые точно установленный Hehner'омъ и Angell'омъ въ 1874 году, что въ коровьемъ маслѣ находится около 10% летучихъ жирныхъ кислотъ (масляная $C_4H_8O_2$, капроновая $C_6H_{12}O_2$, каприловая $C_8H_{16}O_2$ и каприновая $C_{10}H_{20}O_2$), которыхъ нѣтъ ни въ салѣ, ни въ какомъ нибудь другомъ жирѣ растительнаго или животнаго происхожденія. О присутствіи въ маслѣ летучихъ кислотъ знали и раньше но думали (Chevreil), что ихъ находится не больше $1—2\%$ [1]). На этомъ основаніи Hehner, съ цѣлью отличить масло отъ маргарина, предложилъ свой способъ опредѣленія въ жирѣ нерастворимыхъ жирныхъ кислотъ.

---

[1]) Объ олеомаргаринѣ. Смоленскаго. С.-Пб. 1889.

Способъ Hehner'a и Angell'я.

Изслѣдованіе масла по Hehner'у, въ общихъ чертахъ, производится слѣдующимъ образомъ: опредѣленное количество (отъ 2,0—5,0) профильтрованнаго масла (Butterfett) или жира обмыливается спиртовымъ растворомъ ѣдкаго кали, полученныя мыла (калійныя соли жирныхъ кислотъ) разлагаютъ разбавленной сѣрной кислотой и затѣмъ тщательной промывкой на фильтрѣ стараются отдѣлить растворимыя жирныя кислоты (масляная, капроновая и т.) отъ нерастворимыхъ (стеариновая, пальметиновая и олеиновая); послѣднія высушиваются и взвѣшиваются. По Hehner'у и Angell'у животные жиры (сало, говяжій жиръ и т.) и растительные содержатъ въ среднемъ 95,5% нерастворимыхъ кислотъ, въ то время когда въ коровьемъ маслѣ ихъ среднимъ числомъ заключается 85,85% (отъ 85,4—86,2). Способъ этотъ былъ провѣренъ многими изслѣдователями (Bell, Kretzschmar, Jch, Reichart Heintz и др.), найденъ довольно точнымъ и только нѣкоторые (Heintz) [1]) находили въ коровьемъ маслѣ больше твердыхъ кислотъ, т. е. вмѣсто 85,85%—90% и даже 91,1%. Принимая во вниманіе значительное колебаніе въ содержаніи нерастворимыхъ кислотъ въ маслѣ (отъ 85%—91%), приходится отказаться отъ этого способа для нашей цѣли, т. е. для открытія примѣси маргарина (жира) къ маслу, но ввиду рѣзкаго постоянства въ содержаніи нерастворимыхъ кислотъ въ жирахъ (95,5%) этимъ способомъ по нѣкоторымъ (Fleischmann) съ удобствомъ можно пользоваться для опредѣленія примѣси масла къ маргарину.

Способъ этотъ, не имѣя особенныхъ преимуществъ, сопряженъ съ большими техническими трудностями при промывкѣ на фильтрѣ нерастворимыхъ кислотъ и, при своемъ изслѣдованіи кіевскаго масла, этимъ методомъ я совершенно не пользовался. Способъ Hehner'a и Angell'я довольно удачно видоизмѣненъ Reichert'омъ [2]) изъ Freiburg'a, который въ 1876 году предложилъ опредѣлять въ маслѣ летучія, въ водѣ растворимыя, жирныя кислоты.

---

[1]) Jahres Bericht 1880.

[2]) E. Reichert. Zeitschritt f. analyt. Chemie XVIII. p. 68. 1879.

Способъ Reichert'a.

По Reichert'у изслѣдованіе ведется слѣдующимъ образомъ: въ небольшую колбу (вмѣстимостью около 150 к. с.) отвѣшиваютъ 2,5 грм. высушеннаго и профильтрованнаго черезъ вату масла, обмыливаютъ его на водяной банѣ спиртовымъ растворомъ ѣдкаго калія (1 grm KHO и 20 куб. с. 80% спирта), образовавшіяся мыла раалагаютъ разбавленной сѣрной кислотой (20 куб. с. H_2SO_4 1:10); растворивши ихъ предварительно въ 50 куб. с. дист. воды, и затѣмъ все это подвергаютъ медленной перегонкѣ. Во избѣжаніе сильныхъ толчковъ и взрывовъ перегоняемой жидкости въ колбочку бросаютъ кусочки пемзы или черезъ жидкость пропускаютъ медленную струю воздуха. Вмѣстѣ съ летучими кислотами часто переходятъ въ небольшомъ количествѣ и твердыя кислоты, по этому дистиллятъ нужно пропускать черезъ смоченный водой фильтръ. Первыя порціи дистиллята (около 15 куб. с.) переливаютъ обратно въ колбу и перегонку продолжаютъ до тѣхъ поръ, пока не получится ровно 50 куб. с. прозрачнаго свѣтлаго дистиллята. Въ дистиллятъ переходятъ всѣ (?) летучія кислоты, которыя титруются $^1/_{10}$ нор. растворомъ ѣдкаго калія въ присутствіи лакмуса. По Reichert'у для нейтрализаціи полученныхъ при такихъ условіяхъ летучихъ жирныхъ кислотъ въ 50 куб. сан. дистиллята требуется среднимъ числомъ 13,75 (отъ 13,5—14,5 и больше) или проще 14 куб. с. $^1/_{10}$ нормальнаго ѣдкаго калія, въ то время когда другіе жиры, обработанные такимъ точно способомъ, требуютъ въ 50—60 разъ меньше щелочи такъ: свиной жиръ 0,30, говяжій 0,25, рѣпачное масло 0,25 куб. сан. $^1/_{10}$ нор. KHO; маргаринъ, въ которомъ нѣтъ значительной примѣси коровьяго масла, даетъ приблизительно такія же числа (0,95 куб. с. Reichert). Кромѣ того Reichert показалъ, что примѣсь къ коровьему маслу различныхъ жировъ значительно отражается на потребленіи ѣдкой щелочи; такъ напр. въ случаѣ примѣси 40% свинаго сала къ маслу требуется не 14,3 куб. с. а только 8,3 куб. с. ѣдкой щелочи; на основаніи своихъ изслѣдованій онъ даетъ даже формулу (B=7,20 (n—0,32) и n=0,1389 B+0,32) для приблизительнаго опредѣленія % содержанія въ маслѣ посторонниихъ жировъ. Изслѣдуя много сортовъ масла Reichert приходитъ къ заключенію, что всякое

масло, которое требуетъ для нейтрализаціи своихъ кислотъ больше 13 куб. с. щелочи, должно считаться неподдѣльнымъ коровьимъ масломъ, если же для его нейтрализаціи требуется меньше 12,5 куб. с. КНО, то въ маслѣ нужно подозрѣвать примѣсь постороннихъ жировъ. При послѣдующихъ изслѣдованіяхъ оказалось, что числа, установленныя Reichert'омъ слишкомъ высоки, такъ по Virchov'y [1]) елкое масло даетъ только 12 куб. с. КНО, а Munier [2]) показалъ, что процентное содержаніе летучихъ и твердыхъ (нерастворимыхъ) кислотъ въ коровьемъ маслѣ довольно рѣзко колеблется въ зависимости отъ времени года: въ весенніе и лѣтніе мѣсяцы летучихъ кислотъ больше и соотвѣтственно этому количество твердыхъ кислотъ уменьшается, осенью же и зимой наоборотъ; летучихъ кислотъ меньше всего въ маслѣ отъ октября до января, въ февралѣ замѣчается рѣзкое увеличеніе въ содержаніи растворимыхъ кислотъ, которое продолжается до августа, послѣ котораго кислотъ становится все меньше и меньше; поэтому по Munier'y Reichert'овское число должно колебаться между 11 и 15.

Приступая къ точной провѣркѣ этого способа я вынужденъ былъ сдѣлать въ немъ нѣсколько поправокъ. Отступленія сдѣланы мною потому что, слѣдуя въ точности Reichert'y, я не могъ получить согласныхъ между собою результатовъ: такъ несомнѣнно сливочное масло давало Reichert'овское число не больше 11-ти, а одно и тоже масло при повторныхъ изслѣдованіяхъ давало не одинаковыя числа. Приписывая этотъ фактъ спирту, который неравномѣрно улетучивается при обмыливаніи масла, я старался прибавлять не больше 8—9 куб. с. спирта и затѣмъ осторожно отгонялъ его на водяной банѣ до полученія сыропообразнаго остатка. При такомъ веденіи дѣла разложенія мыла не происходитъ и образованія летучихъ эфировъ не наблюдалось; по крайней мѣрѣ запаха какого нибудь не ощущалось. Затѣмъ слѣдуя Reichert'y, я прибавлялъ 50 куб. с. воды и растворивши тщательно мыла, разлагалъ ихъ сѣрной кислотой (20 к. с. H_2SO_4 1:10). При перегонкѣ я пропускалъ черезъ жидкость медленную струю воздуха, пользуясь для этого приспособленіемъ, напоминающимъ аспираторъ (двѣ банки съ водой,

---

[1]) Jahres Bericht 1881.

[2]) Munier. Zeitschrifs f. analyt. Chemie 1882 S. 394.

соединенныя длинной каучуковой трубкой). При дистилляціи жирныхъ кислотъ, въ случаѣ присутствія большаго количества спирта и сѣрной кислоты, образуется много эфировъ кислотъ масляной, капроновой и другихъ, при чемъ въ комнатѣ слышенъ пріятный ананасный запахъ, и до извѣстной степени, образовавшіеся въ большомъ количествѣ, эфиры не могутъ оставаться безъ вліянія на окончательный результатъ изслѣдованія; ввиду этого, мнѣ кажется, является безспорно необходимость удалять совершенно спиртъ при обмыливаніи масла. Полученный дистиллятъ въ количествѣ равномъ 50 куб. с. я титровалъ $^1/_{10}$ нор. ѣдкимъ каліемъ въ присутствіи фенолфталеина.

Такому изслѣдованію я подвергалъ говяжій жиръ, свиное сало и различные сорта масла продажнаго и полученнаго отъ частныхъ лицъ. Подобно Reichert'у и другимъ изслѣдователямъ я могъ убѣдиться, что жиръ свиной и говяжій почти совершенно не содержатъ летучихъ кислотъ, между тѣмъ какъ въ коровьемъ маслѣ послѣднія находятся въ сравнительно большомъ количествѣ. Числа, полученныя мною, слѣдующія: для жира и сала отъ 0,25 до 0,35 куб. сан. $^1/_{10}$ N. KHO, для сливочнаго масла 14 (отъ 12—16,6), для соленаго 12 (отъ 11—13); кромѣ того три сорта купленнаго въ лавочкахъ масла дали слишкомъ низкія цифры отъ 8,4—10,2 и я думаю, что это были масла съ примѣсью постороннихъ животныхъ жировъ.

Способъ Koettstorfer'a.

На основаніи работъ того же Hehner'a о присутствіи въ маслѣ летучихъ жирныхъ кислотъ д-ръ Koettstorfer [1]) изъ Фіуме предложилъ свой способъ для опредѣленія примѣси постороннихъ жировъ въ маслѣ. Koettstorfer исходилъ изъ того положенія, что въ маслѣ, благодаря присутствію летучихъ кислотъ съ малымъ молекулярнымъ вѣсомъ, находится больше кислотныхъ молекулъ, чѣмъ въ жирѣ и что поэтому для нейтрализаціи масла требуется сравнительно больше щелочи. Изслѣдованіе масла ведется слѣдующимъ способомъ: отъ 1—2 grm профильтрованнаго масла обмыливается на водяной банѣ $^1/_2$ нор. спиртовымъ растворомъ KHO, послѣ чего остатокъ неизрасходованной щелочи обратно титруется $^1/_2$ нор. раст. HCl въ при-

[1]) J. Koettstorfer. Zeitshritt f. analys. chemie 1879. XVIII p. 199.

сутствіи фенолфталеина и затѣмъ вычисляютъ, сколько mlgrm KHO израсходовано на обмыливаніе 1 grm. масла; такимъ образомъ устанавливается мыльное число (Verzeifungs Zahl) Koettstorfer'a, которое

для масла равняется	227	(отъ 221—232)
„ говяжьяго жира равняется .	196	
„ свинаго „ „ .	195,5	
„ олеомаргарина „ .	195	
„ рѣпачнаго масла „ .	178 и п.	
„ бараньяго сала „ .	197	

Способъ этотъ имѣетъ большія преимущества: онъ очень простъ и быстръ, тѣмъ не менѣе Koettstorfer нашелъ себѣ мало послѣдователей у насъ и заграницей. Въ Россіи разработкой этого способа занимался д-ръ Паліенко [1]) въ лабораторіи покойнаго профессора Доброславина. Паліенко предложилъ опредѣлять одновременно a) количество KHO, необходимое для обмыленія 1 грм. масла [K] b) для нейтрализаціи твердыхъ кислотъ [P] и c) вычислять количество KHO, потребное для нейтрализаціи летучихъ кислотъ [L]; съ цѣлью же получить еще больше данныхъ для оцѣнки масла онъ вычислялъ отношеніе между K:L=q, которое для коровьяго масла должно равняться приблизительно 6, для жировъ же q= отъ 31 до 138. Тѣмъ не менѣе способомъ этимъ надо пользоваться съ большой осторожностью: разница между масломъ и настоящимъ маргариномъ заключается въ 20—25 mlgrm. израсходованной щелочи, открыть же небольшую подмѣсь посторонняго жира (отъ 20—30%) къ коровьему маслу крайне затруднительно. Разница въ мыльномъ числѣ сала и жира очень незначительна и, при извѣстной комбинаціи различныхъ сортовъ сала и масла, отъ самаго точнаго изслѣдованія можетъ ускользнуть 30% подмѣси; такъ, напримѣръ, смѣсь изъ 30 ч. говяжаго жира (196×30) и 70 ч. масла (232×70 даетъ мыльное число, соотвѣтствующее маслу (221,2).

На сколько я могу судить по полученнымъ мною результатамъ, пользуясь этимъ способомъ, мы до извѣстной степени, можемъ судить, съ какимъ масломъ мы имѣемъ дѣло, высокаго или низкаго достоинства: чѣмъ вкуснѣе и выше по достоинству масло, тѣмъ

---

[1]) Паліенко. О способахъ опредѣленія подмѣсей постороннихъ жировъ къ коровьему маслу. С.-Пб. 1888.

больше его мыльное число, и наоборотъ. Такъ напр., я получилъ для вкуснаго сливочнаго масла мыльное число въ среднемъ=235, для соленаго=228, для „сливочнаго“ лавочнаго=218 mlgrm.

Способъ Hübl'я.

Теперь мнѣ остается разсмотрѣть универсальный способъ англійскаго ученаго Hübl'я [1]), обнародованный только нѣсколько лѣтъ тому назадъ. Способъ Hübl'я основанъ на томъ принципѣ, что входящія въ составъ жировъ кислоты группъ уксусной ($C_nH_{2n}0_2$), акриловой-олеиновой ($C_nH_{2n-2}0_2$) и льняной ($C_nH_{2n-6}0_2$) не одинаково относятся къ галлоидамъ: въ то время когда первыя индифферентно относятся къ Br. I. Cl, вторыя и третія легко соединяются съ галлоидами, образуя насыщенные галлоидо-кислотные продукты. Первыя кислоты называются поэтому насыщенными, вторыя и третьи ненасыщенными жирными кислотами. Свойства же всякаго жира зависятъ отъ входящихъ въ составъ его частей, которыя, представляя его характерныя особенности, могутъ колебаться въ извѣстныхъ только незначительныхъ предѣлахъ. Поэтому всякій жиръ, въ зависимости отъ входящихъ въ составъ его насыщенныхъ и ненасыщенныхъ кислотъ, долженъ при извѣстныхъ условіяхъ поглощать опредѣленное количество галлоидовъ.

Изъ всѣхъ галлоидовъ съ этою цѣлью удобнѣе всего пользоваться іодомъ, который однако при обыкновенной температурѣ очень медленно соединяется съ жирами, а при подогрѣваніи реакція отличается неравномѣрностью и непостоянствомъ. Во избѣжаніе этихъ неудобствъ пользуются спиртовымъ растворомъ іода и сулемы; при такомъ условіи реакція при комнатной температурѣ совершается быстро и правильно, при чемъ ненасыщенныя кислоты, соединяясь съ іодомъ, образуютъ насыщенные іодо-кислотные продукты, насыщенныя же остаются въ это время безъ измѣненія. Для производства изслѣдованія необходимо имѣть слѣдующіе растворы: 1) іодный растворъ (A); съ этою цѣлью 25 грм. чистаго іода растворяютъ въ 500 куб. с. алкоголя и 30 грм. сулемы въ такомъ же количествѣ 95% химически чистаго спирта. Послѣдній растворъ, если нужно,

---

[1]) Dingl. polyt. Iourn. 253. S. 281. 1885. Iahres-Berichts. 1884.

фильтруютъ, затѣмъ смѣшиваютъ обѣ жидкости и даютъ стоять около 12 часовъ, послѣ чего растворъ можетъ итти для употребленія. Іодный растворъ однако отличается значительнымъ непостоянствомъ, титръ его быстро мѣняется, почему при каждомъ изслѣдованіи нужно всякій разъ продѣлать контрольную пробу; 2) титрованный растворъ сѣрноватистаго натра $Na_2S_2O_3$ (антихлора). Около 24 грм. соли ($Na_2S_2O_3$) растворяютъ въ 1 литрѣ воды и титръ ея устанавливаютъ чистымъ сублимированнымъ іодомъ на основаніи реакціи $2\,Na_2S_2O_3 + 2J = 2\,NaJ + Na_2S_4O_6$. Для этого точно отвѣшиваютъ 5 грм. сублимированнаго іода и 10 грм. KJ, растворяютъ въ 1 литрѣ воды и вычисляютъ въ присутствіи крахмальнаго клейстера титръ сѣрноватистаго натра (B), принимая, что 158 вѣсовымъ частямъ $Na_2S_2O_3$ соотвѣтствуетъ 127 частей іода. Титрованный растворъ антихлора принимается неизмѣняющимся въ теченіи всего времени. 3) Химически чистый хлороформъ (C), чистота котораго испытывается слѣдующимъ образомъ: вычисляютъ сколько іода заключается въ 10 куб. с. іоднаго раствора (A), затѣмъ къ 10 куб. с. хлороформа прибавляютъ 10 куб. с. іоднаго раствора (A) и черезъ 2—3 ч. обратно его титруютъ антихлоромъ (B); въ обоихъ случаяхъ должно израсходоваться одинаковое количество сѣрноватистой соли. 4) Растворъ хим. чистаго іодистаго калія въ водѣ (1:10) (D). 5) Свѣже-приготовленный крахмальный клейстеръ 1%. (E). Изслѣдованіе масла производится слѣдующимъ образомъ: около 1 грм. высушеннаго и профильтрованнаго масла отвѣшиваютъ въ склянку съ протертой пробкой, растворяютъ его въ 10—15 куб. с. хлороформа и прибавляютъ 20 куб. с. іоднаго раствора (A), нѣсколько разъ взбалтываютъ и оставляютъ стоять 2—3 часа; если, по истеченіи этого срока, жидкость просвѣтлѣетъ, додаютъ еще 10 куб. с. того же раствора (A), стараясь вообще имѣть избытокъ іода. Послѣ этого прибавляютъ 15 куб. с. раствора іодистаго калія (D) и 100—120 куб. с. воды и титруютъ сѣрноватистымъ натромъ (B) до тѣхъ поръ, пока жидкость не принимаетъ желтаго цвѣта; въ это время приливаютъ 4—5 куб. с. крахмальнаго клейстера (E) и продолжаютъ осторожно титровать по общимъ правиламъ до перваго исчезновенія синяго цвѣта жидкости. Затѣмъ вычисляютъ, сколько іода поглотило взятое масло, и такимъ образомъ устанавливается *іодное число* (Jodzahl) Hübl'я, которое для растительныхъ жировъ колеблется между

81 и 158, для животныхъ между 26 и 68; іодное число масла=31 (отъ 26 до 34), свинаго сала = 60, говяжаго жира 40, олеомаргарина 55 и т. д. Вычисленіе іоднаго числа производится слѣдующимъ способомъ: ввиду быстро мѣняющагося титра іоднаго раствора всякій разъ нужно брать пробную порцію изъ 10—20 куб. с. раствора А. Пробная порція: на 10 куб. с. іоднаго раствора (А) израсходовано 13.5 куб. с. сѣрноватистаго натра, одинъ куб. сан. котораго нейтрализуетъ 0,0118962 іода. Взято, положимъ 0,863 масла, къ нему прибавлено 25 куб. с. раствора А и, по истеченіи 3 часовъ, для нейтрализаціи лишняго іода потребовалось 9,2 куб. с. сѣрноватистаго натра (В). Масло, значитъ, поглотило такое количество іода, какое соотвѣтствуетъ 24,45 к. с. сѣрноватистаго натра (13,5×2.5=33,65; 33,65—9,2=24,45) т. е. 0,29084209 іода (0,0118962×24,45); и іодное число взятаго масла = 33,7, т. е. 0,29084209: 0,863. Способъ этотъ, не смотря на кажущуюся сложность, довольно простъ и требуетъ сравнительно мало времени. Примѣняя вышеописанный способъ изслѣдованія я опредѣлялъ іодное число свинаго и говяжаго жира, коровьяго масла и нѣсколькихъ сортовъ продажнаго Кіевскаго масла.

Ввиду значительной разницы въ іодномъ числѣ коровьяго масла и жировъ, идущихъ на приготовленіе маргарина, я думаю, способъ этотъ можетъ быть съ пользою примѣненъ для опредѣленія характера подмѣшанныхъ жировъ. Такъ напримѣръ, при изслѣдованіи одного лавочнаго „сливочнаго“ масла я получилъ іодное число равное 45 вмѣсто 31, оно же дало Reichert'овское число 9 вмѣсто 13; изъ этого нетрудно было вывести заключеніе, что въ данномъ маслѣ есть примѣсь посторонняго жира и именно свинаго сала. Желая опредѣлить, какъ измѣняется іодное число масла, въ случаѣ примѣси свиного сала, я сдѣлалъ смѣсь изъ 54 частей соленаго масла (Jodzahl = 38) и 46 ч. свиного сала (Jodzahl = 59) и тогда вмѣсто 38, получилъ 48,2, по теоретическому вычисленію іодное число данной смѣси должно равняться 47,6—разница крайне незначительна.

Провѣривши такимъ образомъ способы, предложенные для открытія въ маслѣ примѣси постороннихъ жировъ, я прихожу къ заключенію, что способъ Reichert'a, нѣсколько видоизмѣненный, самый лучшій, хотя изслѣдованіе по этому способу требуетъ около трехъ часовъ работы и, при несоблюденіи неважныхъ повидимому

мелочей, можно получить невѣрные результаты; полученныя данныя не мѣшаетъ провѣрить по способу Koettstorfer'a, для опредѣленія же характера подмѣшанныхъ жировъ единственнымъ является способъ Hübl'я. Примѣняя въ сомнительномъ случаѣ всѣ три способа всегда можно прійти къ положительному и вѣрному заключенію, поддѣльно ли или натурально данное масло. Кромѣ своего практическаго значенія способы эти имѣютъ большой чисто научный интересъ, такъ какъ, пользуясь ими, мы можемъ быстро и безошибочно оріентироваться въ такомъ важномъ вопросѣ, какъ химическій составъ жира, будь онъ растительнаго или животнаго происхожденія.

Желая найти маргаринъ на Кіевскомъ рынкѣ я изслѣдовалъ около 30 сортовъ продажнаго масла въ различную цѣну и чистаго маргарина найти мнѣ не удалось. Масло сливочное отъ 60—70 к. за фунтъ несомнѣнно сливочное; кромѣ него въ бакалейныхъ лавкахъ продается еще дешевое „сливочное" масло въ 30—40 к. ф.; оно не вкусно, даетъ малыя Reichert'овскія и Koettstorf'овскія числа и въ одномъ изъ нихъ (см. таб. № 13) я нашелъ около 30% свинаго сала. Изъ т. н. соленаго масла нѣкоторые сорта представляютъ несомнѣнно коровье масло, нѣкоторые содержатъ много соли, такъ масло № 24 содержало 3,55% NaCl вмѣсто 1%—2%, въ другихъ много воды (№ 19 около 20% воды); въ двухъ же изъ нихъ (№ 15 и 25) я нашелъ около 30% подмѣси посторонняго жира, по всей вѣроятности говяжаго.

Этотъ фактъ фальсификаціи масла въ Кіевѣ достаточно говоритъ самъ за себя и доказываетъ необходимость правильнаго и систематическаго надзора надъ этимъ видомъ промышленности, которая безспорно играетъ большую роль въ питаніи здоровыхъ и больныхъ людей.

Названіе масла (цѣна, откуда).	Числа Reichert'a.	Числа Hübl'я.	Числа Koettstorfer'a.	Вода. Зола.
Коровье масло	14	31,0	227	10—15% H_2O
	отъ 11—15	отъ 26—34	отъ 221—232	0,12—2%
Свиной жиръ.	0,30	60	195,5	золы.
Говяжій жиръ	0,25	40	196,6	
Рѣпачное масло	0,25	100	178,7	
Олеомаргаринъ	0,30—2.0	55	195	
№ 1. Свиной жиръ	0,28	59		
№ 2. „ „	—	60,3		
№ 3. Говяжій жиръ	0,25	40,2	199,1	
№ 4. „ „	0,35	39		
№ 5. Масло деревенское соленое	12,8	34,5		
№ 6. „ сливочное отъ частнаго лица .	—	29,5		
№ 7. Смѣсь 65% № 5 и 35% № 1 . . .	7,4			
№ 8. Масло соленое изъ деревни	—	38		
№ 9. Смѣсь 54% № 8 и 46 № 1 . . .	—	48,2		
№ 10. М. сливочное отъ Пр. Л.	13,8			
№ 11. М. „ „ „	13,2			
№ 12. М. отъ Лизеля 65 коп. фун.	12,2	24,42		
№ 13. М. сливочное отъ Торлина 40 к. ф.	9,5—9,3	45		
№ 14. М. соленое изъ Бессар. баз. 30 к. ф.	10,25—10,4			

№ 16. М. соленое изъ Бессар. базара 35 к. ф.	8,66				
№ 17. М. „ „ лавоч. базарн. 30 к. ф.	13,6				
№ 18. М. „ „ „ евр. баз. 30 к. ф.	14,3—14,5				
№ 19. М. „ „ евр. базара 25 к. ф.	10,9				
№ 20. М. „ отъ Гаврилова красное 35 к.	11,3	—	—	20% воды.	
№ 21. М. „ „ „ бѣлое 35 к.	11,5				
№ 22. М. сливочное Аристархова 65 к. ф.	15,4				
№ 23. М. соленое Ермольева 35 к. ф. .	9,8	—	219		
№ 24. М. сливочное Бульона 60 к. ф. . .	12,9				
№ 25. М. малосольное изъ Грузинскаго магазина 30 к. ф.	8,4—8,43	38,6			
№ 26. М. соленое изъ Грузинск. маг. 35 к. ф.	11,3	—	—	3,55% Nacl.	
№ 27. М. сливочное изъ л. Маціовской 50 к. ф.	13,6	38			
№ 28. М. соленое „ „ 35 к. ф.	12,3				
№ 29. М. сливочное домашняго приготовл.	16,6	—	236,3		
№ 30. М. „ отъ еврейки елкое 35 к.	15				
№ 31. М. соленое изъ еврейск. базара 25 к. ф.	11,5	—	220,5		
№ 32. М. сливочное Лопухинское 65 к. ф.	14,5	—	234		
№ 33. М. соленое „ 35 к. ф.	13,4	—	231		
№ 34. М. сливочное Тарасовское 65 к. ф.	11,0	—	213		
№ 35. М. соленое „ 35 к. ф.	12,2	—	217		
№ 36. М. „ изъ Александр. больницы	12,3	—	247		
№ 37. М. сливочное изъ л. Михайл. ул. 40 к.	11	—	214		
№ 38. М. соленое „ „ „ 35 к.	12,3	—	222		

обязанность" (ст. 609). Но единственнымъ побужденіемъ къ этому служитъ то, что когда книги ведены въ надлежащемъ порядкѣ и исправности, то онѣ могутъ служить удостовѣреніемъ и доказательствомъ, при возникшихъ спорахъ, тяжбахъ и процессахъ какъ по торговлѣ, такъ и по прочимъ дѣламъ, до торгующихъ относящимся. Предъявленіе книгъ въ судъ для таковаго удостовѣренія и доказательства отдается въ полную волю хозяина. По общему правилу, книги „составляютъ ненарушимую коммерческую тайну" (617). Только въ случаяхъ спора о наслѣдствѣ или по торговому товариществу, если которая либо сторона, при неимѣніи другихъ доказательствъ, сошлется на книги, то, по опредѣленію суда, должны быть предъявлены въ судъ или открыты отряженному имъ члену подлежащія статьи изъ книгъ, но притомъ хозяева не обязываются оставлять книгъ своихъ въ судѣ. Засимъ, лишь въ случаѣ упадка и несостоятельности, признанной по опредѣленію надлежащаго судебнаго мѣста, купеческія книги отбираются отъ несостоятельнаго и разсматриваются, кѣмъ слѣдуетъ. Сверхъ того, по зак. уголовнаго судопроизводства въ нѣкоторыхъ случаяхъ требуется предъявленіе книгъ (уст. угол. суд. изд. 1883 г. ст. 368).

За неправильное веденіе книгъ въ нѣкоторыхъ случаяхъ устанавливается и наказаніе. Такъ, если у кого изъ торгующихъ окажутся книги, вытребованныя судомъ, съ поправками, подчистками, помарками или приписками между строкъ и статей, безъ оговорокъ и вообще безъ соблюденія установленныхъ на то правилъ, или же если книги окажутся не по предписанной формѣ, то торговецъ лишается права на предъявленіе такихъ книгъ въ спорныхъ дѣлахъ. Если не откроется при этомъ никакого злаго умысла, то подвергается взысканію на основ. ст. 1174 улож. о нак. (изд. 1885). Если же откроется какой либо злой умыселъ, то торговецъ, въ случаѣ несостоятельности, признается злостнымъ банкротомъ (623). Никакія отговорки въ неимѣніи и неведеніи книгъ, или въ томъ, что оказавшіеся въ нихъ безпорядки произошли отъ конторщиковъ или приказчиковъ, не принимаются въ уваженіе (624). Въ случаѣ пожара, истребившаго книги, хозяинъ ихъ долженъ въ двухнедѣльный срокъ заявить объ этомъ въ судъ, который, удостовѣряя въ справедливости показанія, выдаетъ въ томъ надлежащее свидѣтельство, которое ограждаетъ предъявившаго отъ отвѣтственности за несохра-

неніе книгъ. (626—627). Маклера не обязаны имѣть купеческихъ книгъ (633).

Диспашерами называются присяжные разцѣнщики вреда и убытковъ при морской торговлѣ. Обязанности ихъ опредѣляются уставами отдѣльныхъ биржъ. По уставу С.-Петербургской биржи, диспашеры избираются изъ числа корабельныхъ маклеровъ. Поступающіе въ эту должность испытуются, по назначенію департамента торговли и мануфактуръ, въ знаніи всѣхъ правилъ, обрядовъ и узаконеній, касающихся до должности диспашера. Диспашеру запрещается производить какую либо торговлю, или имѣть участіе въ корабляхъ и всѣхъ отрасляхъ морской судоходной коммерціи и заниматься какими бы то ни было купеческими дѣлами, кромѣ маклерскихъ. Но при этомъ разрѣшается принимать отъ участниковъ аварій коммиссіи на продажу кораблей и аварійныхъ товаровъ, также и на сбереженіе и отправленіе выгружаемыхъ или спасенныхъ товаровъ. Плата диспашеру за его труды въ составленіи диспашей, и вообще по аварійному дѣлу, назначается одна четверть процента съ объявленной цѣны корабля, фрахта и груза. Диспашеръ не иначе приступаетъ къ опредѣленію и разчисленію аваріи, какъ по порученію кораблехозяина, его корреспондента или корабельщика. По аварійнымъ дѣламъ всѣ разсчеты диспашеры должны окончить въ теченіи шести недѣль. Составленная диспаша вручается тому, по чьему порученію она произведена. Всѣ диспаши утверждаются подписью диспашера, съ приложеніемъ его печати. Диспаши, слѣдующія къ употребленію внутри государства, пишутся на русскомъ языкѣ, отсылаемыя же въ иностранныя земли пишутся на одномъ изъ употребительнѣйшихъ иностранныхъ языковъ: нѣмецкомъ, италіянскомъ, французскомъ или англійскомъ.

§ 3. *Организація торговли* предпринимается по соображеніямъ финансовымъ и благоустройственнымъ. Наше законодательство раздѣляетъ торговлю на двѣ категоріи: на торговлю свободную отъ взиманія торговыхъ пошлинъ и торговлю, занятіе которой разрѣшается не иначе, какъ по опредѣленнымъ свидѣтельствамъ. Къ свободной торговлѣ относятся слѣдующіе виды: 1) торговля хлѣбомъ и земными произведеніями, равно скотомъ, пшеницею и всякими жизненными припасами, шерстью, волосомъ, невыдѣланными шкурами, топливомъ и строительными матеріалами. Торговля эта свободна отъ пошлинъ, ког-

да она производится не изъ постоянныхъ торговыхъ помѣщеній, а съ возовъ, судовъ и лодокъ, на рынкахъ, площадяхъ и пристаняхъ; 2) разносная продажа съѣстныхъ припасовъ и разныхъ крестьянскихъ издѣлій, означенныхъ въ особой росписи; 3) размѣнъ денегъ съ ларей и столовъ, но не изъ постоянныхъ лавокъ; 4) торговля всякими товарами на ярмаркахъ и ярмарочныхъ торгахъ, 5) строеніе и содержаніе рѣчныхъ, озерныхъ и морскихъ судовъ всякаго рода, за исключеніемъ пароходовъ, 6) содержаніе обывательскихъ станцій 7) заводы для приготовленія земледѣльческихъ орудій, 8) библіотеки для чтенія повсемѣстно и книжные магазины во всѣхъ городахъ и селахъ за исключеніемъ столицъ. Остальные виды торговли подлежатъ взятію свидѣтельствъ, раздѣляющихся на два рода: на гильдейскія и промысловыя. Гильдейскія въ свою очередь раздѣляются на свидѣтельства первой гильдіи для оптовой торговли и свидѣтельства второй гильдіи для розничной торговли. Промысловыя свидѣтельства раздѣляются на пять разрядовъ: 1) на мелочной торгъ, 2) на развозный, 3) разносный, 4) на мѣщанскіе промыслы, и 5) свидѣтельства торговыхъ приказчиковъ. Тѣ и другія свидѣтельства не могутъ быть выдаваемы: 1) священно и церковнослужителямъ; 2) протестанскимъ проповѣдникамъ, 3) находящимся на службѣ нижнимъ воинскимъ чинамъ и 4) евреямъ, находящимся внѣ черты еврейской осѣдлости. Какъ свободная, такъ и обложенная пошлинами торговля, для удовлетворенія общихъ потребностей, требуетъ опредѣленныхъ органовъ. Такіе органы возникли раньше всего во Франціи, а именно въ 1650 г. въ Марсели устроена была Chambre de commerce. Примѣру Франціи послѣдовали и другія государства, устроя *торговыя палаты*. Въ настоящее время во Франціи, торговыя палаты учреждаются съ разрѣшенія президента республики. Они состоятъ изъ 9—21 членовъ, избираемыхъ мѣстнымъ купечествомъ. Каждая палата является оффиціальнымъ представителемъ мѣстной торговли, имѣетъ право ходатайствовать предъ правительствомъ о принятіи мѣръ къ улучшенію торговли, сообщаетъ администраціи свѣдѣнія о положеніи и нуждахъ торговли, завѣдываетъ мѣстными биржами, назначаетъ биржевыхъ агентовъ и т. д. Въ завѣдываніи торговыхъ палатъ состоятъ всѣ мѣстныя учрежденія, направленныя къ развитію торговли, наприм, товарные склады, публичныя чтенія о торговлѣ и т. п. Съ такимъ же оффиціальнымъ характеромъ торговыя палаты суще-

ствуютъ въ Германіи, Бельгіи, Италіи и Австріи. Только въ Англіи палаты имѣютъ совершенно частный характеръ. Но всѣ эти частныя торговыя учрежденія соединены между собою въ общемъ представительствѣ, благодаря чему являются крупнымъ органомъ торговаго благоустройства. У насъ соотвѣтствующими торговымъ палатамъ органами являются комитеты мануфактуръ и торговли.

Въ иностранныхъ государствахъ представителями торговыхъ интересовъ служатъ консулы. Консулы возникли въ средніе вѣка на востокѣ. Они имѣли своею задачею защищать торговцевъ и избирались купечествомъ, но въ своихъ должностяхъ утверждались правительствомъ. Съ развитіемъ торговыхъ сношеній консулы стали учреждаться во всѣхъ государствахъ, съ которыми ведется торговля [1]). По нашему законодательству, консулы раздѣляются на три разряда: генеральныхъ консуловъ, консуловъ и вице-консуловъ. Консулы обязаны заботиться объ интересахъ русской торговли въ тѣхъ государствахъ, въ которыхъ они находятся, являясь вмѣстѣ съ тѣмъ: 1) посредниками въ спорахъ русскихъ торговцевъ, находящихся въ ихъ районѣ, 2) опекунами и попечителями сиротъ и вдовъ русскихъ подданныхъ, умершихъ въ ихъ районѣ и 3) удостовѣрителями законности всѣхъ актовъ, совершаемыхъ въ ихъ районахъ русскими подданными. Консулы состоятъ въ общемъ вѣдѣніи министерства иностранныхъ дѣлъ, но въ торговомъ отношеніи они подчинены министерству финансовъ по департаменту мануфактуръ и торговли.

Особо важное значеніе для развитія торговли имѣетъ законодательство *о заключеніи торговыхъ товариществъ*: [2]) Задачи ихъ, какъ и всякихъ союзовъ, увеличить силы соединеніемъ ихъ. Законодательство о товариществахъ имѣетъ въ виду не только созданіе льготныхъ условій для учрежденія товариществъ, но также предупрежденіе возможныхъ злоупотребленій, причемъ стремленіе къ одной цѣли можетъ быть въ коллизіи съ стремленіемъ къ осуществленію другой. Въ настоящее время большинство законодательствъ отмѣняетъ старый порядокъ выдачи разрѣшеній на учрежденіе того или иного то-

---

[1]) Д. Наумовъ, Консульское право Европы и Америки.

[2]) Wilckens. Der juristische Charakter der Erwerbs-und Wirthschatsgenossenschaffen. Г. Тернеръ. Сравнительное акціонерное законодательство главнѣйшихъ европейскихъ государствъ. И. Тарасовъ. Акціонерныя товарищества. П. П. Цитовичъ. Очерки торговаго права.

варищества, замѣняя разрѣшительную систему явочной. Уставъ товарищества является въ надлежащемъ правительственномъ учрежденіи, которое наблюдаетъ за тѣмъ, чтобы въ этомъ уставѣ не было ничего противорѣчащаго законамъ. Этимъ достигается легкость учрежденія товариществъ, но для предупрежденія злоупотребленій необходимъ еще постоянный контроль надъ ихъ дѣятельностью.

По нашему торговому уставу товарищества раздѣляются на четыре категоріи: 1) товарищество полное, 2) товарищество на вѣрѣ, 3) акціонерныя общества и товарищества на паяхъ и 4) артельныя товарищества. Объ артельныхъ товариществахъ, называемыхъ биржевыми, мы уже говорили.

Полное товарищество составляется изъ двухъ или многихъ товарищей, торгующихъ подъ общимъ для всѣхъ названіемъ. Оно называется *торговымъ домомъ*. Оно учреждается посредствомъ договора, заключаемаго по взаимному между товарищами соглашенію, на основаніи законовъ о договорахъ вообще. Такой договоръ, заключенный товарищами, если не противенъ кореннымъ правиламъ и общему гражданскому и торговому праву, имѣетъ силу, равную закону. (76) Товарищи торговаго дома отвѣчаютъ за всѣ долги его вообще и порознь всѣмъ своимъ имуществомъ, какъ движимымъ, такъ и недвижимымъ (77). Товарищъ одного торговаго дома не можетъ въ одно и тоже время быть товарищемъ другаго дома (78). Лица, открывающія торговый домъ на правилахъ полнаго товарищества, обязаны внести въ городскую управу (или соотвѣтствующее ей городское управленіе), а въ городахъ—С.-Петербургѣ, Москвѣ и Одессѣ въ купеческую управу, выписку изъ своихъ взаимныхъ постановленій о товариществѣ и оповѣстить о томъ купечество печатными листами. (67). Въ этой выпискѣ должно быть означено: 1) родъ товарищества, 2) имя, отчество, прозваніе, жительство и званіе всѣхъ товарищей, 3) подпись и печать тѣхъ товарищей, которые уполномочены непосредственно управлять дѣлами, 4) количество капитала, составленнаго товарищами. Городскія управы и купеческія управы С.-Петербурга, Москвы и Одессы, по окончаніи каждаго года, не далѣе января слѣдующаго года, представляютъ въ департаментъ торговли и мануфактуръ вѣдомости о торговыхъ домахъ.

Товарищество на вѣрѣ составляется изъ одного или многихъ товарищей, пріобщеніемъ одного или многихъ вкладчиковъ, которые

ввѣряютъ первымъ для торга извѣстныя суммы своихъ капиталовъ. Оно называется *торговымъ домомъ подъ именемъ товарищей и компаніи*. Порядокъ учрежденія товариществъ на вѣрѣ такой же, какъ и полныхъ товариществъ. Въ этомъ товариществѣ вкладчики участвуютъ только опредѣленнымъ вкладомъ и не входятъ въ распоряженіе дѣлами его. Вкладчикъ, дающій такимъ образомъ на вѣру свой капиталъ, въ случаѣ разрушенія дома, отвѣчаетъ только наличнымъ вкладомъ, между тѣмъ какъ товарищи отвѣчаютъ всѣмъ своимъ имуществомъ.

Объ акціонерныхъ товариществахъ въ торговомъ уставѣ нѣтъ общихъ постановленій. Эти товарищества учреждаются не иначе, какъ на основаніи Высочайшаго утвержденія (т. X. ч. 1. ст. 2181), если учреждаются съ привилегіями, безъ привилегій же съ утвержденія комитета министровъ. Подробное нормированіе дѣятельности предоставляется отдѣльнымъ уставамъ.

Между тѣмъ въ дѣлѣ благоустройства акціонерныя товарищества имѣютъ особенно важное значеніе. Это наиболѣе легкая и удобная форма собиранія капитала для крупныхъ предпріятій и въ дѣйствительности почти всѣ крупныя предпріятія нашего времени обязаны своимъ существованіемъ акціонерному принципу.

Акціонерныя товарищества французское законодательство называетъ анонимными (société anonyme) въ томъ смыслѣ, что здѣсь у торговой фирмы нѣтъ имени, а названіе свое товарищество получаетъ по цѣли своего существованія, наприм., свеклосахарное товарищество, желѣзно-дорожное и т. п. Всѣ участники отвѣчаютъ предъ третьими лицами только въ размѣрѣ своихъ вкладовъ въ акціи. Только въ Англіи до 1862 г. участники акціонернаго товарищества несли полную отвѣтственность, благодаря чему учрежденіе этихъ товариществъ шло медленно и въ 1862 г. англійское законодательство вынуждено было установить ограниченную отвѣтственность, дозволяя, впрочемъ, учрежденіе акціонерныхъ товариществъ съ полною отвѣтственностью акціонеровъ. Но это противорѣчитъ самому существу акціонернаго товарищества, которое характеризуется строго ограниченною размѣрами акцій отвѣтственностью. Ограниченная отвѣтственность и безыменность—существенныя принадлежности акціонерныхъ предпріятій, которыми онѣ отличаются отъ другихъ формъ торговыхъ товариществъ.

Участникомъ товарищества является каждый владѣлецъ *акцій*, какъ свидѣтельства о взносѣ опредѣленной суммы капитала въ предпріятіе. Участники составляютъ общее собраніе, избирающее совѣтъ и правленіе. Члены совѣта и правленія, получивъ власть, стремятся удержать ее, для чего прибѣгаютъ къ фиктивнымъ акціонерамъ и игрѣ довѣренностями. Злоупотребленія эти ведутъ къ тому, что принципъ самоуправленія въ товариществѣ превращается въ фикцію, подъ санкціей которой злоупотребленія идутъ далѣе и товарищество разоряется. Предупредить такое превращеніе самоуправленія въ самоуправство возможно не иначе, какъ установленіемъ спеціальнаго технико-экономическаго контроля за дѣятельностью всѣхъ торговыхъ товариществъ. Начала союзной дѣятельности настолько важны въ благоустройствѣ, что оставленіе ея внѣ государственнаго контроля не можетъ быть ничѣмъ оправдываемо.

§ 4. *Система мѣръ и вѣсовъ* имѣетъ такое же значеніе въ торговыхъ отношеніяхъ, какъ даръ слова для умственнаго развитія. Безъ однообразія въ мѣрѣ и вѣсѣ развитіе торговли немыслимо. Для внутренней торговли такое разнообразіе почти во всѣхъ образованныхъ государствахъ уже достигнуто и въ послѣднее время все болѣе и болѣе усиливается стремленіе къ осуществленію его и въ международной торговлѣ. Французская метрическая система мѣры считается наиболѣе удовлетворительною и по всей вѣроятности она и сдѣлается всемірною системою. Въ основаніи ея лежитъ измѣреніе дуги меридіана: метръ равняется $^1/_{10,000,000}$ дуги и служитъ единицей остальныхъ мѣръ. Въ настоящее время эта система, кромѣ Франціи, дѣйствуетъ въ Бельгіи, Голландіи, Италіи, Испаніи, частью въ Англіи и Соед. Штатахъ Сѣв. Америки.

У насъ основаніемъ линейной мѣры принимается сажень въ семь англійскихъ футовъ, съ раздѣленіемъ на три аршина, каждый въ 28 дюймовъ или въ 16 вершковъ (ст. 651). За основную единицу русскаго вѣса принимается образцовый фунтъ, сдѣланный особою коммиссіею, согласно съ выведеннымъ результатомъ, что русскій или англійскій кубическій дюймъ воды при температурѣ въ $13^1/_3$ градусовъ Реомюра въ безвоздушномъ пространствѣ вѣситъ 368 цѣлыхъ и 361 тысячную долей, или что объемъ русскаго фунта той же воды равень 25 цѣлымъ и 19 тысячнымъ англійскихъ кубическихъ дюймовъ, что составляетъ совершенное равенство съ извѣ-

стнымъ золоченымъ фунтомъ С.-Петербургскаго монетнаго двора, сдѣланнымъ въ 1747 году и служащимъ съ того времени основаніемъ россійской монетной системы (652). Образцы сажени и фунта изъ платины, изготовленные подъ наблюденіемъ временной коммиссіи, Высочайше учрежденной для приведенія въ единообразіе мѣръ и вѣсовъ въ имперіи, и вывѣренные до возможной точности хранятся въ С.-Петербургѣ въ особомъ несгараемомъ зданіи, въ коемъ помѣщено также собраніе мѣръ и вѣсовъ главнѣйшихъ европейскихъ государствъ, въ вѣрности ихъ оффиціально удостовѣренныхъ, а равно и машины, употребленныя для повѣрки вѣсовъ и мѣръ. Двѣ копіи съ образцовъ, а именно сажень изъ желѣза и фунтъ изъ позолоченной мѣди, переданы въ С.-Петербургскій монетный дворъ и въ Московскую оружейную палату для храненія.

Такимъ же образомъ приготовлены тою же коммиссіею на основаніи нормальныхъ образцы русскихъ мѣръ длины, емкости, жидкихъ и сыпучихъ тѣлъ и вѣса и хранятся въ томъ же несгараемомъ зданіи въ С.-Петербургѣ. Съ этихъ образцовъ во всѣ губерніи и области разосланы приготовленныя на казенный счетъ съ надлежащею точностью копіи: 1) аршина изъ мѣди съ подраздѣленіями, 2) фунта изъ мѣди съ подраздѣленіями, 3) ведра изъ мѣди и 4) мѣднаго четверика. Копіи эти хранятся въ казенныхъ палатахъ, въ денежныхъ кладовыхъ.

Наблюденіе за сохраненіемъ по всему государству однообразія въ мѣрахъ и вѣсахъ возлагается на министерство финансовъ и внутреннихъ дѣлъ. Для надзора за исправнымъ сохраненіемъ нормальныхъ мѣръ и вѣсовъ министромъ финансовъ избирается ученый хранитель изъ членовъ академіи наукъ или другихъ лицъ, имѣющихъ спеціальныя въ метрологіи свѣдѣнія.

Заведеніямъ и мастерамъ, получившимъ дозволительныя свидѣтельства отъ губернскаго начальства, разрѣшается приготовлять мѣры и вѣса, для чего вмѣняется имъ обязанность имѣть заклейменные образцы, для вывѣрки ими изготовляемыхъ. На приготовленныя издѣлія они должны накладывать собственное фабричное клеймо и представлять для вывѣрки и наложенія установленныхъ клеймъ. Вывѣрка и клейменіе вновь приготовленныхъ вѣсовъ и мѣръ производится въ присутствіи казенной палаты, съ приглашеніемъ пробирера мѣстной пробирной палатки, или архитектора, или земле-

мѣра, въ видѣ эксперта. Повѣрка и клейменіе мѣръ и вѣсовъ въ Петербургѣ производится въ городской управѣ, въ присутствіи чиновника казенной палаты и пробирера. Въ уѣздахъ, съ разрѣшенія губернаторовъ, по высылкѣ надлежащихъ клеймъ, повѣрка и клейменіе производятся городскими управами.

Не запрещается употреблять вѣсы какого угодно устройства, лишь бы были заклеймены и вѣрны. Употребленіе обыкновеннаго въ мелочной торговлѣ (до 1797 г.) русскаго безмѣна повсемѣстно запрещено. (677-678). Всѣ торговцы обязаны имѣть вѣсы клейменные (695). Надзоръ за употребленіемъ законныхъ мѣръ и вѣсовъ возлагается на обязанность мѣстной полиціи. Для контроля главныя мѣстныя начальства, а также городскія общественныя управленія, обязаны учреждать внезапныя повѣрки вѣсовъ и мѣръ, находящихся въ обращеніи въ гостинныхъ дворахъ, рядахъ и рынкахъ, магазинахъ, лавкахъ и мастерскихъ. Такая внезапная повѣрка производится чрезъ торговыя депутаціи, а гдѣ ихъ нѣтъ, чрезъ особо назначенныхъ городскимъ общественнымъ управленіемъ лицъ. Невѣрные мѣры и вѣсы отбираются и вмѣстѣ съ постановленіемъ о невѣрности ихъ отсылаются въ судъ, по приговору котораго они подвергаются уничтоженію. Всякій покупатель, замѣтивъ невѣрные мѣры и вѣсы, имѣетъ право приносить на то жалобу въ судъ или мѣстному полицейскому начальству. Мѣстныя начальства обязаны немедленно удовлетворять подобнаго рода жалобы, производя въ то же время повѣрку вѣса и мѣры тамъ, гдѣ замѣчена покупателемъ невѣрность (704—706).

§ 5. Къ учежденіямъ, содѣйствующимъ развитію торговли, относятся также *общества и коммерческія школы*. У насъ въ 1867 г. устроено *общество для содѣйствія русской промышленности и торговлѣ*. Это общество по уставу занимается изученіемъ нуждъ русской внутренней и внѣшней торговли, обсуждаетъ мѣры къ улучшенію ея и ходатайствуетъ предъ правительствомъ о принятіи тѣхъ или иныхъ мѣръ, относящихся къ развитію промышленности и торговли. Общество имѣетъ право учреждать отдѣленія въ губернскихъ и уѣздныхъ городахъ.

Коммерческія школы начали учреждаться въ Россіи въ прошломъ столѣтіи. Въ 1772 г. въ Москвѣ устроено коммерческое училище, существующее и въ настоящее время. По уставу 1870 г. это

училище состоитъ изъ восьми классовъ, при комплектѣ учениковъ въ 200 человѣкъ. Въ Москвѣ же находится *Практическая Академія коммерческихъ наукъ*, учрежденная въ 1809 г. По новому уставу 1860 г. эта академія состоитъ изъ общаго гимназическаго курса и спеціальнаго коммерческаго.

Учрежденіе спеціальныхъ коммерческихъ училищъ врядъ ли можетъ быть признано основательнымъ. Торговыя операціи не настолько трудны, чтобы для изученія ихъ необходимо было учреждать особыя учебныя заведенія. Несравненно удобнѣе открытіе при реальныхъ училищахъ спеціальныхъ коммерческихъ классовъ.

§ 6. *Морская торговля*. Въ нашемъ торговомъ уставѣ наиболѣе подробно развиты постановленія о морской торговлѣ. Постановленія эти обнимаютъ: 1) устройство, покупку и продажу мореходныхъ торговыхъ судовъ, 2) торговое мореплаваніе, 3) бодмерею и заемъ припасовъ на морѣ, 4) аварію, 5) помощь при кораблекрушеніяхъ и 5) морское страхованіе.

О мореходныхъ торговыхъ судахъ. Устройство и починка ихъ принадлежатъ къ свободнымъ дѣйствіямъ для всѣхъ сословій, дозволяемыхъ безъ платежа пошлинъ. Частныя, общественныя и казенныя купеческія верфи состоятъ въ главномъ завѣдываніи министра финансовъ, по департаменту торговли и мануфактуръ. Всякій хозяинъ корабля или мореходнаго судна долженъ имѣть на нихъ крѣпость или письменный видъ, утверждающій право собственности. Въ крѣпости означается: 1) мѣра корабля или судна, 2) сколько поднимаетъ грузу, 3) время и мѣсто постройки, 4) изъ какого матеріала построенъ, 5) родъ корабля или судна, какъ то: бригантинъ, галіотъ, ботъ или иного названія, 6) что мастеръ и мастеровые удовлетворены платою за постройку. Крѣпость эта подписывается мастеромъ, строившимъ корабль или судно, и двумя свидѣтелями. Послѣ постройки, корабль и судно подлежатъ освидѣтельствованію. Освидѣтельствованіе, по желанію судохозяевъ, производится посредствомъ корабельныхъ маклеровъ или избранныхъ ими знатоковъ, а также отряженными отъ городской верфи или портоваго морскаго начальства корабельными художниками и мастерами. Объ освидѣтельствованіи благонадежности выдается удостовѣреніе. Кромѣ того каждое купеческое судно должно имѣть мѣрительное свидѣтельство о вмѣстимости груза. Суда, вмѣщающія болѣе десяти ластовъ, подлежатъ

внесенію въ корабельные списки въ портовыхъ таможняхъ. По внесеніи въ списокъ, судохозяину или его повѣренному выдается патентъ на плаваніе подъ русскимъ флагомъ. Право поднятія русскаго купеческаго флага принадлежитъ исключительно русскимъ подданнымъ и распространяется: 1) на русскія акціонерныя общества, коихъ правленія и главныя конторы находятся въ предѣлахъ имперіи, 2) на торговые дома, законнымъ порядкомъ учрежденные, если одинъ изъ главныхъ распорядителей, имѣющихъ подпись, состоитъ въ русскомъ подданствѣ и 3) на лица, построившія или купившія корабль общимъ иждивеніемъ, если начальный товарищъ состоитъ въ русскомъ подданствѣ.

При продажѣ русскаго мореходнаго судна передается корабельная крѣпость, совершенная при постройкѣ судна, съ надписью продавца отъ кого, кому и за какую сумму совершена продажа. Надпись свидѣтельствуется у нотаріуса или маклера, а если судно продано въ иностранномъ портѣ, то у русскаго консула.

Торговое мореплаваніе. Право заниматься торговымъ мореплаваніемъ предоставляется какъ всѣмъ состояніямъ русскихъ подданныхъ, такъ и иностранцамъ. Но каботажное судоходство, т. е. перевозъ товаровъ или пассажировъ изъ одного русскаго порта въ другой, въ одномъ и томъ же морѣ лежащій, предоставлено исключительно въ пользу русскихъ подданныхъ и судовъ, плавающихъ подъ русскимъ флагомъ.

На русскихъ судахъ разрѣшается имѣть иностранныхъ матросовъ, но не болѣе четвертой части. Шкипера всегда должны быть русскіе. Въ 1868 г. установлено временное изъятіе изъ этого правила и впредь до усмотрѣнія разрѣшено имѣть на русскихъ судахъ какъ шкиперовъ и штурмановъ, такъ и матросовъ, безъ ограниченія числа, изъ иностранцевъ. Но вмѣстѣ съ этимъ постановлено: для усиленія средствъ къ образованію матросовъ въ Россіи взимать въ пользу мореходныхъ классовъ съ судохозяевъ, имѣющихъ на судахъ иностранныхъ матросовъ болѣе трехъ четвертей всего экипажа, по 25 рублей ежегодно за каждаго лишняго противъ сего размѣра иностраннаго матроса. Шкипера и штурманы признаются въ сихъ званіяхъ по выдержаніи испытанія въ особыхъ испытательныхъ коммиссіяхъ, образуемыхъ начальникомъ края или губерніи въ важнѣйшихъ портовыхъ городахъ. Для пріобрѣтенія званія штурмана или шкипера требуется, кромѣ

знаній, указанныхъ въ утвержденныхъ министромъ народнаго просвѣщенія программахъ, имѣть не менѣе 21 года отъ роду и сверхъ того: 1) для штурмана каботажнаго плаванія совершить по крайней мѣрѣ 16 мѣсяцевъ дѣйствительнаго плаванія въ открытомъ морѣ, 2) для шкипера каботажнаго или штурмана дальняго плаванія пробыть въ дѣйствительномъ плаваніи въ открытомъ морѣ 24 мѣсяца, и 3) для шкипера дальняго плаванія пробыть въ званіи штурмана дальняго плаванія не менѣе 12 мѣсяцевъ дѣйствительнаго плаванія.

Бодмерея. Бодмерея есть договоръ денежнаго займа подъ закладъ корабля, товаровъ или груза. Такой заемъ разрѣшается лишь въ томъ случаѣ, когда инымъ путемъ невозможно пріобрѣсть необходимой помощи: 1) когда во время пути окажется крайній недостатокъ жизненныхъ припасовъ, 2) когда корабль претернѣлъ вредъ, или снасти окажутся неспособными къ плаванію, 3) когда нѣтъ средствъ на исправленіе указанныхъ недостатковъ. Въ случаѣ крайняго недостатка жизненныхъ припасовъ корабельщикъ, встрѣтившись на пути съ другимъ судномъ, можетъ занять ихъ даже противъ воли и согласія, но онъ долженъ не брать болѣе самаго необходимаго количества; припасы берутся мѣрою и вѣсомъ, о чемъ выдается письменный видъ тому корабельщику, у котораго они берутся.

Аварія. Аваріей называются морскіе убытки, раздѣляемые на четыре рода: аварія малая, аварія простая и частная, аварія большая и общая и аварія взаимнаго вреда.

Малая аварія состоитъ въ убыткахъ, причиненныхъ кораблю или судну по причинѣ входа или выхода изъ города, порта или пристани (разные сборы). Одну часть малой аваріи платитъ хозяинъ корабля, а двѣ части хозяинъ товара или груза.

Аварія простая и частная—это убытки отъ погоды или инаго нечаяннаго случая, какъ то притѣсненія властей и т. п. Въ этой аваріи всякій несетъ свой убытокъ отдѣльно и все сбереженное или сохраненное отдается по принадлежности.

Большая и общая аварія состоитъ въ убыткахъ, понесенныхъ отъ спасенія корабля, людей, товара или груза, какъ то выкупъ отъ непріятеля, убытки во время обороны, крушенія и т. п. Убытки отъ большой и общей аваріи платятъ всѣ вообще участвующіе въ кораблѣ, товарѣ или грузѣ. Аварія взаимнаго вреда есть убытокъ отъ другаго корабля, товара или груза. Убытокъ платитъ тотъ, кто причинилъ его.

Помощь и спасеніе при кораблекрушеніяхъ. Все спасенное при кораблекрушеніяхъ въ предѣлахъ россійской имперіи состоитъ подъ непосредственнымъ покровительствомъ Императорскаго Величества и должно оставаться неприкосновеннымъ. Каждый русскій подданный обязанъ помогать терпящимъ крушеніе. Все спасенное должно быть тщательно сохраняемо; никто не имѣетъ права присвоивать себѣ ни малѣйшей части спасеннаго. Всѣ разбившіеся или ставшіе на мель корабли поступаютъ въ вѣдѣніе мѣстнаго полицейскаго управленія; иностранные же товары, не ощищенные пошлиною, поступаютъ въ вѣдѣніе таможенъ.

Всѣ, способствовавшіе къ спасенію корабля, судна, товаровъ и другихъ вещей, имѣютъ право на полученіе награды, если не присвоили себѣ ни малѣйшей доли спасеннаго. Если корабль или товаръ потерпѣлъ крушеніе или гибель на разстояніи одной версты или далѣе отъ берега, то награда за спасеніе и сбереженіе должна составлять четвертую часть, а если ближе одной версты или на самомъ берегу, то шестую часть спасеннаго. Спасеніе людей, равно и имущества корабельнаго экипажа или пассажирскаго и корабельной провизіи дожно быть безденежно, изъ жалости и человѣколюбія къ утопающему.

Морское страхованіе. Принимать и отдавать на страхъ отъ морскихъ опасностей могутъ какъ отдѣльныя лица всѣхъ безъ различія состояній россійскіе подданые, такъ равно и иностранцы и иностранныя страховыя учрежденія. Послѣднія должны предварительно испросить разрѣшеніе отъ правительства. Отдѣльные страховщики за принятіе на страхъ не подлежатъ никакому платежу въ казну, но учреждающіе для сего конторы обязаны брать надлежащіе торговые документы. Въ мѣстностяхъ, гдѣ не введены въ дѣйствіе судебные уставы, всѣ недоразумѣнія, возникающія между страхователемъ и страховщикомъ, разбираются и рѣшаются двумя посредниками, кои должны быть выбираемы обѣими спорящими сторонами, каждою отдѣльно, изъ негоціантовъ, производящихъ оптовую внѣшнюю торговлю. Когда же два выбранные посредника не могутъ согласиться въ рѣшеніи, то они обще выбираютъ третьяго, который рѣшитъ споръ окончательно. Аппеляція на такія рѣшенія нигдѣ не принимается.

4. Пути сообщеній.

Средства сообщеній принадлежатъ къ основнымъ факторамъ современной культуры, степень развитія которой можетъ быть опредѣляема уровнемъ развитія средствъ сообщеній. Въ странахъ мало культурныхъ всегда плохи пути сообщеній и, наоборотъ, никакая культурная страна немыслима безъ удобныхъ и дешевыхъ путей сообщенія.

Экономисты, начиная съ А. Смита, уясняя значеніе денегъ въ народной экономіи, сравниваютъ ихъ съ дорогами, по которымъ перевозятся готовые продукты. Такимъ сравненіемъ они желаютъ высказать ту мысль, что деньги представляютъ собою только орудіе обращенія и не заключаютъ въ себѣ никакого созидающаго начала. Это значитъ, что какъ въ деньгахъ, такъ и въ путяхъ сообщеній заключается не активная, но пассивная сила. Въ дѣйствительности такъ часто и бываетъ, но несомнѣнно и то, что проведеніе усовершенствованныхъ путей сообщенія часто сопровождается оживленіемъ мѣстности, поднятіемъ ея экономическаго и умственнаго быта, увеличеніемъ населенія и т. д. Въ рукахъ непредпріимчиваго населенія прекрасный черноземъ можетъ быть малопроизводительнымъ, но изъ этого еще не слѣдуетъ, что земля не заключаетъ въ себѣ производительныхъ силъ. Задача полиціи путей сообщеній состоитъ въ томъ, чтобы вызвать къ жизни ихъ активную силу.

Важнѣйшимъ средствомъ къ этому служитъ правильная система въ организаціи всѣхъ видовъ путей сообщенія. Если нерѣдко громадныя затраты на проведеніе желѣзныхъ дорогъ или на улучшеніе водныхъ путей сообщенія приносятъ мало пользы, то это объясняется тѣмъ, что одновременно не предпринимаются мѣры къ улучшенію простыхъ шоссейныхъ, грунтовыхъ и проселочныхъ дорогъ. Сила цѣпи зависитъ отъ крѣпости слабѣйшаго изъ ея колецъ. Точно также экономическая сила путей сообщенія зависитъ отъ удовлетворительности проселочныхъ дорогъ. Въ этомъ отношеніи основнымъ принципомъ благоустройства путей сообщенія необходимо признать равенство заботъ о всѣхъ видахъ дорогъ. Нарушеніе этого равенства неизбѣжно приводитъ къ непроизводительности затратъ, односторонне направляемыхъ.

Другимъ средствомъ является общедоступность путей сообщенія. Въ этомъ отношеніи тѣ пути, въ которыхъ главнымъ факторомъ являются силы природы, каковы водные пути и грунтовыя дороги, должны быть даровыми. Съ другой стороны пути сообщеній, представляющія собою въ громадныхъ размѣрахъ накопленный капиталъ, въ интересахъ общедоступности должны быть государственными или общественными, такъ какъ только въ этомъ случаѣ благоустройственныя задачи не будутъ приносимы въ жертву коммерческимъ и частнымъ цѣлямъ.

Въ древнемъ мірѣ имѣли преобладающее значеніе естественные пути сообщеній и только въ Римѣ возникаютъ въ обширныхъ размѣрахъ искуственныя дороги. Первая римская дорога—Via Appia—построена за 264 г. до рожд. Христова. Слѣдующая за тѣмъ дорога—Via Flaminia—построена за 194 г. предъ рожд. Христовымъ. Всѣхъ такихъ дорогъ было 372, изъ коихъ 29 исходили изъ Рима. Протяженіе ихъ равнялось 10,000 геогр. миль.

Въ Римѣ организовано было также почтовое сообщеніе. Импер. Августъ устроилъ такъ называемый cursus publicus, по которому на каждыя 9 верстъ дороги учреждалась особая станція—mutatio—для перемѣны лошадей; чрезъ нѣсколько такихъ станцій полагалась mansio, большая станція для ночлега. На каждой станціи находилось до 40 лошадей и соотвѣтствующее количество повозокъ. Сообщеніе раздѣлялось на скорое—cursus velox, и обыкновенное—cursus tardigradus. Но государственной почтой могли пользоваться только съ разрѣшенія императора или префекта. Вообще почта была учрежденіемъ, служившимъ исключительно интересамъ государственнымъ.

Въ средніе вѣка снова получаютъ преимущественное значеніе естественные пути и въ особенности водныя сообщенія со времени изобрѣтенія компаса, создавшаго возможность путешествій чрезъ отдаленныя морскія пространства.

На улучшеніе грунтовыхъ дорогъ государства обратили вниманіе лишь въ новое время. Во Франціи при Сюлли съ этою цѣлью ежегодно была ассигнуема сумма въ 17,600 франковъ; Кольберъ увеличилъ ее до 400,000 фр. на годъ, а въ 18 в. ежегодныя издержки государства на это дѣло достигли до 4 милліоновъ франковъ. Содержаніе дорогъ въ исправности было возложено на общины, причемъ все крестьянское населеніе въ возрастѣ отъ 17 до 65 лѣтъ

было обложено натуральною дорожною повинностью. При Тюрго въ 1766 г. эта натуральная повинность была отмѣнена и замѣнена особымъ денежнымъ дорожнымъ налогомъ. При Наполеонѣ I на улучшеніе грунтовыхъ дорогъ обращено вниманіе также въ военныхъ цѣляхъ.

Во Франціи же, раньше чѣмъ въ другихъ западно-европейскихъ государствахъ было обращено серьезное вниманіе на организацію водныхъ сообщеній. Въ 1642 г. былъ устроенъ первый каналъ, соединившій Сену съ Лоарой, а въ 1681 г. устроенъ Canal du Midi, соединившій Атлантическій океанъ съ Средиземнымъ моремъ. Англія приступила къ улучшенію своихъ водныхъ путей позже Франціи, но на столько быстро подвинула это дѣло, что въ концѣ 18 в. уже имѣла 2400 англ. миль протяженія каналовъ. Примѣненіе Фультономъ въ 1807 г. пара къ воднымъ сообщеніямъ значительно подняло развитіе послѣднихъ. Но затѣмъ примѣненіе Стефенсономъ въ 1830 г. пара къ передвиженіямъ сухопутнымъ измѣнило заботы о путяхъ сообщенія и всѣ европейскія государства обратили все свое вниманіе на устройство желѣзныхъ дорогъ.

Во Франціи же раньше другихъ государствъ были развиты и почтовыя сообщенія. Еще при Людовикѣ XI въ 1464 г. почтовыя сообщенія во Франціи были устроены по системѣ, напоминающей собою римскую систему. Генрихъ IV разрѣшилъ пользованіе почтою для частныхъ лицъ. Тогда же было учреждено и отдѣльное почтовое вѣдомство, которымъ завѣдывалъ извѣстный Сюлли. При Людовикѣ XIV была введена система сдачи почты въ аренду, какая система просуществовала до 1790 г., когда было возстановлено непосредственное содержаніе почтъ государствомъ.

Въ Англіи почта была организована при Эдуардѣ IV (1461—1483). Въ Германіи она устроена въ 1516 г., въ Пруссіи въ 1646 г. Развитію почтовыхъ сообщеній особенно содѣйствовала введенная въ Англіи въ 1840 г. Роуландомъ Гилемъ система однообразныхъ почтовыхъ марокъ. Примѣру Англіи послѣдовали и другія государства. Въ 1874 г. въ Бернѣ была заключена международная почтовая конвенція, установившая первый международный почтовый союзъ. Въ 1878 г. состоялась вторая международная почтовая конвенція. Цѣль ихъ—установленіе однообразія въ условіяхъ почтоваго сообщенія.

Быстрота сообщеній въ передачѣ извѣстій особенно усилилась со времени примѣненія электричества. Уже въ древности прибѣгали къ различнымъ средствамъ для достиженія этой цѣли. Такъ, въ Персіи пользовались огнемъ для военныхъ сигналовъ. Въ 1840 г. англичанинъ Сооке первый примѣнилъ электрическій телеграфъ для потребностей желѣзныхъ дорогъ; этому примѣру послѣдовали сперва другія дороги, а затѣмъ начали устроять телеграфы и государства. Въ 1851 г. былъ сдѣланъ первый опытъ устройства морскаго телеграфа, а въ 1866 г. опытъ трансатлантическаго телеграфа между Ирландіей и Соед. Штатами Сѣв. Америки, протяженіемъ въ 890 геогр. миль.

Наконецъ въ послѣднее время послѣдовало новое улучшеніе въ этомъ дѣлѣ съ изобрѣтеніемъ телефоновъ и дѣлаются попытки введенія въ употребленіе фонографа.

§ 2. Въ древней Россіи населеніе довольствовалось естественными путями и не видно заботъ объ устройствѣ искусственныхъ, хотя выработалось различіе между большими дорогами, называвшимися „гостинницею великою“ отъ малыхъ. Развитію сношеній, кромѣ этихъ заботъ объ улучшеніяхъ дорогъ, препятствовали также проѣзжія пошлины, благодаря чему внутренняя торговля едва существовала. Со времени Алексѣя Михайловича начинаются уже нѣкоторыя заботы, а именно: въ Уложеніи его запрещается уничтоженіе землевладѣльцами пролегающихъ чрезъ ихъ поля дорогъ; въ случаѣ запахиванія дороги, землевладѣлецъ обязанъ былъ отвести другую. Уложеніе разрѣшаетъ землевладѣльцамъ, съ дозволенія подлежащихъ властей, взимать мостовыя пошлины, въ возмѣщеніе издержекъ по постройкѣ мостовъ. Въ писцовомъ наказѣ 1683 г. указаны уже и размѣры дорогъ, а именно проселочныя дороги должны быть въ 2 саж. ширины, а большія въ 3 сажени. Петръ В. въ инструкціи земскимъ коммиссарамъ вмѣняетъ имъ въ обязанность наблюдать за содержаніемъ дорогъ. При Елисаветѣ Петровнѣ въ 1755 г. учреждена Канцелярія отъ строеній государственныхъ дорогъ, которой Екатерина II поручила озаботиться улучшеніемъ всѣхъ дорогъ въ Россіи. Послѣ учрежденія губерній Канцелярія была закрыта и на губернаторовъ возложена обязанность наблюденія за дорогами. При Александрѣ I учреждено Главное Управленіе Путей Сообщенія, которому подчинены всѣ большія государственныя дороги, причемъ

для устройства дорогъ, въ особенности шоссейныхъ, установленъ особый денежный сборъ, изъ котораго часть откладывалась для составленія особаго дорожнаго капитала, для содержанія въ исправности всѣхъ государственныхъ дорогъ. Въ 1865 г. Главное Управленіе преобразовано въ Министерство Путей Сообщенія. Въ 1833 г. были учреждены губернскія и уѣздныя дорожныя коммисіи, упраздненныя со введеніемъ земскихъ учрежденій, которымъ поручено вѣдать пути сообщеній въ губерніяхъ и уѣздахъ.

Дѣйствующее теперь законодательство о путяхъ сообщеній относится: а) къ водянымъ сообщеніямъ, б) къ шоссейнымъ и грунтовымъ дорогамъ и в) къ желѣзнымъ дорогамъ.

Водяныя сообщенія. Водяныя сообщенія находятся въ вѣдѣніи министерства путей сообщенія по департаменту шоссейныхъ и водяныхъ сообщеній. Министерству подчинены окружныя правленія, состоящія изъ начальника округа, его помощника и членовъ. (Уст. пут. сообщ. ст. 19). На основаніи закона 24 іюня 1875 г. министр. путей сообщенія учреждаетъ, гдѣ въ томъ представится надобность, инспекторовъ судоходства и ихъ помощниковъ. Судоходныя инспекціи учреждаются для ближайшаго надзора за порядкомъ судоходства по водянымъ системамъ, озерамъ и рѣкамъ. Инспекторы судоходства подчинены начальникамъ округовъ и состоятъ членами окружныхъ правленій, Непосредственное завѣдываніе водными сообщеніями поручается начальникамъ дистанцій, отдѣльныхъ постовъ и постовымъ и береговымъ командамъ.

Начальникъ судоходной дистанціи непосредственно завѣдываетъ отправленіемъ судоходства и сплава, наблюдаетъ за исполненіемъ правилъ плаванія, за удовлетворительностью судовъ и т. п. Въ его завѣдываніи находятся пристани и бечевники. Онъ же долженъ защищать интересы судопромышленниковъ отъ притѣсненій, поборовъ, задержекъ въ пути и т. п., какъ равно интересы рабочихъ относительно расплаты съ ними судохозяевъ (Уст. ст. 44).

Къ органамъ благоустройства водяныхъ сообщеній относятся также судоходныя депутаціи, Онѣ учреждены въ помощь начальникамъ дистанцій и имѣютъ своей задачей оказывать содѣйствіе развитію судоходства.

Судоходныя рѣки предоставлены для общаго пользованія въ цѣляхъ судоходства (т. X. ч. I. ст. 434—439. Уст. пут. сообщ.

ст. 83—88). Прибережнымъ землевладѣльцамъ воспрещаются дѣйствія, мѣшающія судоходству, какъ наприм., воспрещается загораживаніе рѣкъ мельницами и т. п.

Судостроеніе нашъ законъ признаетъ свободнымъ промысломъ, разрѣшаемымъ всѣмъ безъ пошлинъ, за исключеніемъ пароходовъ. Но при этомъ подробно устанавливаются правила, которыми регулируется доброкачественность судовъ. (Уст. пут. сообщ. 95, 293 и слѣд.). Установлены особые судовые билеты, въ которыхъ обозначается фамилія хозяина судна, мѣра послѣдняго, клеймо и пр. (Уст. пут. сообщ. 96; Лѣсн. уставъ 298 и слѣд.). На морскія суда выдаются крѣпости или виды на принадлежность ихъ. На купеческія морскія суда сверхъ того выдаются особые аттестаты. Для рѣчныхъ судовъ подобные аттестаты выдаются начальниками дистанцій.

Сплавъ признается также свободнымъ промысломъ, какъ и судоходство. На сплавляемый лѣсъ лѣсопромышленникамъ выдаются сплавные билеты отъ лѣсничихъ или отъ владѣльцевъ лѣсныхъ дачъ. Для заграничнаго лѣса билеты замѣняются таможенными свидѣтельствами (Уст. лѣсной, ст. 314—322). Пароходы, предназначенные для перевозки пассажировъ и груза, облагаются пошлиной (Уст. торг. ст. 780, уст. пут. сообщ. ст. 83). Прочность котловъ и паровыхъ машинъ свидѣтельствуется губернскимъ начальствомъ (Уст. фабр. и зав. пром. ст. 42).

На улучшеніе водяныхъ путей сообщенія установленъ $^1/_4{}^0/_0$ сборъ, (по $^1/_4$ коп. съ рубля), взимаемый съ цѣны товаровъ и груза начальниками дистанцій. Сборъ этотъ взимается съ грузовъ и товаровъ, отправляемымъ по водамъ, на которыя закономъ спеціально распространено его взиманіе. (Перечень въ Уст. пут. сообщ. ст. 87). Но кромѣ этого общаго сбора существуютъ спеціальные сборы, установленные для улучшеній на опредѣленныхъ водахъ для содержанія судоходныхъ депутацій въ пользу городовъ и за проходъ чрезъ плавучіе мосты.

Сухопутныя дороги составляютъ общее достояніе съ ограниченіями, установленными закономъ (Уст. путей сообщ. ст. 10, 524—534), почему проѣздъ по нимъ не можетъ быть воспрещенъ дороги не могутъ быть уничтожаемы (Уст. пут. сообщ, ст. 889—890).

Съ точки зрѣнія относительнаго значенія въ народномъ благоустройствѣ дороги наше законодательство раздѣляетъ на слѣдующіе пять классовъ: 1) дороги главныхъ сообщеній или государственныя, 2) дороги большихъ сообщеній, 3) сообщеній изъ губерній въ губернію, 4) уѣздныхъ сообщеній и 5) сельскихъ и полевыхъ сообщеній.

Государственныя дороги состоятъ въ завѣдываніи министерства путей сообщенія (Уст. пут. сообщ. ст. 11). Для государственныхъ грунтовыхъ дорогъ полагается ширина въ 60 саж.; для шоссейныхъ въ закрытыхъ лѣсныхъ мѣстностяхъ—30 саж., а въ открытыхъ 20 саж. (ст. 824).

Такія дороги, какъ находящіяся въ непосредственномъ завѣдываніи министерства путей сообщенія, содержатся на счетъ казны. Въ особенности подробно регламентированы шоссейныя дороги. Ширина собственно шоссе опредѣляется въ 6 саж. Мосты должны быть не менѣе, какъ въ 3 саж. Съ проѣзжающихъ по шоссейнымъ дорогамъ взимается шоссейный сборъ (Уст. пут. сообщ. ст. 846, 863, 865), отъ такого сбора освобождаются: 1) мѣстные жители, 2) ямщики и извозчики, ѣдущіе безъ пассажировъ, 3) крестьяне и евреи, переселяющіеся въ другія губерніи для земледѣлія, 4) всѣ проѣзжающіе между заставами на шоссе, 5) казенныя повозки, 6) военные обозы и т. д.

Дороги втораго, третьяго, и четвертаго классовъ должны быть шириною въ 30 саж., но по мѣстнымъ обстоятельствамъ допускается и меньшій размѣръ. Дороги эти состоятъ въ вѣдѣніи земствъ, тамъ же, гдѣ не веденны земскія учрежденія, ими завѣдываютъ губернскіе распорядительные комитеты. Къ вѣдѣнію земства относится: раздѣленіе дорогъ на губернскія и уѣздныя, ходатайства о перечисленіи дорогъ въ разрядъ государственныхъ и распоряженія по устройству и содержанію дорогъ (ст. 62). Дороги содержатся или на счетъ денежныхъ повинностей или натуральныхъ, причемъ земствамъ предоставлено право переложенія дорожныхъ повинностей изъ натуральныхъ въ денежныя.

Дороги послѣдняго класса (проселочныя и полевыя) должны имѣть ширину въ 3 сажени (Уст. п. с. ст. 16, 524, 529). Обязанность содержанія ихъ въ удовлетворительномъ видѣ лежитъ на обществахъ и владѣльцахъ земель. (Уст. пут. сообщ. ст. 15, 802,

805). Владѣльцы земель, чрезъ которыя пролегаютъ проселочныя дороги, могутъ распахивать ихъ или употреблять для другихъ назначеній, но при этомъ они обязываются сдѣлать вмѣсто старой новую дорогу, чрезъ свои же дачи, не въ дальнемъ отъ прежняго разстояніи и съ тѣмъ, чтобы начало и конецъ приходились на прежнюю дорогу (Уст. п. с. ст. 891—892).

Перечисленіе дорогъ уѣздныхъ или губернскихъ въ проселочныя предоставлено, съ утвержденія министра внутреннихъ дѣлъ или губернатора, земскимъ учрежденіямъ. Этимъ же учрежденіямъ предоставлено право назначать, съ утвержденія министра внутреннихъ дѣлъ, сборы по земскимъ дорогамъ, мостамъ и переправамъ. (Св. зак. т. II, ч. I. (пол. о зем.) изд. 1876 г. ст. 1884). По городовому положенію 1870 г. городскимъ думамъ предоставлено право устанавливать сборы за проходъ и проѣздъ по сооруженіямъ, возведеннымъ на городской счетъ для сообщеній внутри города, но съ утвержденія министра внутреннихъ дѣлъ.

§ 3. *Желѣзныя дороги* принадлежитъ къ числу важнѣйшихъ факторовъ современной экономической культуры. Быстрота, правильность и дешевизна передвиженія по этимъ дорогамъ значительно усилили сношенія и совершенно измѣнили экономическій бытъ народовъ. Сравнительно съ другими видами сообщеній желѣзныя дороги въ такой степени представляютъ собою усовершенствованный путь, что о конкуренціи не можетъ быть и рѣчи, и рельсовый путь является естественно-экономической монополіей. Будучи по существу дѣла монопольнымъ предпріятіемъ и имѣя громадное вліяніе на экономическій бытъ страны, желѣзныя дороги не могутъ оставаться внѣ государственной регламентаціи и быть предметомъ исключительно частной иниціативы и частнаго интереса. Даже тѣ рельсовые пути, которые построены на частныя средства, безъ всякаго содѣйствія со стороны государства, не могутъ быть въ безконтрольномъ завѣдываніи частныхъ собственниковъ, подобно тому, какъ лѣсъ, состоящій въ полной частной собственности, не можетъ быть предметомъ безконтрольной эксплоатаціи. По справедливому замѣчанію И. Андреевскаго, въ настоящее время даже „и тѣ государства, какъ Англія, которыя первоначально не находили нужнымъ вести надзора и дѣлать свои правительственныя вторженія, пришли къ убѣжденію въ томъ, что интересы общіе цѣлаго государства могутъ пострадать при такомъ

равнодушіи со стороны правительства. До сороковыхъ годовъ англійское правительство заботилось своими законами обезпечить только интересы желѣзнодорожныхъ предпринимателей, возлагая на нихъ, при дарованіи концессіи, обязанность доказать, что ихъ предпріятіемъ не нарушаются права третьихъ лицъ. Но съ сороковыхъ годовъ проводятся совершенно иныя начала. Законъ 1844 г. прямо предоставляетъ правительству извѣстныя распоряженія относительно компаній желѣзныхъ дорогъ, ставящія все это дѣло на совершенно иныя основанія: правительству предоставлено вмѣшиваться въ тарифы, прямо купить въ казну дорогу, строющуюся послѣ этого закона и пр. (Полиц. прав., II, стр. 764—765). И во всѣхъ другихъ государствахъ въ настоящее время все болѣе и болѣе признается аксіомой, что желѣзнодорожное дѣло, близко соприкасающееся съ общими интересами страны, не можетъ быть исключительно частнымъ дѣломъ, не подчиненнымъ постоянному полицейскому контролю со стороны государства.

Нѣкоторыя государства, по примѣру Германіи, стремятся даже къ полному выкупу желѣзныхъ дорогъ и къ превращенію ихъ въ государственныя. Не можетъ быть сомнѣнія въ томъ, что въ рукахъ государства желѣзныя дороги должны лучше служить интересамъ народнаго благоустройства, нежели въ частныхъ рукахъ. Но тотъ же самый результатъ въ извѣстной степени можетъ быть полученъ и при надлежащимъ регулированіи желѣзнодорожнаго дѣла подлежащими государственными органами. Послѣднее предпочтительнѣе перваго въ тѣхъ случаяхъ, когда казна не владѣетъ свободными рессурсами для выкупа желѣзныхъ дорогъ. Нѣтъ, наприм., никакой нужды пріобрѣтать государству въ собственность всѣ частные лѣса, когда надлежащее сохраненіе ихъ можетъ быть достигнуто узаконеніями о правильномъ лѣсномъ хозяйствѣ. Нѣтъ никакой надобности въ затратѣ денегъ на выкупъ въ казну желѣзныхъ дорогъ, когда правильная, согласная съ интересами страны эксплоатація ихъ можетъ быть достигнута соотвѣтствующей регламентаціей всего желѣзнодорожнаго хозяйства. Но это остается вѣрнымъ для тѣхъ случаевъ, когда для выкупа необходимо затрачивать наличныя средства. Совершенно въ иномъ положеніи находится страна, въ которой желѣзныя дороги построены на средства, собранныя по частямъ со всего населенія посредствомъ акцій и особенно облигацій. Здѣсь выкупъ производит-

ся простой замѣной однихъ обязательствъ на другія, болѣе выгодныя владѣльцамъ ихъ, т. е. происходитъ замѣна частныхъ процентныхъ бумагъ на государственныя. Въ этихъ случаяхъ выкупъ безусловно полезенъ и необходимъ.

Основнымъ принципомъ отношеній государства къ желѣзнымъ дорогамъ необходимо признать общее правило, по которому вся дѣятельность каждой желѣзной дороги, будетъ ли она построена безъ содѣйствія правительства или съ его содѣйствіемъ, подчиняется строгому контролю и строгой регламентаціи. Желѣзныя дороги ни въ какомъ случаѣ не могутъ быть изъяты изъ вѣдѣнія правительства, какъ не можетъ быть изъятъ судъ, мѣстная полиція, учебное дѣло и т. п.

И. Андреевскій принимаетъ слѣдующія начала для урегулированія этихъ отношеній: 1) Желѣзныя дороги должны быть признаны важнымъ государственнымъ учрежденіемъ, почему правительству принадлежитъ право построенія ихъ, равно передачи въ извѣстный срокъ частнымъ лицамъ или компаніямъ, но съ сохраненіемъ за собою права выкупа. 2) Передача такой постройки или эксплоатаціи уже построенныхъ дорогъ посредствомъ концессіи должна имѣть въ виду сохраненіе всѣхъ интересовъ государства и, обезпечивая ихъ поставляемыми въ концессіи условіями, сохранить за собою право пополнять эти условія такими предписаніями, которыя будутъ вызываемы дѣйствительною безопасностью и благосостояніемъ страны и которыя не могли быть предусмотрѣны при выдачѣ концессіи. 3) Оказывая, если это будетъ признано безусловно необходимымъ, пособіе компаніи или вообще строителямъ, правительство обязано предварительно испытать средства, нельзя ли достигнуть желаемой постройки безъ такихъ пособій. 4) Давая разрѣшеніе на устроеніе линій, правительство имѣетъ въ виду достигнуть какъ дешевизны, такъ и прочности постройки. 5) Такъ какъ каждая желѣзная дорога можетъ получить значеніе военной дороги, то правительству всегда принадлежитъ право дѣлать на каждой дорогѣ всѣ необходимыя для государственной военной цѣли приспособленія. 6) И при выдачѣ концессій, и впослѣдствіи, если окажется необходимымъ, правительство въ правѣ требовать по возможности полнаго обезпеченія гигіеническихъ условій какъ для пассажировъ—приспособленіемъ вагоновъ и надлежащимъ устроеніемъ станцій, такъ и для перевозимыхъ по дорогѣ животныхъ.

7) При выдачѣ концессій правительство вправѣ обезпечить дешевизну перевозки небогатаго, рабочаго класса и почти, равно поставить условія относительно размѣровъ тарифа по перевозкѣ товаровъ, какъ общія такъ и относительныя, на будущее время, при достиженіи опредѣленныхъ процентовъ дивидента на затраченный капиталъ. 8) Поставляя эти начала при выдачѣ концессій и проводя ихъ въ своихъ законахъ правительство для наблюденія за выполненіемъ ихъ должно поставить за каждою дорогою свой правительственный надзоръ (Полиц. право, II, стр. 767—769).

Нѣкоторыя изъ этихъ началъ въ настоящее время имѣютъ лишь историческій интересъ. Таковъ, наприм., принципъ, по которому государство только при выдачѣ концессій имѣетъ право позаботиться о дешевомъ передвиженіи по желѣзнымъ дорогамъ рабочихъ. Послѣ того, когда выяснилось государственное значеніе желѣзныхъ дорогъ, не можетъ быть и рѣчи о правѣ желѣзнодорожныхъ обществъ установлять безконтрольно и независимо отъ государства тарифы. Если государство отказывается отъ своего права регулировать желѣзнодорожные тарифы, то этимъ оно отказывается отъ всякаго участія въ направленіи желѣзнодорожнаго дѣла согласно съ интересами страны, такъ какъ именно въ тарифахъ заключается вся суть дѣла. Размѣрами и характеромъ тарифовъ опредѣляются размѣры и характеръ движенія людей и товаровъ. Предоставленіе желѣзнодорожнымъ обществамъ права самостоятельно установлять тарифы равносильно предоставленію имъ права установлять размѣры и характеръ движенія въ странѣ людей и товаровъ. Другими словами, въ этомъ случаѣ крупные факторы государственнаго благоустройства передаются въ распоряженіе частныхъ лицъ и обществъ, интересы которыхъ не всегда согласны съ государственными интересами.

Необходимость государственнаго регулированія тарифнаго дѣла желѣзныхъ дорогъ вытекаетъ также изъ естественно-экономическаго принципа, лежащаго въ основаніи тарифной политики.

Размѣры тарифа опредѣляются способностью товара выдержать издержки провоза, т. е. размѣрами чистаго дохода, выручаемаго товаровладѣльцемъ, благодаря доставкѣ товара по желѣзной дорогѣ. Представимъ себѣ, что по желѣзной дорогѣ доставляются пудъ пшеницы, стоимостью въ 1 рубль, и пудъ перчатокъ стоимостью въ 1000 рублей. Всякому очевидно, что установленіе одинаковаго тарифа для пуда пше-

ницы и пуда перчатокъ было бы грубою несправедливостью. Если взимается за доставку того и другаго продукта на опредѣленное разстояніе 5 коп., то тарифъ составитъ въ цѣнности пшеницы 5%, между тѣмъ какъ въ цѣнности перчатокъ такую ничтожную долю, при которой доставка имѣетъ даровое значеніе, между тѣмъ какъ для хлѣба она слишкомъ дорога. Установленіе одинаковаго тарифа по вѣсу товара повело бы къ тому, что издержки провоза поглощали бы весь чистый доходъ отъ сбыта товара, между тѣмъ какъ для массы другихъ товаровъ, обладающихъ высокою цѣнностью при маломъ вѣсѣ и объемѣ, эти издержки были бы вовсе незамѣтны. Съ другой стороны къ такой же несправедливости приводило бы и установленіе размѣровъ тарифовъ по цѣнности, такъ какъ продукты одинаковой цѣнности могутъ имѣть неодинаковое значеніе съ точки зрѣнія доходности. Въ этихъ случаяхъ одинаковый тарифъ можетъ быть непомѣрнымъ для товара, приносящаго малую торговую прибыль, и вовсе не чувствительнымъ для товара, дающаго большую торговую прибыль. Такіе одинаковые тарифы для товаровъ одной и той же цѣнности, какъ и тарифъ по вѣсу, будутъ сопровождаться искуственнымъ удержаніемъ однихъ товаровъ въ мѣстахъ производства и искуственнымъ же распространеніемъ другихъ товаровъ. Другими словами, все товарное обращеніе въ странѣ въ значительной степени получитъ искусственный характеръ. Для того, чтобы тарифы не противорѣчили естественно-экономическимъ условіямъ, необходимо соразмѣреніе ихъ съ доходностью провозимыхъ грузовъ, какъ способностью ихъ выдерживать фрахтъ.

Но этотъ принципъ въ существѣ своемъ есть финансовый принципъ. Размѣры налоговъ опредѣляются платежными силами каждаго—такъ формулируется въ финансовомъ хозяйствѣ принципъ справедливости въ распредѣленіи податей. Принципъ тарифной политики совершенно аналогиченъ съ этимъ финансовымъ принципомъ. Размѣры провознаго налога соразмѣряются съ размѣрами платежныхъ силъ перевозимыхъ товаровъ во имя тѣхъ же началъ справедливости, по которымъ размѣры государственныхъ налоговъ соразмѣряются съ платежными средствами населенія.

Но этотъ финансовый принципъ тарифной политики въ частныхъ рукахъ даетъ легкую возможность злоупотребленій, вслѣдствіе чего предоставленіе права установлять тарифы частнымъ желѣзнодорож-

нымъ обществамъ, безъ надлежащаго контроля со стороны государства, равносильно представленію на ихъ усмотрѣніе и произволъ интересовъ всего населенія. Сущность кореннаго принципа тарифной политики требуетъ, чтобы установленіе тарифовъ было дѣломъ государственныхъ учрежденій, а не частныхъ лицъ и обществъ.

У насъ желѣзныя дороги устраиваются на счетъ казны и на средства частныхъ лицъ и обществъ (уст. пут. сообщ. 575). При выдачѣ концессій частнымъ лицамъ и компаніямъ требуется представленіе проектовъ дороги и залогъ, (ст. 580). Концессіи выдаются на основаніи Высочайшаго повелѣнія, по одобреніи проекта ея въ Комитетѣ Министровъ. Концессіи могутъ быть только на опредѣленный срокъ и концессіонерамъ можетъ быть выдана правительственная гарантія по акціямъ и облигаціямъ. Можетъ быть выдана такая гарантія также и земскимъ учрежденіямъ, но съ тѣмъ условіемъ, чтобы платежъ по гарантіи не превышалъ 30% земскихъ сборовъ за послѣдній годъ. (Сб. узак. 1870, № 513). Для полицейскаго надзора учреждена особая желѣзнодорожная инспекція (прил. къ ст. 582 по прод. 1863 г.) и полицейскія управленія изъ корпуса жандармовъ.

12 іюня 1885 г. Высочайше утвержденъ общій уставъ Россійскихъ желѣзныхъ дорогъ. По этому уставу, перевозка пассижировъ, багажа, почтъ и грузовъ составляетъ обязанность каждой открытой для пассажирскаго и товарнаго движенія желѣзной дороги. Желѣзная дорога имѣетъ право отказать въ принятіи товара или пассажира: 1) если пассажиръ или отправитель груза не согласится подчиниться условіямъ перевозки, опредѣленнымъ въ общемъ уставѣ дорогъ, 2) если перевозка пріостановлена по распоряженію правительства, или вслѣдствіе какого либо чрезвычайнаго событія или дѣйствіемъ непреодолимой силы; 3) если въ отходящемъ пассажирскомъ поѣздѣ, состоящемъ изъ установленнаго числа вагоновъ подлежащихъ классовъ, не окажется свободнаго мѣста, 4) если пассажиръ находится: а) въ нетрезвомъ состояніи или явно непристойной одеждѣ и б) въ такомъ болѣзненномъ состояніи, которое можетъ угрожать опасностью другимъ пассажирамъ, если для такого пассажира не будетъ взято особое отдѣленіе, 5) если перевозка предъявленнаго къ отправкѣ груза требуетъ особо приспособленныхъ перевозочныхъ средствъ, которыхъ жел. дорога не имѣетъ и не обязана имѣть и 6) если на

станціи всѣ отведенныя для склада грузовъ площади заполнены, а доставленный грузъ не принадлежитъ къ числу подлежащихъ отправкѣ въ теченіе двадцати четырехъ часовъ, Желѣзная дорога отвѣчаетъ за вредъ и убытки, причиненные служебными дѣйствіями служащихъ. Всѣ сдѣлки, направленныя къ измѣненію или освобожденію отъ этой отвѣтственности, признаются недѣйствительными. О всякомъ случаѣ отказа въ принятіи къ перевозкѣ пассажира, багажа или груза, а равно при понудительномъ удаленіи пассажира изъ поѣзда, исключеніи груза изъ очереди, неудовлетворительности упаковки груза, необходимости ея исправленія и при утратѣ или поврежденіи груза, чинами жандармской полиціи составляется, по требованію заинтересованныхъ лицъ, протоколы, подписываемые начальникомъ станціи, пассажирами или грузоотправителями и посторонними лицами. Копіи съ этихъ протоколовъ выдаются заинтересованнымъ лицамъ на простой бумагѣ, по словеснымъ заявленіямъ.

Для каждой дороги министерствомъ путей сообщенія опредѣляется нормальное число вагановъ въ поѣздахъ, а равно случаи отправленія пассажирскихъ экстренныхъ и дополнительныхъ поѣздовъ, соображаясь съ размѣрами обнаруживающагося въ разныя времена года пассажирскаго движенія. Тарифы должны быть обнародываемы въ установленномъ порядкѣ. Каждый пассажиръ имѣетъ право на провозъ безплатно одного ребенка до пятилѣтняго возраста, за провозъ остальныхъ дѣтей плата, какъ за дѣтей свыше пяти лѣтъ. За провозъ дѣтей отъ 5 до 10 л. взимается половинна плата. Пассажиръ, оказавшійся въ поѣздѣ безъ билета, обязанъ уплатить двойную провозную плату за все пройденное поѣздомъ разстояніе отъ контрольной станціи до станціи, непосредственно слѣдующей за тѣмъ мѣстомъ, гдѣ обнаружено неимѣніе билета. Постановленіе о взысканіи двойной платы не распространяется на случай: 1) когда пассажиръ. не успѣвъ пріобрѣсти билетъ, сядетъ въ поѣздъ съ разрѣшенія начальника станціи и 2) когда пассажиръ докажетъ агенту желѣзной дороги утрату своего билета. Если пассажиръ не пожелаетъ произвести платежъ, то жандармъ, а при отсутствіи его начальникъ станціи удаляетъ такого пассажира изъ поѣзда. Вмѣстѣ съ тѣмъ пассажиръ долженъ представить достачное имущественное обезпеченіе въ уплатѣ слѣдующей съ него суммы. Начальникъ станціи имѣетъ право, при посредствѣ жандарма, удалить пассажира изъ поѣзда: 1) если пасса-

жиръ нарушаетъ правила, ограждающія спокойствіе другихъ ѣдущихъ въ одномъ съ нимъ помѣщеніи лицъ, 2) если находящіеся одномъ съ нимъ вагонѣ или поѣздѣ пассажиры потребуютъ его удаленія, вслѣдствіе его буйства, или же явно безстыдныхъ или оскорбительныхъ съ его стороны дѣйствій и 3) если онъ, слѣдуя въ общемъ вагонѣ, находится въ болѣзненномъ состояніи, угрожающемъ опасностью другимъ пассажирамъ, или страдаетъ недугомъ, возбуждающимъ общее отвращеніе, когда притомъ нѣтъ возможности помѣстить его отдѣльно. Удаленіе пассажира изъ поѣзда не допускается на станціяхъ, находящихся вдали отъ городовъ, селъ или деревень. Станціи, на которыхъ не имѣетъ мѣста удаленіе, опредѣляются для каждой дороги министромъ путей сообщенія. Каждый пассажирскій билетъ даетъ право на безплатный провозъ въ багажномъ вагонѣ одного пуда, а дѣтскій билетъ 20 фунтовъ багажа. Багажъ выдается желѣзною дорогою продъявителю багажной квитанціи. Если багажъ не будетъ выданъ въ теченіе 48 часовъ по востребованіи и если онъ не задержанъ во исполненіе распоряженія правительств. установленій, то пассажиръ имѣетъ право считать его утраченнымъ и получить съ желѣзной дороги причитающееся за него вознагражденіе. Возникающія между публикою и служащими на желѣзной дорогѣ лицами пререканія разрѣшаются: а) на станціяхъ чинами жандармской желѣзнодорожной полиціи, а при отсутствіи ихъ начальниками станцій; б) во время пути оберъ-кондукторами поѣздовъ.

Принятые къ перевозкѣ грузы отпрявляются съ соблюденіемъ порядка очередей, за исключеніемъ а) грузовъ, подлежащихъ перевозкѣ по особымъ правиламъ, утвержденнымъ совѣтомъ по желѣзнодорожнымъ дѣламъ и б) грузовъ, безотлагательная перевозка коихъ требуется въ общегосударственныхъ интересахъ или въ видахъ удовлетворенія общественныхъ нуждъ или же общими правительственными распоряженіями. Очередные грузы подлежатъ отправкѣ съ соблюденіемъ постепенности, порядокъ которой устанавливается министромъ путей сообщенія. Желѣзныя дороги не имѣютъ права дѣлать грузотправителямъ уступки противъ дѣйствующихъ тарифовъ, подъ условіемъ перевозки однимъ и тѣмъ же лицомъ извѣстнаго количества груза въ опредѣленный срокъ (рефакціи), равно какъ предоставлять тѣмъ или другимъ грузоотправительмъ какія либо исключительныя преимущества въ перевозкѣ, независимо отъ тарифной

платы. Всякія этого рода частныя соглашенія воспрещаются и признаются недѣйствительными. Станція назначенія обязана хранить безплатно грузы малой скорости въ теченіи 48, и грузы большой скорости въ теченіи 24 часовъ. Перевозимый грузъ служитъ для желѣзныхъ дородъ обезпеченіемъ всѣхъ причитающихся имъ по перевозкѣ платежей, которые подлежатъ удовлетворенію изъ этого обезпеченія преимущественно предъ всякими другими долгами грузохозяина. Обезпеченіе это имѣетъ силу до тѣхъ поръ, пока грузъ находится въ вѣдѣніи желѣзныхъ дорогъ или третьяго лица, хранящаго грузъ за счетъ дорогъ. Грузы, непринятыя въ теченіи тридцати дней со дня ихъ прибытія, считаются невостребованными. По прошествіи этого срока посылается увѣдомленіе отправителю и троекратно публикуется въ вѣдомостяхъ. Въ случаѣ неявки получателя или отправителя въ теченіи трехъ тѣсяцевъ со дня послѣдней публикаціи, невостребованные грузы продаются съ публичнаго торга.

Особенно важное значеніе въ нашемъ желѣзнодорожномъ законодательствѣ имѣютъ Высочайше утвержденное 8 марта 1889 года Временное положеніе о желѣзнодорожныхъ тарифахъ и объ учрежденіяхъ по тарифнымъ дѣламъ. Этимъ положеніямъ впервые строго регламентировано и подчинено государству тарифное дѣло, до этого времени находившіеся внѣ всякаго контроля со стороны государства. Положеніемъ признается необходимымъ „правительственное руководительство“ тарифами, которое выражается: а) въ установленіи тарифныхъ нормъ, б) въ установленіи правилъ относительно составленія, введенія въ дѣйствіе, примѣненія и отмѣны тарифовъ, в) въ надзорѣ за неуклоннымъ соблюденіемъ установленныхъ нормъ и правилъ и въ принятіи мѣръ къ устраненію обнаруженныхъ отступленій, г) въ наблюденіи за тѣмъ, чтобы тарифы соотвѣтствовали интересамъ населенія, промышленности, торговли и казны, д) въ разрѣшеніи вопросовъ по распредѣленію между желѣзными дорогами провозныхъ платъ и другихъ сборовъ, по устраненію соперничества и по взаимнымъ договорамъ дорогъ между собою или съ другими перевозочными предпріятіями, а равно частными обществами и лицами, въ тѣхъ частяхъ договоровъ, которыя касаются тарифовъ и направленія пассажирскихъ грузовъ. Отношеніе государства къ тарифному дѣлу въ Положеніи выражено слѣдующимъ образомъ: правительству принадлежитъ руководительство дѣйствіями желѣзныхъ дорогъ по

установленію тарифовъ, съ цѣлью огражденія интересовъ населенія, промышленности, торговли и казны.

Завѣдываніе тарифнымъ дѣломъ сосредоточено въ Министерствѣ Финансовъ, въ составъ коего входятъ: 1) совѣтъ по тарифнымъ дѣламъ, 2) тарифный комитетъ и 3) департаментъ желѣзнодорожныхъ дѣлъ.

Тарифы, составляемые частными желѣзными дорогами, Положеніе называетъ „предположеніями“. Такія предположенія не могутъ быть приводимы въ дѣйствіе безъ разсмотрѣнія ихъ въ учрежденіяхъ по тарифнымъ дѣламъ. Предположенія о тарифахъ представлюются Министерству Финансовъ съ подробнымъ объясненіемъ основаній, принятыхъ для составленія новаго тарифа. Отъ Министерства Финансовъ зависитъ пріостановить примѣненіе новаго тарифа, или указать условія его примѣненія, или вовсе отказать въ приведеніи его въ дѣйствіе. Если въ теченіе шести недѣль министествомъ не будетъ заявлено препятствій къ примѣненію тарифа, то онъ можетъ быть введенъ въ дѣйствіе, какъ въ такомъ случаѣ, когда со стороны министерства послѣдуетъ увѣдомленіе о согласіи его на примѣненіе тарифа.

Совѣтъ по тарифнымъ дѣламъ состоитъ подъ предсѣдательствомъ Министра Финансовъ, изъ его товарища, директоровъ департаментовъ: желѣзнодорожныхъ дѣлъ и торговли и мануфактуръ, двухъ членовъ отъ министерства путей сообщенія, членовъ отъ министерствъ: финансовъ, государств. имуществъ, внутреннихъ дѣлъ и государств. контроля, трехъ представителей земледѣльческой промышленности, двухъ представителей торговли и мануфактуръ, одного представителя горнозаводской промышленности и трехъ представителей частныхъ желѣзныхъ дорогъ.

Тарифный комитетъ состоитъ подъ предсѣдательствомъ директора департамента желѣзнодорожныхъ дѣлъ изъ двухъ членовъ отъ министерства финансовъ и по одному отъ министерства путей сообщенія, государственныхъ имуществъ и государственнаго контроля.

Вѣдѣнію совѣта подлежатъ: а) всѣ общіе тарифные вопросы, б) частные тарифные вопросы, по которымъ въ тарифномъ комитетѣ не состоялось рѣшенія или которые будутъ переданы на рѣшеніе совѣта министромъ финансовъ, в) возраженія желѣзныхъ дорогъ и ихъ съѣздовъ на распоряженія по тарифному дѣлу департамента же-

лѣзнодорожныхъ дѣлъ, если эти возраженія находятся въ связи съ потребностями населенія и нуждами промышленности и торговли.

Вѣдѣнію тарифнаго комитета подлежатъ: а) важнѣйшее изъ частныхъ тарифныхъ вопросовъ, находящихся въ прямой связи съ потребностями населенія и нуждами промышленностями и торговли, б) частные тарифные вопросы, возбуждаемые правительственными вѣдомствами, о разрѣшеніи которыхъ въ комитетѣ, при самомъ возбужденіи ихъ, будетъ выражено желаніе главныхъ начальниковъ сихъ вѣдомствъ и в) тарифные вопросы меньшей важности, передаваемые на разсмотрѣніе комитета Министромъ Финансовъ, а также вносимые въ комитетъ по усмотрѣнію директора департамента желѣзнодорожныхъ дѣлъ. Если при рѣшеніи вопроса въ количествѣ не составится большинства, то дѣло передается на рѣшеніе совѣта по тарифнымъ дѣламъ.

Вѣдѣнію департамента желѣзнодорожныхъ дѣлъ принадлежитъ: а) дѣлопроизводство совѣта по тарифнымъ дѣламъ и тарифнаго комитета, б) производство по сношеніямъ съ правительственными вѣдомствами, общественными учрежденіями, желѣзными дорогами, ихъ съѣздами, а также частными обществами и лицами, в) разсмотрѣніе и обсужденіе представленій желѣзныхъ дорогъ и ихъ съѣздовъ объ измѣненіяхъ въ дѣйствующихъ тарифахъ, и тарифныхъ вопросовъ, возбуждаемыхъ правительственными вѣдомствами, общественными учрежденіями и обществами, г) собраніе свѣдѣній по тарифному дѣлу, д) возбужденіе и разработка тарифныхъ предположеній, могущихъ способствовать осуществленію цѣлей правительственнаго руководительства тарифами, а равно предположеній о мѣрахъ къ постепенному водворенію и къ постепенному поддержанію на желѣзныхъ дорогахъ тарифовъ, соотвѣтствующихъ какъ продовольственнымъ и торгово-промышленнымъ интересамъ, такъ и доходности желѣзнодорожной сѣти, е) разрѣшеніе частныхъ вопросовъ по распоряженію ставокъ между желѣзными дорогами въ тарифахъ прямыхъ сообщеній, ж) объявленіе желѣзнымъ дорогамъ распоряженій о новыхъ тарифахъ и з) надзоръ за соблюденіемъ желѣзными дорогами правилъ о тарифахъ.

Приведеннымъ Положеніемъ создаются органы государства для руководительства желѣзнодорожными тарифами какъ на правительственныхъ, такъ и на частныхъ желѣзныхъ дорогахъ. При осуще-

ственіи этого руководительства частныя желѣзнодорожныя общества должны получить въ системѣ государственнаго благоустройства то значеніе, какое они должны имѣть по существу дѣла. Общества эти будутъ органами государственнаго благоустройства, а не государствомъ въ государствѣ [1]). Къ такимъ образомъ руководительствуемымъ желѣзнодорожнымъ обществамъ относится названіе ихъ, предложенное Л. Штейномъ, акціонерными органами управленія (Verwaltungsvereine auf Akzien) [2]).

§ 4. Къ средствамъ сообщеній относятся также почты и телеграфы.

Къ условіямъ, которыми опредѣляется найбольшая полезность почтовыхъ сообщеній, относятся: скорость, вѣрность, дешевизна и регулярность ихъ [3]). Эти условія могутъ быть созданы только государствомъ, имѣющимъ возможность бездоходность сообщеній въ однихъ мѣстностяхъ страны покрывать излишками доходовъ изъ другихъ мѣстностей. На этомъ основаніи во всѣхъ образованныхъ странахъ почтовыя сообщенія постепенно монополизируются государственною властью. Почтовое дѣло требуетъ центральнаго управленія во всей странѣ, которое возможно только при сосредоточеніи его въ рукахъ государства. Затѣмъ правильно поставленное почтовое дѣло требуетъ опредѣленныхъ соглашеній съ другими государствами, что не достижимо для частныхъ предпринимателей. Въ 1874 г. въ Бернѣ была заключеоа первая международная почтовая конвенція, по которой всѣ участвовавшія въ ней страны заключили между собою общій почтовый союзъ—Union générale des postes. Къ этому союзу принадлежатъ: Россія, Германія, Астро-Венгрія, Бельгія, Данія, Испанія, Египетъ, Соедин. Штаты Сѣверной Америки, Франція, Англія, Германія, Италія, Норвегія, Голландія, Португалія, Румынія, Турція, Сербія, Швейцарія и др. Въ 1878 г. новый международный почтовый конгрессъ въ Парижѣ дополнилъ нѣкоторыя изъ постановленій перваго бернскаго конгресса. Тогда же принято было созывать такіе конгрессы чрезъ каждыя пять лѣтъ.

---

[1]) Извѣстно, что въ Англіи правительству приходилось вести борьбу съ желѣзными дорогами даже относительно перевозки почты. Cohn. Die Entwickelung der Eisenbahngesetzgebung in England, т. I стр. 66 и слѣд.

[2]) Stein. Die vollziehende Gewolt, т. III, стр. 135 и слѣд. Его же. Handbuch der Verwaltungslehre, стр. 214.

[3]) Mohl. Die Pilizeiwissenschaff т. III, стр. 466 и слѣд.

в. Владиміра на осенне

ВЕРГЪ.	П
узскій языкъ, *екюсь*. Ауд. № 3.	А лектор
по греческому языку: оц. *Поспишиль*. . *Лецiусъ*. Ауд. № 8. *Гонни*. Ауд. № 1.	Аристофа Гомеръ,
о греческому языку: оц. *Поспишиль*. . *Лецiусъ*. Ауд. № 8.	Богослові Сравнит. яз... пр...

осеннее полугодіе

Ь НАУКЪ.

енко. Ауд. № 5. авнаго перемѣн- *въ.* Ауд. № 10.	Практическія у браичес пр. *Ващенко-За* Теоретичес проф. *Хандри*
авнаго перемѣн- *въ.* Ауд. № 10. ая химія . Хим. лаб.	Опытн проф. *Аве* Теоретическ проф. *Хандри*
ая химія . Хим. лаб. няемой системы Ауд. № 11. ми производными . Ауд. № 5.	Элементарн проф. *Ромер* Приложеніе дифф численія къ геом Ауд. Практ. упражн. проф. *Суслов*
еніе и теорія оф. *Ермаковъ.* № 5.	Элементарн проф. *Ромер* Приложеніе диф къ геометріи Ауд. Практ. упражн. проф. *Суслов*

канъ **Ѳ. Гарничъ-Гарницкій**

ра на осеннее полугодіе 189

Р Г Ъ.	П Я Т Н И Ц
общая часть), Ауд. № 7.	Богословіе (догмат.), пр. Ауд. № 2.
источники и юсл. церкви), Ауд. № 8.	Исторія философіи права (д пр. *Ренненкампфъ*. Ауд.
и благочин.), Ауд. № 9.	Полицейское право (исторі гочиніе), проф. *А. Анти* Ауд. № 9
щій курсъ),	

ф. *Черновъ* ольница).	(Хирург. факульт. клин
рофессоръ я химія, *Алексѣевъ* бор.).	*Эльтековъ* (Химия Органическая химі орд. пр. *Алексѣевъ* (Химич Оперативная хирург засл. ор. пр. *Караваевъ* (А
	Практ. занятія по опер. х заслуж. орд. проф. *Кар* (Анатом. театръ).
занятія по ра-ординар (Фарма	фармаціи и судебн ный профессоръ *Л* цевтическая ла
ессоръ *Ти*	*хомировъ* (Анатомич
ом. театръ). атолог. гисто-- д. проф. *Минхъ* институтъ). кушерство.	Опер. хирургія съ топогр пр.-доц. *Рустицкій* (Анат. Практ. занятія по нерв. б орд. пр. *Сикорскій* (Алекс.

КІЕВЪ.

БЛИЩА

ЕСКИХЪ НАБЛЮДЕНІЙ

КІЕW.

ROLOGISCHE

UNGS-TABELLE.

горія Университета Св. Владиміра.
ium der Universität St. Wladimir.

0′ = 2ʰ 2′ 0″.

: *К. Жукъ* и *Г. Флоринскій*
K. Schuck und *G. Florinsky*

ъ: } **1890.**
г: }

: (новый ст.) **Январь.**
(neuer. St.) **Januar.**

83, m1.

МЕТЕОРОЛОГИ

МЕТ

BEOBAC

Мѣсто: Кіевъ. Метеорологическая Об
Ort: Kiew. Meteorologisches Obse

Широта:—Сѣв. } 50° 27′.
Breite: —Nord. }

Долгота:—Восточная отъ Гринвича. }
Länge: —Ostliche von Greenwich. }

Наблюд
Beobac

М
М

Высота барометра надъ уровнемъ мо
Höhe des Barometers über dem Meer

Высота термометровъ надъ поверхностью

Г. КІЕВЪ.

АБЛИЦА

ЧЕСКИХЪ НАБЛЮДЕНІЙ

KIEW.

EOROLOGISCHE

HTUNGS-TABELLE.

ерваторія Университета Св. Владиміра.
vatorium der Universität St. Wladimir.

30° 30′ = 2ʰ 2′ 0″.

ители: *К. Жукъ* и *І. Флоринскій*
ter: *K. Schuck* und *G. Florinsky*

Годъ: }
Jahr: } **1890.**

сяцъ: (новый ст.) **Февраль.**
nat: (neuer. St.) **Februar.**

ря: 183,^{m}1.

земли: 3.^{m}5.

ОБЪ ИЗДАНІИ
УНИВЕРСИТЕТСКИХЪ ИЗВѢСТІЙ
въ 1890 году.

Цѣль настоящаго изданія остается прежнею: доставлять членамъ университетскаго сословія свѣдѣнія, необходимыя имъ по отношеніямъ ихъ къ Университету, и знакомить публику съ состояніемъ и дѣятельностію Университета и различныхъ его частей.

Согласно съ этою цѣлью, въ Университетскихъ Извѣстіяхъ печатаются:

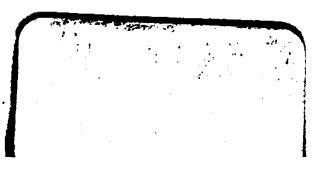
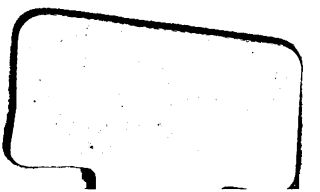
1. Протоколы засѣданій университетскаго Совѣта.
2. Новыя постановленія и распоряженія по Университету.
3. Свѣдѣнія о преподавателяхъ и учащихся, списки студентовъ и посторонних слушателей.
4. Обозрѣнія преподаванія по полугодіямъ.
5. Программы, конспекты, и библіографическіе указатели для учащихся.
6. Библіографическіе указатели книгъ, поступающихъ въ университетскую библіотеку и въ студентскій ея отдѣлъ.
7. Свѣдѣнія и изслѣдованія, относящіяся къ устройству и состоянію ученой, учебной, административной и хозяйственной части Университета.
8. Свѣдѣнія о состояніи коллекцій, кабинетовъ, музеевъ и другихъ учебно-вспомогательныхъ заведеній Университета.
9. Годичные отчеты по Университету.
10. Отчеты о путешествіяхъ преподавателей съ учеными цѣлями.
11. Разборы дисертацій, представляемыхъ для полученія ученыхъ степеней, соисканія наградъ, pro venia legendi и т. п., а также и самыя дисертаціи.
12. Рѣчи, произносимыя на годичномъ актѣ и въ другихъ торжественныхъ собраніяхъ.
13. Вступительныя, пробныя, публичныя лекціи и полные курсы преподавателей.
14. Ученые труды преподавателей и учащихся.
15. Матеріалы и переводы научныхъ сочиненій.

Указанныя статьи распредѣляются въ слѣдующемъ порядкѣ: Часть I—оффиціальная (протоколы, отчеты и т. п.); Часть II—неоффиціальная: отдѣлъ I—*историко-филологическій;* отдѣлъ II—*юридическій;* отдѣлъ III—*физико-математическій;* отдѣлъ IV—*медицинскій;* отдѣлъ V—*критико-библіографическій*—посвящается критическому обозрѣнію выдающихся явленій ученой литературы (русской и иностранной); отдѣлъ VI—*научная хроника* заключаетъ въ себѣ извѣстія о дѣятельности ученыхъ обществъ, состоящихъ при Университетѣ и т. п. свѣдѣнія. Въ *прибавленіяхъ* печатаются матеріалы и переводы сочиненій; а также указатели библіотеки, списки, таблицы метеорологическихъ наблюденій и т. п.

Университетскія Извѣстія въ 1890 году будутъ выходить въ концѣ каждаго мѣсяца, книжками, содержащими въ себѣ до 15 печатныхъ листовъ. Цѣна за 12 книжекъ **Извѣстій** безъ пересылки ***шесть руб. пятьдесятъ копѣекъ***, а съ пересылкою ***семь рублей.*** Въ случаѣ выхода *приложеній* (большихъ сочиненій), о нихъ будетъ объявлено особо. Подписчики **Извѣстій**, при выпискѣ приложеній, пользуются уступкою 20%.

Подписка и заявленія объ обмѣнѣ изданіями принимаются въ канцеляріи Правленія Университета.

Студенты Университета Св. Владиміра платятъ за годовое изданіе **Университетскихъ Извѣстій** 3 руб. сер., а студенты прочихъ Университетовъ 4 руб.; продажа отдѣльныхъ книжекъ не допускается.

Гг. иногородные могутъ обращаться съ требованіями своими къ коммиссіонеру Университета *Н. Я. Оглоблину* въ С.-Петербургѣ, на Малой Садовую, № 4-й, и въ Кіевѣ, на Крещатикѣ, въ книжный магазинъ его же, или непосредственно въ Правленіе Университета Св. Владиміра.

Редакторъ В. Иконниковъ.